

VỀ TỰ CHẤN CỦA DẪM CÓ MỘT BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC

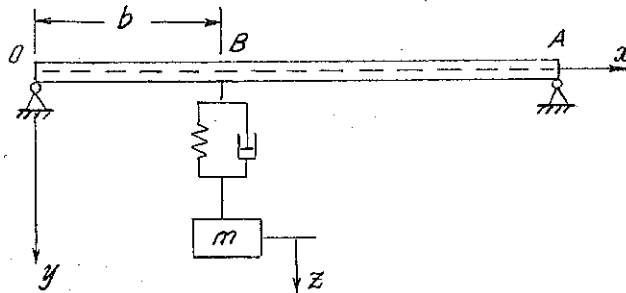
NGUYỄN VĂN ĐÌNH, THÁI MẠNH CẦU

Trong [1,2] đã khảo sát các bộ tắt chấn động lực mạnh và yếu đặt vào dây chịu kích động tự chấn yếu. Tác dụng của bộ tắt chấn đối với dây được thể hiện bằng hàm Dirac; dạng dao động riêng của hệ dây - bộ tắt chấn được khai triển thành chuỗi vô hạn theo các dạng dao động riêng của dây. Trong [3] đã khảo sát tự chấn của dây có một bộ tắt chấn động lực mạnh; dạng dao động riêng của hệ được tìm ở dạng giới nội; sử dụng phương pháp trung bình để xây dựng nghiệm ở xấp xỉ thứ nhất không hoàn chỉnh.

Bài báo này xét bộ tắt chấn động lực mạnh đặt vào dầm; Sử dụng phương pháp trong [3], xây dựng nghiệm tiệm cận ở xấp xỉ thứ nhất hoàn chỉnh.

1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG

Khảo sát dầm lẳng trụ dài l , chịu liên kết tựa ở hai đầu mút, có khối lượng của một đơn vị dài là μ , chịu tác dụng của lực kích động yếu phân bố theo chiều dài dầm theo phương thẳng đứng (Hình 1).



Hình 1

Tại B cách O một đoạn $OB = b$ có đặt bộ tắt chấn động lực là khối lượng m treo ở đầu lò xo có độ cứng c , chịu lực cản nhớt, hệ số λ .

Hệ phương trình vi phân dao động là:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial^2 y^{(1)}}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 y^{(1)}}{\partial x^4} &= \varepsilon R \left(\frac{\partial y^{(1)}}{\partial t} \right), & 0 \leq x \leq b \\ \mu \frac{\partial^2 y^{(2)}}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 y^{(2)}}{\partial x^4} &= \varepsilon R \left(\frac{\partial y^{(2)}}{\partial t} \right), & b \leq x \leq \ell \\ m\ddot{Z} + c[Z - y(b, t)] &= -\varepsilon\lambda \left[\dot{Z} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right]. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Điều kiện biên:

$$y^{(1)}(0, t) = \frac{\partial^2 y^{(1)}(0, t)}{\partial x^2} = y^{(2)}(\ell, t) = \frac{\partial^2 y^{(2)}(\ell, t)}{\partial x^2} = 0. \quad (1.2)$$

Điều kiện liên tục:

$$\begin{aligned} y^{(1)}(b, t) &= y^{(2)}(b, t) = y(b, t), \\ \frac{\partial y^{(1)}(b, t)}{\partial x} &= \frac{\partial y^{(2)}(b, t)}{\partial x} = \frac{\partial y(b, t)}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 y^{(1)}(b, t)}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 y^{(2)}(b, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y(b, t)}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Điều kiện cân bằng tại nút B ở mỗi thời điểm (bước nhảy của lực cắt tại B):

$$c[Z(t) - y(b, t)] + \varepsilon\lambda \left[\dot{Z}(t) - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right] = -EJ \left[\frac{\partial^3 y^{(1)}(b, t)}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 y^{(2)}(b, t)}{\partial x^3} \right]. \quad (1.4)$$

Giả thiết rằng hàm kích động tự chấn có dạng:

$$R \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) = h_1 \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) - h_3 \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^3, \quad (1.5)$$

h_1, h_3 là các hằng số dương.

2. DAO ĐỘNG RIÊNG

Đặt $\varepsilon = 0$ hệ (1.1) - (1.4) suy biến thành:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial^2 y_0^{(1)}}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 y_0^{(1)}}{\partial x^4} &= 0, & 0 \leq x \leq b \\ \mu \frac{\partial^2 y_0^{(2)}}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 y_0^{(2)}}{\partial x^4} &= 0, & b \leq x \leq \ell \\ m\ddot{Z}_0 + c[Z_0 - y_0(b, t)] &= 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$y_0^{(1)}(0, t) = \frac{\partial^2 y_0^{(1)}(0, t)}{\partial x^2} = y_0^{(2)}(\ell, t) = \frac{\partial^2 y_0^{(2)}(\ell, t)}{\partial x^2} = 0. \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} y_0^{(1)}(b, t) &= y_0^{(2)}(b, t) = y_0(b, t), \\ \frac{\partial y_0^{(1)}(b, t)}{\partial x} &= \frac{\partial y_0^{(2)}(b, t)}{\partial x} = \frac{\partial y_0(b, t)}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 y_0^{(1)}(b, t)}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 y_0^{(2)}(b, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y_0(b, t)}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$c[Z_0 - y_0(b, t)] = -EJ \left[\frac{\partial^3 y_0^{(1)}(b, t)}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 y_0^{(2)}(b, t)}{\partial x^3} \right]. \quad (2.4)$$

Theo phương pháp phân ly biến số [4], chúng ta tìm nghiệm của hệ (2.1) - (2.4) dưới dạng:

$$\begin{aligned} y_0^{(1)}(x, t) &= Y^{(1)}(x) a \cos \omega t, \\ y_0^{(2)}(x, t) &= Y^{(2)}(x) a \cos \omega t, \\ Z_0(t) &= Z a \cos \omega t. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Thay (2.5) vào (2.1) - (2.4) chúng ta tìm được:

$$\begin{aligned} Y^{(1)}(x) &= C_1 \sin \frac{\gamma}{\ell} x + C_2 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} x, \\ Y^{(2)}(x) &= C_3 \sin \frac{\gamma}{\ell} (x - \ell) + C_4 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} (x - \ell), \end{aligned} \quad (2.6)$$

trong đó $(\gamma/\ell)^4 = \mu\omega^2/EJ$, $C_1 - C_4$, Z là các hệ số thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{aligned} C_1 \sin \frac{\gamma}{\ell} b + C_2 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} b &= C_3 \sin \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell) + C_4 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell), \\ C_1 \cos \frac{\gamma}{\ell} b + C_2 \operatorname{ch} \frac{\gamma}{\ell} b &= C_3 \cos \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell) + C_4 \operatorname{ch} \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell), \\ -C_1 \sin \frac{\gamma}{\ell} b + C_2 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} b &= -C_3 \sin \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell) + C_4 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell), \\ \frac{1}{c} (c - m\omega^2) Z &= C_1 \sin \frac{\gamma}{\ell} b + C_2 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} b, \\ c[Z - (C_1 \sin \frac{\gamma}{\ell} b + C_2 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} b)] &= -EJ \left(\frac{\gamma}{\ell} \right)^3 \left[(-C_1 \cos \frac{\gamma}{\ell} b + C_2 \operatorname{ch} \frac{\gamma}{\ell} b) - \right. \\ &\quad \left. - (-C_3 \cos \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell) + C_4 \operatorname{ch} \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell)) \right]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Từ điều kiện có nghiệm không tầm thường của hệ (2.7), chúng ta suy ra phương trình tần số:

$$2cEJ \left(\frac{\gamma}{\ell} \right)^3 \operatorname{sh} \gamma \operatorname{sh} \gamma = m\omega^2 (c - m\omega^2) \left[\sin \gamma \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} b \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell) - \sin \frac{\gamma}{\ell} b \sin \frac{\gamma}{\ell} (b - \ell) \operatorname{sh} \gamma \right]. \quad (2.8)$$

Phương trình này xác định một dãy vô hạn tần số riêng $\omega_n (n = 1, 2, \dots)$. Theo cách phân tích trong [3], chúng ta thấy rằng so với phương trình tần số riêng thành lập được nhờ phương pháp sử dụng trong [5], phương pháp đang sử dụng có ưu điểm vì cho đầy đủ các tần số riêng, kể cả khi xảy ra hiện tượng trùng tần số (giữa dầm có bộ tắt chấn, dầm không có bộ tắt chấn và riêng bộ tắt chấn).

Các dạng dao động riêng của hệ có tính chất trực giao:

$$\int_0^b \mu Y_m^{(1)}(x) Y_n^{(1)}(x) dx + \int_b^\ell \mu Y_m^{(2)}(x) Y_n^{(2)}(x) dx + m Z_m Z_n = M_n \delta_{mn}. \quad (2.9)$$

3. TỰ CHẤN ĐƠN TẦN

Trở lại xét hệ kích động (1.1) - (1.4), chúng ta xây dựng nghiệm xấp xỉ bằng phương pháp tiệm cận cho chế độ tự chấn đơn tần gần tần số riêng thứ nhất ω_1 . Giả thiết rằng ω_1 là tần số đơn và không có cộng hưởng giữa ω_1 với các tần số khác của hệ.

Nếu dừng lại ở xấp xỉ thứ nhất hoàn chỉnh [5], chúng ta tìm nghiệm dưới dạng :

$$\begin{aligned} y^{(1)}(x, t) &= Y_1^{(1)}(x)a \cos \psi + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} Y_n^{(1)}(x)u_n(a, \psi), \\ y^{(2)}(x, t) &= Y_1^{(2)}(x)a \cos \psi + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} Y_n^{(2)}(x)u_n(a, \psi), \\ Z(t) &= Z_1 a \cos \psi + \varepsilon \left\{ u_0(a, \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} Z_n u_n(a, \psi) \right\}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

trong đó $Y_1^{(1)}(x)$, $Y_1^{(2)}(x)$, Z_1 là các dao động riêng thứ nhất tương ứng với tần số riêng thứ nhất; $u_n(a, \psi)$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) là các hàm tuần hoàn phải tìm của ψ , chu kỳ 2π ; các đại lượng a và ψ là các hàm của t được xác định từ hệ phương trình:

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_1 + \varepsilon B_1(a). \quad (3.2)$$

Thế (3.1) vào (1.1) - (1.4), chú ý đến (3.2), sử dụng (2.9) chúng ta nhận được kết quả:

$$A_1(a) = \frac{a}{2M_1} \left\{ h_1^* - \lambda [Z_1 - Y_1(b)]^2 - \frac{3}{4} h_3^* a^2 \omega_1^2 \right\}, \quad B_1(a) = 0. \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} u_0(a, \psi) &= \frac{\lambda}{c} [Z_1 - Y_1(b)] a \omega_1 \sin \psi, \quad u_1(a, \psi) = \frac{h_3^*}{32M_1} a^3 \omega_1 \sin 3\psi, \\ u_n(a, \psi) &= -\frac{a \omega_1 \sin \psi}{M_n(\omega_n^2 - \omega_1^2)} \left[h_1^{(n)} - \lambda \frac{Z_n}{Z_1} (Z_1 - Y_1(b))^2 - \frac{3}{4} h_3^{(n)} a^2 \omega_1^2 \right] - \frac{\sin 3\psi}{4M_n(\omega_n^2 - 9\omega_1^2)}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

($n = 2, 3, 4, \dots$) trong đó

$$\begin{aligned} h_1^* &= h_1 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^2 dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^2 dx \right], \\ h_3^* &= h_3 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^4 dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^4 dx \right], \\ h_1^{(n)} &= h_1 \left[\int_0^b Y_1^{(1)}(x) Y_n^{(1)}(x) dx + \int_b^\ell Y_1^{(2)}(x) Y_n^{(2)}(x) dx \right], \\ h_3^{(n)} &= h_3 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^3 Y_n^{(1)}(x) dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^3 Y_n^{(2)}(x) dx \right], \quad (n = 2, 3, 4, \dots). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Như vậy bằng phương pháp khác, chúng ta lại tìm được kết quả (3.3) đã có trong [1,2]. Nghiệm tiệm cận ở xấp xỉ thứ nhất hoàn chỉnh (3.1) đã được xác định theo (3.4), trong đó a và ψ được xác định theo (3.3).

Qua việc khảo sát chế độ tự chấn đơn tần, có thể thấy rằng việc biểu diễn dạng dao động riêng ở dạng hàm liên tục khả vi đến cấp 2, khả vi từng khúc đến cấp 3 cho phép thấy rõ điểm góc của đạo hàm cấp 3 của dao động ngay trong xấp xỉ thứ nhất, từ (3.4) chúng ta thấy ảnh hưởng của lực kích động tự chấn và các dạng dao động riêng, nhưng chỉ có các điều hòa thứ nhất và thứ ba mà thôi.

Từ (3.3) chúng ta cũng thấy rằng việc tăng hệ số cản λ sẽ dập tắt được dao động của cơ hệ hoặc làm giảm biên độ dao động dừng của cơ hệ.

4. TỰ CHẤN ĐA TẦN

Khảo sát hệ kích động (1.1) - (1.4), giả sử rằng tồn tại chế độ dao động tự chấn gần hai tần số đầu tiên ω_1, ω_2 của dao động riêng của cơ hệ và không có nội cộng hưởng giữa ω_1 , với ω_2 ; giữa ω_1, ω_2 với các tần số khác.

Ở xấp xỉ thứ nhất hoàn chỉnh, chúng ta tìm nghiệm dưới dạng:

$$\begin{aligned} y^{(1)}(x, t) &= Y_1^{(1)} a_1 \cos \psi_1 + Y_2^{(1)} a_2 \cos \psi_2 + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} Y_n^{(1)}(x) u_n(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2), \\ y^{(2)}(x, t) &= Y_1^{(2)} a_1 \cos \psi_1 + Y_2^{(2)} a_2 \cos \psi_2 + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} Y_n^{(2)}(x) u_n(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2), \\ Z(t) &= Z_1 a_1 \cos \psi_1 + Z_2 a_2 \cos \psi_2 + \varepsilon \left\{ u_0(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2) + \sum_{n=1}^{\infty} Z_n u_n(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2) \right\}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Trong đó $Y_j^{(1)}(x), Y_j^{(2)}(x), Z_j$ là các dạng dao động riêng thứ j ($j = 1, 2$) tương ứng với tần số riêng thứ j của cơ hệ, $u_n(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) là các hàm tuần hoàn phải tìm của ψ_1, ψ_2 chu kỳ 2π .

Các đại lượng a_1, a_2, ψ_1, ψ_2 là các hàm phải tìm của t được xác định từ hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= \varepsilon A_1^{(1)}(a_1, a_2), & \frac{d\psi_1}{dt} &= \omega_1 + \varepsilon B_1^{(1)}(a_1, a_2), \\ \frac{da_2}{dt} &= \varepsilon A_1^{(2)}(a_1, a_2), & \frac{d\psi_2}{dt} &= \omega_2 + \varepsilon B_1^{(2)}(a_1, a_2). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Thế (4.1) vào (1.1) - (1.4), chú ý đến (4.2), sử dụng (2.9) chúng ta nhận được kết quả:

$$\begin{aligned} A_1^{(1)}(a_1, a_2) &= \frac{a_1}{2M_1} \left[h_{20}^{(1)} - \frac{3}{4} h_{40}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 - \frac{3}{2} h_{22}^{(3)} a_2^2 \omega_2^2 - \lambda (Z_1 - Y_1(b))^2 \right], \\ B_1^{(1)}(a_1, a_2) &= 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} A_1^{(2)}(a_1, a_2) &= \frac{a_2}{2M_2} \left[h_{02}^{(1)} - \frac{3}{4} h_{04}^{(3)} a_2^2 \omega_2^2 - \frac{3}{2} h_{22}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 - \lambda (Z_2 - Y_2(b))^2 \right], \\ B_1^{(2)}(a_1, a_2) &= 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$u_0(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2) = \frac{\lambda}{c} \{ [Z_1 - Y_1(b)] a_1 \omega_1 \sin \psi_1 + [Z_2 - Y_2(b)] a_2 \omega_2 \sin \psi_2 \},$$

$$u_1(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2) = -\frac{a_2 \omega_2 \sin \psi_2}{M_1(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \left\{ h_{11}^{(1)} - \frac{3}{2} h_{31}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 - \frac{3}{4} h_{13}^{(3)} a_2^2 \omega_2^2 - \frac{\lambda m}{c} Z_1 [Z_2 - Y_2(b)] \omega_2^2 \right\} -$$

$$\frac{3h_{31}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 a_2 \omega_2}{4M_1[\omega_1^2 - (2\omega_1 + \omega_2)^2]} \sin(2\psi_1 + \psi_2) + \frac{3h_{31}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 a_2 \omega_2}{4M_1[\omega_1^2 - (2\omega_1 - \omega_2)^2]} \sin(2\psi_1 - \psi_2) -$$

$$\frac{3h_{22}^{(3)} a_1 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2}{4M_1[\omega_1^2 - (\omega_1 + 2\omega_2)^2]} \sin(\psi_1 + 2\psi_2) - \frac{3h_{22}^{(3)} a_1 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2}{4M_1[\omega_1^2 - (\omega_1 - 2\omega_2)^2]} \sin(\psi_1 - 2\psi_2) -$$

$$\frac{h_{13}^{(3)}}{4M_1(\omega_1^2 - 9\omega_2^2)} \sin 3\psi_2 + \frac{h_{40}^{(3)} a_1^3 \omega_1}{32M_1} \sin 3\psi_1,$$

$$u_2(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2) = \frac{a_1 \omega_1 \sin \psi_1}{M_2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \left\{ h_{11}^{(1)} - \frac{3}{4} h_{31}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 - \frac{3}{2} h_{13}^{(3)} a_2^2 \omega_2^2 - \frac{\lambda m}{c} Z_1 [Z_1 - Y_1(b)] \omega_1^2 \right\} -$$

$$\frac{3h_{13}^{(3)} a_1 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2}{4M_2[\omega_2^2 - (\omega_1 + 2\omega_2)^2]} \sin(\psi_1 + 2\psi_2) + \frac{3h_{13}^{(3)} a_1 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2}{4M_2[\omega_2^2 - (\omega_1 - 2\omega_2)^2]} \sin(\psi_1 - 2\psi_2) +$$

$$+ \frac{3h_{22}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 a_2 \omega_2}{4M_2[\omega_2^2 - (2\omega_1 + \omega_2)^2]} \sin(2\psi_1 + \psi_2) + \frac{3h_{22}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 a_2 \omega_2}{4M_2[\omega_2^2 - (2\omega_1 - \omega_2)^2]} \sin(2\psi_1 - \psi_2) +$$

$$+ \frac{h_{31}^{(3)} a_1^3 \omega_1^3}{4M_2(9\omega_1^2 - \omega_2^2)} \sin 3\psi_1 + \frac{h_{04}^{(3)} a_2^3 \omega_2}{32M_2} \sin 3\psi_2,$$

$$u_n(a_1, a_2, \psi_1, \psi_2) = -\frac{a_1 \omega_1 \sin \psi_1}{M_n(\omega_n^2 - \omega_1^2)} \left\{ h_{10}^{(1n)} - \frac{3}{4} h_{30}^{(3n)} a_1^2 \omega_1^2 - \frac{3}{2} h_{12}^{(3n)} a_2^2 \omega_2^2 - \frac{\lambda m}{c} Z_n [Z_1 - Y_1(b)] \omega_1^2 \right\} -$$

$$-\frac{a_2 \omega_2 \sin \psi_2}{M_n(\omega_n^2 - \omega_2^2)} \left\{ h_{01}^{(1n)} - \frac{3}{2} h_{21}^{(3n)} a_1^2 \omega_1^2 - \frac{3}{4} h_{03}^{(3n)} a_2^2 \omega_2^2 - \frac{\lambda m}{c} Z_n [Z_2 - Y_2(b)] \omega_2^2 \right\} -$$

$$-\frac{h_{30}^{(3n)} a_1^3 \omega_1^3}{4M_n(\omega_n^2 - 9\omega_1^2)} \sin 3\psi_1 - \frac{3h_{21}^{(3n)} a_1^2 \omega_1^2 a_2 \omega_2}{4M_n[\omega_n^2 - (2\omega_1 + \omega_2)^2]} \sin(2\psi_1 + \psi_2) +$$

$$+ \frac{3h_{21}^{(3n)} a_1^2 \omega_1^2 a_2 \omega_2}{4M_n[\omega_n^2 - (2\omega_1 - \omega_2)^2]} \sin(2\psi_1 - \psi_2) - \frac{3h_{12}^{(3n)} a_1 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2}{4M_n[\omega_n^2 - (\omega_1 + 2\omega_2)^2]} \sin(\psi_1 + 2\psi_2) -$$

$$-\frac{3h_{12}^{(3n)} a_1 \omega_1 a_2^2 \omega_2^2}{4M_n[\omega_n^2 - (\omega_1 - 2\omega_2)^2]} \sin(\psi_1 - 2\psi_2) - \frac{h_{03}^{(3n)} a_2^3 \omega_2^3}{4M_n[\omega_n^2 - 9\omega_2^2]} \sin 3\psi_2,$$

$$(n = 3, 4, 5, \dots)$$

(4.5)

trong đó

$$\begin{aligned}
h_{ij}^{(1)} &= h_1 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^i (Y_2^{(1)}(x))^j dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^i (Y_2^{(2)}(x))^j dx \right], \\
h_{ij}^{(3)} &= h_3 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^i (Y_2^{(1)}(x))^j dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^i (Y_2^{(2)}(x))^j dx \right], \\
h_{ij}^{(1n)} &= h_1 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^i (Y_2^{(1)}(x))^j Y_n^{(1)}(x) dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^i (Y_2^{(2)}(x))^j Y_n^{(2)}(x) dx \right], \\
h_{ij}^{(3n)} &= h_3 \left[\int_0^b (Y_1^{(1)}(x))^i (Y_2^{(1)}(x))^j Y_n^{(1)}(x) dx + \int_b^\ell (Y_1^{(2)}(x))^i (Y_2^{(2)}(x))^j Y_n^{(2)}(x) dx \right].
\end{aligned} \tag{4.6}$$

($n = 3, 4, 5, \dots$)

Chúng ta đã xây dựng được nghiệm tiệm cận ở xấp xỉ thứ nhất hoàn chỉnh. Khảo sát (4.3), (4.4) chúng ta thấy:

- Nghiệm dừng $a_1 = a_2 = 0$ sẽ ổn định nếu:

$$\begin{aligned}
h_{20}^{(1)} - \lambda[Z_1 - Y_1(b)]^2 &< 0, \\
h_{02}^{(1)} - \lambda[Z_2 - Y_2(b)]^2 &< 0.
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Tức là việc tăng hệ số cản λ sẽ ổn định hóa vị trí cân bằng của hệ.

- Nghiệm dừng $a_1 = 0, a_2 \neq 0$ thỏa mãn:

$$A_2 = \frac{3}{4} h_{04}^{(3)} a_2^2 \omega_2^2 = h_{02}^{(1)} - \lambda[Z_2 - Y_2(b)]^2$$

sẽ ổn định nếu:

$$A_2 > \frac{h_{04}^{(3)}}{2h_{22}^{(3)}} \left\{ h_{20}^{(1)} - \lambda[Z_1 - Y_1(b)]^2 \right\}. \tag{4.8}$$

- Nghiệm dừng $a_2 = 0, a_1 \neq 0$ thỏa mãn:

$$A_1 = \frac{3}{4} h_{40}^{(3)} a_1^2 \omega_1^2 = h_{20}^{(1)} - \lambda[Z_1 - Y_1(b)]^2$$

sẽ ổn định nếu:

$$A_1 > \frac{h_{40}^{(3)}}{2h_{22}^{(3)}} \left\{ h_{02}^{(1)} - \lambda[Z_2 - Y_2(b)]^2 \right\}. \tag{4.9}$$

- Nghiệm dừng $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$ thỏa mãn (4.3), (4.4) sẽ ổn định nếu:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{M_1 M_2} [h_{40}^{(3)} h_{04}^{(3)} - 4(h_{22}^{(3)})^2] &> 0, \\
\omega_1^2 \frac{h_{40}^{(3)}}{M_1} a_1^2 + \omega_2^2 \frac{h_{04}^{(3)}}{M_2} a_2^2 &> 0.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Để dàng thấy rằng biểu thức thứ hai luôn được thỏa mãn, còn điều kiện thứ nhất thường không được thỏa mãn [2], nên chế độ này thường không ổn định.

5. VÀI NHẬN XÉT

1. Bằng phương pháp biểu diễn dạng dao động riêng bởi hàm liên tục khả vi đến cấp 2, khả vi từng khúc đến cấp 3, chúng ta thấy rõ điểm góc của dao động ở đạo hàm cấp 3 ngay trong xấp xỉ thứ nhất.

2. Khảo sát nghiệm tiệm cận ở xấp xỉ thứ nhất hoàn chỉnh, chúng ta thấy ảnh hưởng của lực kích động tự chấn $R(\partial y/\partial t)$ và các dạng dao động riêng tới phần hoàn chỉnh của nghiệm, phần này chỉ có các điều hòa thứ nhất, thứ ba và một số hữu hạn các điều hòa tổ hợp mà thôi.

3. Lập được các kết quả đã có trong [1,2]. Khi tăng hệ số cản λ của bộ tắt chấn động lực, có thể dập tắt dao động tự chấn hoặc làm giảm biên độ dao động dừng của hệ.

Địa chỉ:
Viện Cơ Viện KHVN

Nhận ngày 3/8/1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Đạo. Bộ tắt chấn động lực ở hệ tự chấn với tham số phân bố. Tạp chí Cơ học, số 4, 1989.
2. Nguyễn Văn Đạo, Nguyễn Văn Đình. Dynamic absorber for systems with distributed parameters. Proceedings of NCSR Vietnam, vol. 2, 1990.
3. Nguyễn Văn Đình. Tự chấn của dây có một bộ tắt chấn động lực. Tạp chí Cơ học số 4, 1990.
4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Государственное издательство. Москва, 1972.
5. Митропольский Ю. А., Мосеенков Б. И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. Издательство объединения "Выща школа". Киев, 1976.

SUMMARY

ON SELF-EXCITED VIBRATIONS OF BEAM WITH ONE DYNAMIC ABSORBER

In this work, self-excited vibrations of beam with one strong dynamic absorber were studied by the method in [3].

From the solutions refinement of the first approximation it is seen that the self-excited force and particular forms influence to the completed parts of solutions, the dynamic absorber may be used to damp the self-excited vibrations near to one or two particular frequencies of system and to decrease the amplitude of stationary vibrations.