Tạp chí CƠ HỌC, tập XIII, 1991, số 2 (28 — 30)

XÁC ĐỊNH PHẢN LỰC Ở CHÂN ROBOT TRONG PHA CHUYỂN ĐỘNG CỦA NÓ

NGUYỄN THÀNH MẬU

Xác định điều kiện không trượt chân trong chuyển động của rô bốt là điều cần thiết để điều khiển rô bốt. Đặc biệt là trong pha đầu chuyển động của rô bốt. Điều kiện không trượt chân trong pha đầu của di chuyển một điểm tựa của rô bốt đã được giải quyết trong [1].

Ở bài toán này tác giả đã giữ nguyên các giả thiết như trong [1], dẫn ra phương trình di chuyển hai điểm tựa xác định phản lực cho một số trường hợp đặc biệt bằng phương pháp tách chuyển động [2].

1. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Xét rô bốt trong mô hình phẳng di chuyển hai điểm tựa. Thân - nặng, khối tâm O_5, các chân - không trọng lượng được gắn vào thân tại O_4. Tại các khớp O_4 - khớp treo chân, khớp O_2, O_3 - khớp đầu gối có mô men điều khiển tác dụng. Chuyển động chương trình được chọn là đưa O_4 lên độ cao không đổi H với vận tốc nằm ngang không đổi V.

Khi đó tương tự như [1] phương trình chuyển động của rô bốt gồm phương trình chuyển động của khối tâm O_5, phương trình biến thiên mô men động lượng của cả cơ hệ đối với O_4, phương trình mô men của "ống chân" + "đùi" đối với O_4, phương trình mô men của "ống chân" đối với O_3 (hình 1)

$$
\begin{aligned}
&M\ddot{X}_5 = R_x^{(1)} + R_x^{(2)}; \qquad M\ddot{Y}_5 = R_y^{(1)} + R_y^{(2)} - Mg,\\
&I\alpha_5 = \big(R_x^{(1)} + R_x^{(2)}\big)Y_4 - \big(R_y^{(1)} + R_y^{(2)}\big)X_4 - L_0 R_y^{(2)} + M\big(g + \ddot{y}_4\big)L_3 \sin\alpha_5 + M\ddot{X}_4 L_3 \cos\alpha_5,\\
&Q_1 = A_1 R_1, \qquad Q_2 = A_2 R_2.
\end{aligned} \tag{1.1}
$$

Với

$$
\begin{aligned}
&Q_1 = \begin{pmatrix} Q_1^{(1)} \\ Q_1^{(2)} \end{pmatrix}; \quad Q_2 = \begin{pmatrix} Q_2^{(1)} \\ Q_2^{(2)} \end{pmatrix}; \quad R_1 = \begin{pmatrix} R_x^{(1)} \\ R_y^{(1)} \end{pmatrix}; \quad R_2 = \begin{pmatrix} R_x^{(2)} \\ R_y^{(2)} \end{pmatrix};\\
&A_1 = \begin{pmatrix} -Y_1 & X_4 \\ -Y_3 & X_3 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} -Y_4 & L_0 + X_4 \\ -Y_2 & L_0 - X_2 \end{pmatrix}; \quad U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \end{pmatrix};\\
&Q_1 = F_1 K U; \quad Q_2 = F_2 K U; \quad \dot{X}_4 = U_x + V; \quad \dot{Y}_4 = U_y - T_0^{(-1)}\big(Y_4 - H\big)
\end{aligned}
$$

I - Mô men quán tính cơ hệ đối với điểm O_4

R_1, Q_1 - Phản lực và mô men của chân thứ nhất.

R_2, Q_2 - Phản lực và mô men của chân thứ hai.

Hạ bậc hệ (1.1) chuyển từ các biến $\ddot{X}_5$, $\ddot{Y}_5$, $\ddot{\alpha}_5$ sang các biến U_x, U_y, X_4, Y_4 Ω, α, chuẩn hóa như đã làm trong công trình [1] được hệ:

$$
\begin{aligned}
&\mu u_x' = r_{1x} + r_{2x} - \chi\ell_3(\omega^2\sin\alpha - \omega'\cos\alpha);\\
&\mu u_y' = r_{1y} + r_{2y} - 1 + \chi\ell_3(\omega^2\cos\alpha + \omega'\sin\alpha) + \tau_0^{-1}\big[\mu u_y - \chi\tau_0^{-1}(y_4-1)\big];\\
&\alpha_5' = \alpha' = \omega;\\
&\rho^2\chi\omega' = (r_{1x}+r_{2x})y_4 - (r_{1y}+r_{2y})x_4 - \ell_0 r_{2y} +\\
&+\Big\{1 + \mu u_y' - \tau_0^{-1}\big[\mu u_y - \chi\tau_0^{-1}(y_4-1)\big]\Big\}\ell_3\sin\alpha + \mu u_x'\ell_3\cos\alpha;\\
&q_1 = A_1 r_1;\quad q_2 = A_2 r_2;\quad q_1 = F_1 u;\quad q_2 = F_2 u;\\
&x_4' = \mu\chi^{-1}u_x + 1;\quad y_4' = \mu\chi^{-1}u_y - \tau_0^{-1}(y_4-1);\\
&\mu = \frac{T_1}{T_*};\quad \tau_0 = \frac{T_0}{T_*};\quad \chi = \frac{L_0}{T_*^2 g};\quad \rho^2 = \frac{I}{ML_*^2}.
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

Loại ω khỏi hai phương trình đầu, viết kết quả ở dạng ma trận được:

$$\mu B\frac{du}{dt} = \mathcal{B}_1 r_1 + \mathcal{B}_2 r_2 + C \tag{1.3}$$

Ma trận B có dạng như ở [1]:

$$
C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix};\quad \mathcal{B}_1 = \begin{pmatrix} 1+\rho^{-2}\ell_3 y_4\cos\alpha & -\rho^{-2}\ell_3 x_4\cos\alpha \\ \rho^{-2}\ell_3 y_4\sin\alpha & 1-\rho^{-2}\ell_3 x_4\sin\alpha \end{pmatrix};
$$

$$
\mathcal{B}_2 = \begin{pmatrix} 1+\rho^{-2}\ell_3 y_4\cos\alpha & \rho^{-2}\ell_3(1+\ell_0)x_4\cos\alpha \\ \rho^{-2}\ell_3 y_4\sin\alpha & 1-\rho^{-2}\ell_3 x_4\sin\alpha \end{pmatrix};
$$

$$
C_1 = \Big\{1 - \tau_0^{-1}\big[\mu u_y - \chi\tau_0^{-1}(y_4-1)\big]\Big\}\rho^{-2}\ell_3\sin\alpha\cos\alpha - \chi\ell_3\omega^2\sin\alpha;
$$

$$
C_2 = \Big\{1 - \tau_0^{-1}\big[\mu u_y - \chi\tau_0^{-1}(y_4-1)\big]\Big\}\rho^{-2}\ell_3\sin^2\alpha - 1 + \tau_0^{-1}\big[\mu u_y - \chi\tau_0^{-1}(y_4-1)\big] + \chi\omega^2\ell_3\cos\alpha.
$$

Điều kiện của định lý Ti khô nôv - Vaxilieva [1] trong lý thuyết tách chuyển động sẽ được thỏa mãn nếu chọn B, B_1, B_2, F thỏa mãn đẳng thức sau:

$$B^{-1}(B_1 A_1^{-1}F_1 + B_2 A_2^{-1}F_2) = -E \tag{1.4}$$

Khi đó có thể dùng lý thuyết tách chuyển động để nghiên cứu hệ phương trình vi phân chuyển động hai điểm tựa của rô bốt (1.2).

2. XÉT MỘT SỐ TRƯỜNG HỢP RIÊNG

1 - Hai chân cùng đặt tại một vị trí

Khi đó $B_1 = B_2$, $F_1 = F_2 = F$ và $A_1 = A_2$

Điều kiện (1.4) có dạng

$2B^{-1}B_1A_1^{-1}F = -E$

Hệ thức này ta đưa về bài toán "di chuyển một điểm tựa" [1]. Nếu đặt $2B_1 = \mathcal{B}$ thì được:

$$B^{-1}\mathcal{B}A_1^{-1}F = -E \tag{2.1}$$

Vậy vấn đề đã được giải quyết.

2 - Khối tâm $O_5 = O_4$ - Điểm treo các chân

$L_3 = 0$ khi đó $B = B_1 = B_2 = E$

Điều kiện (1.4) trở nên

$F = -(A_1^{-1} + A_2^{-1})$

Hệ phương trình (1.2) có dạng

$$\mu\frac{du}{dt} = -u + B^{-1}C; \quad r_1 = A_1^{-1}Fu;$$

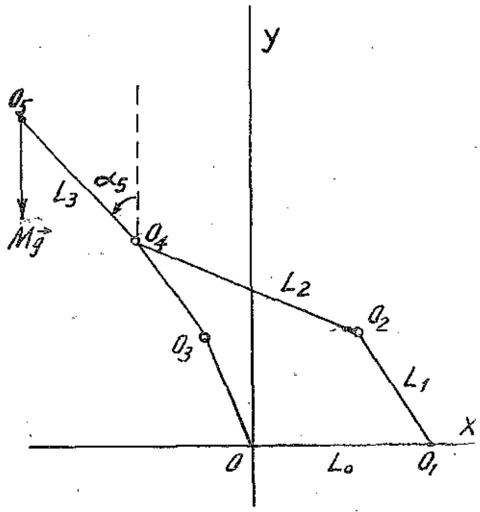
$$r_2 = A_2^{-1}Fu. \qquad (2.2)$$

Để giải quyết được (2.2) cần có thêm các điều kiện bổ xung khác nữa: chẳng hạn như cho tỷ lệ $r_1/r_2 = m$. v. v... hoặc coi L_0 - vô cùng lớn so với các kích thước của rô bốt ...

Nhận xét

Bằng cách biến đổi thứ nguyên các phương trình chuyển động tác giả đã thu được hệ phương trình vi phân tuyến tính chứa tham số bé ở đạo hàm bậc lớn nhất. Dẫn ra điều kiện tổng quát cho phép xây dựng nghiệm tiệm cận cho hệ phương trình trên. Khi hai chân đặt tại cùng một vị trí kết quả thu được hoàn toàn trùng với [1].

Tác giả xin chân thành cảm ơn các giáo sư tiến sĩ I. V. Nôvôgiưlôv, A. M. For manxki (MGU), giáo sư tiến sĩ Phạm Huyễn, tiến sĩ Nguyễn Van Khang đã đọc và cho những nhận xét qúy báu, giúp đỡ tác giả chữa bản thảo.



Hình 1

$O_5O_4 + L_3$

$O_4O_3 = O_4O_2 = L_2$

$O_3O = O_2O_1 = L_1$

$OO_1 = L_0$

Địa chỉ:

Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 1

Nhận ngày 4/8/1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Нгуен Тхань Мау. Об условиях непроскальзывания в начале движения двуногого шагающего аппарата. Вест. МГУ. сер. 1 мат. мех. № 2, 1989.
2. Новожилов И. В. Методы разделения движений - консп. Лекций - МЭИ. 1981

РЕЗЮМЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИИ В НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЕ
ДВИЖЕНИЯ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА

В работе рассматриваетця плоская задача работа - в начальной фазе двух точечно-опорных перемещении. Система уравнении приведена к стандартной форме, для которой можно исследовать методом разделения движений. Выделено выражение опорных реакции ног аппарата некоторых конкретных примеров.