

TÍNH TOÁN BẰNG SỐ DAO ĐỘNG UỐN TUẦN HOÀN CỦA THANH TRUYỀN TRONG CƠ CẤU BỐN KHÂU

NGUYỄN VĂN KHANG, VŨ VĂN KHIÊM

1. MỞ ĐẦU

Việc tăng tốc độ làm việc và giảm khối lượng của các máy đòi hỏi phải quan tâm tới tính chất đàn hồi các khâu của cơ cấu trong máy.

Việc nghiên cứu dao động uốn của khâu nối trong cơ cấu bốn khâu đã được đề cập đến trong một số công trình nghiên cứu, chẳng hạn trong [1, 2, 3, 4]. Trong đó, khi thiết lập phương trình dao động thường đưa ra một số giả thiết đơn giản hơn. Khi giải, người ta hoặc chỉ tìm được nghiệm bằng phương pháp số trong giai đoạn mở máy, hoặc tìm nghiệm tuần hoàn một cách khá thô bằng chuỗi lượng giác.

Trong công trình này, áp dụng kỹ thuật tách cấu trúc, đưa ra một phương pháp tổng quát để thiết lập phương trình dao động uốn của một cơ cấu bất kỳ trong cơ cấu nhiều khâu. Sao đó trình bày việc tính toán bằng số xác định dao động uốn tuần hoàn của thanh truyền trong cơ cấu bốn khâu.

2. CÁC MỐI QUAN HỆ ĐỘNG HỌC

Xét cơ cấu bốn khâu bản lề ở trong mặt phẳng thẳng đứng (hình 1), trong đó OA, CB là vật rắn còn AB là thanh thẳng đàn hồi.

Gọi khối tâm của khâu OA là S_2 , còn khâu CB là S_4 , các kích thước cho trên hình vẽ.

Lập hệ trục tọa độ cố định $O\xi\eta$ và hệ trục tọa độ động Axy với trục Ax đi qua AB như hình 2.

Xét một điểm K trên thanh AB, có tọa độ tương đối ban đầu $(x, 0)$, tại thời điểm khảo sát nó chuyển động đến K' với dịch chuyển dọc u , dịch chuyển ngang w , khi đó:

$$\vec{r}_{K'} = [\ell_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + x + u]\vec{i} + [\ell_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + w]\vec{j} \quad (2.1)$$

Do

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \dot{\varphi}_3 \vec{j}, \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = -\dot{\varphi}_3 \vec{i}$$

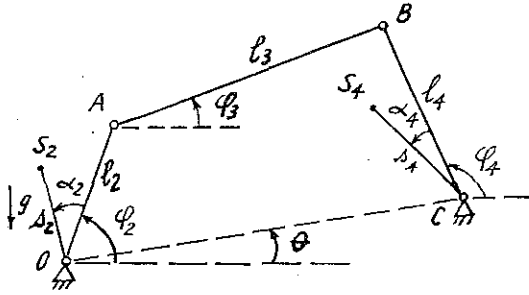
Nên từ (2.1) suy ra:

$$\begin{aligned} v_x &= -l_2 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + \dot{u} - \dot{\varphi}_3 w, \\ v_y &= l_2 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \dot{\varphi}_3 u + \dot{w} + \dot{\varphi}_3 x \end{aligned} \quad (2.2)$$

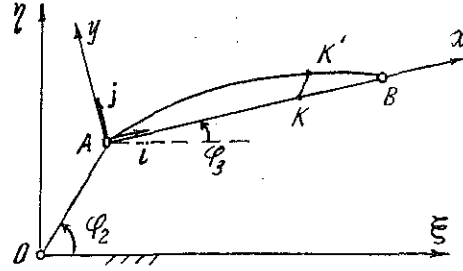
và

$$\begin{aligned} a_x &= -l_2 \ddot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) - l_2 \dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \ddot{u} - \ddot{\varphi}_3 u - 2\dot{\varphi}_3 \dot{w} - \ddot{\varphi}_3 w - \dot{\varphi}_3^2 x, \\ a_y &= -l_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - l_2 \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + 2\dot{\varphi}_3 \dot{u} + \ddot{w} - \dot{\varphi}_3^2 w. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Trong đó v_x, v_y, a_x, a_y là các thành phần hình chiếu trên các trục Ax, Ay của vận tốc và gia tốc điểm K.



Hình 1



Hình 2

Nếu bỏ qua dao động dọc của thanh truyền thì các biểu thức (2.2), (2.3) có dạng:

$$\begin{aligned} v_x &= -l_2 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) - \dot{\varphi}_3 w, \\ v_y &= -l_2 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \frac{\partial w}{\partial t} + \dot{\varphi}_3 x \end{aligned} \quad (2.4)$$

và

$$\begin{aligned} a_x &= -l_2 \ddot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) - l_2 \dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - 2\dot{\varphi}_3 \frac{\partial w}{\partial t} - \ddot{\varphi}_3 w - \dot{\varphi}_3^2 x, \\ a_y &= -l_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - l_2 \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \dot{\varphi}_3^2 w \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ngoài ra, ta còn có các phương trình ràng buộc:

$$\begin{aligned} l_2 \cos \varphi_2 + [l_3 + u(l, t)] \cos \varphi_3 - l_4 \cos \varphi_4 - l_1 \cos \theta &= 0, \\ l_2 \sin \varphi_2 + [l_3 + u(l, t)] \sin \varphi_3 - l_4 \sin \varphi_4 - l_1 \sin \theta &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Nếu bỏ qua dao động dọc của thanh truyền thì (2.6) có dạng:

$$\begin{aligned} l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 - l_4 \cos \varphi_4 - l_1 \cos \theta &= 0, \\ l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 - l_4 \sin \varphi_4 - l_1 \sin \theta &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Từ (2.7) khi biết quy luật $\varphi_2 = \varphi_2(t)$ ta sẽ tìm được $\varphi_3(t), \varphi_4(t)$.

3. THIẾT LẬP PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG UỐN CỦA THANH TRUYỀN

Áp dụng phương pháp tách cấu trúc, ta tách cơ cấu thành 3 hệ con: OA, CB và AB (hình 3, 4, 5).

Trước hết, áp dụng nguyên lý d'Alambert ta tính toán các biểu thức xác định phản lực ở các khớp nối.

Với tay quay OA (hình 3), ta có:

$$X_0 = -X_A + P_2 \sin \varphi_3 - \frac{P_2}{g} s_2 [\dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3 + \alpha_2) + \ddot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3 + \alpha_2)], \quad (3.1)$$

$$Y_0 = -Y_A + P_2 \cos \varphi_3 - \frac{P_2}{g} s_2 [\dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3 + \alpha_2) - \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3 + \alpha_2)], \quad (3.2)$$

$$M_d = J_0 \ddot{\varphi}_2 + \ell_2 [X_A \sin(\varphi_2 - \varphi_3) - Y_A \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \frac{s_2}{\ell_2} P_2 \cos(\varphi_2 + \alpha_2)]. \quad (3.3)$$

Trong đó J_0 - mô men quán tính của OA lấy đối với O.

Với cần lắc CB (hình 4), ta dễ dàng tìm được:

$$X_c = X_B + P_4 \sin \varphi_3 - \frac{P_4}{g} s_4 [\dot{\varphi}_4 \cos(\varphi_4 - \varphi_3 + \alpha_4) + \ddot{\varphi}_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3 + \alpha_4)], \quad (3.4)$$

$$Y_c = Y_B + P_4 \cos \varphi_3 - \frac{P_4}{g} s_4 [\dot{\varphi}_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3 + \alpha_4) - \ddot{\varphi}_4 \cos(\varphi_4 - \varphi_3 + \alpha_4)], \quad (3.5)$$

$$X_B = B_4 + \cotg(\varphi_4 - \varphi_3) \cdot Y_B. \quad (3.6)$$

trong đó

$$B_4 = \frac{P_4 s_4 \cos(\varphi_4 + \alpha_4) + J_c \ddot{\varphi}_4}{\ell_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}$$

và J_c - mô men quán tính của CB lấy đối với C.

Với thanh truyền AB (hình 5) ta được:

$$X_A = X_B - \int_0^{\ell_3} [\mu(g \sin \varphi_3 + a_x) + C_x v_x] dx, \quad (3.7)$$

$$Y_A = Y_B - \int_0^{\ell_3} [\mu(g \cos \varphi_3 + a_y) + C_y v_y] dx, \quad (3.8)$$

$$Y_B = \frac{1}{\ell_3} \left\{ \int_0^{\ell_3} \rho J \left(\ddot{\varphi}_3 + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \right) dx + \int_0^{\ell_3} [\mu(g \cos \varphi_3 + a_y) + C_y v_y] x dx - \int_0^{\ell_3} [\mu(g \sin \varphi_3 + a_x) + C_x v_x] w dx \right\}. \quad (3.9)$$

Ở đây v_x, v_y, a_x, a_y được tính theo (2.4), (2.5). C_x, C_y là hệ số cản ngoài.

μ - khối lượng phân bố trên đơn vị dài,

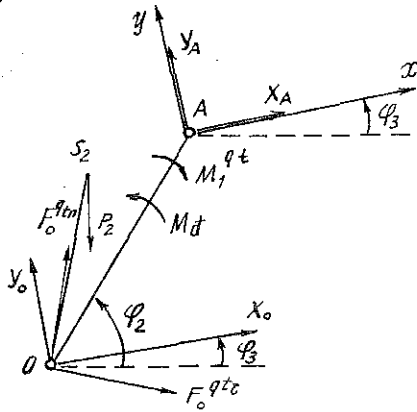
ρ - mật độ khối, g - gia tốc trọng trường,

J - mô men quán tính mặt lấy đối với trục vuông góc với mặt phẳng chứa cơ cấu

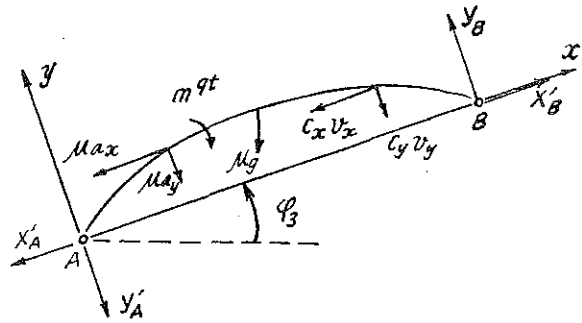
$$m^{qt} = \rho J (\ddot{\varphi}_3 + \ddot{\gamma}) = \rho J \left(\ddot{\varphi}_3 + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \right)$$

với γ - góc của thanh, $\gamma \approx \frac{\partial w}{\partial x}$

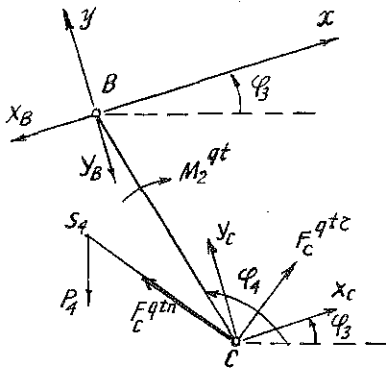
Để thiết lập phương trình dao động uốn của thanh AB ta xét một phần tử có chiều dài dx (hình 6).



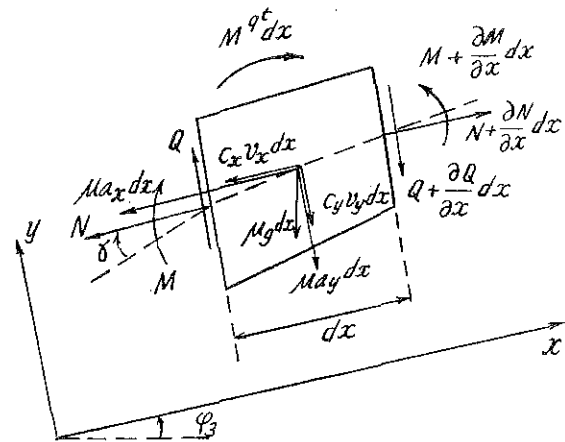
Hình 3



Hình 5



Hình 4



Hình 6

Áp dụng nguyên lý d'Alembert và sử dụng hệ thức liên hệ giữa biến dạng và ứng suất $\sigma = E(\epsilon + \alpha_c \frac{\partial \epsilon}{\partial t})$ [8], ở đây α_c - hệ số cản trong, sau vài phép biến đổi ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EJ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha_c \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho J \left(\ddot{\varphi}_3 + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \right) \right] - \\ & - \left\{ X_B - \int_x^{\ell_3} \mu(\bar{x}) \left[g \sin \varphi_3 + a_x(\bar{x}) \right] d\bar{x} - \int_0^{\ell_3} C_x(\bar{x}) V_x(\bar{x}) d\bar{x} \right\} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \\ & - \left[\mu(g \sin \varphi_3 + a_x) + C_x v_x \right] \frac{\partial w}{\partial x} + \mu(g \cos \varphi_3 + a_y) + C_y v_y = 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dưới đây, xét một trường hợp hay gặp trong thực tế kỹ thuật: chuyển động của khâu dẫn được cho trước $\varphi_2 = \varphi_2(t)$. Khi đó ta được hệ khép kín đủ giải.

Khử X_B từ (3.6) và (3.9) rồi thay vào (3.10) ta được:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EJ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha_c \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho J \left(\ddot{\varphi}_3 + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \right) \right] - \\
& - \left\{ B_4 + \frac{1}{\ell_3} \cotg(\varphi_4 - \varphi_3) \left[\int_0^{\ell_3} \rho J \left(\ddot{\varphi}_3 + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \right) dx + \right. \right. \\
& + \int_0^{\ell_3} (\mu(g \cos \varphi_3 + a_y) + C_y v_y) x dx - \int_0^{\ell_3} (\mu(g \sin \varphi_3 + a_x) + C_x v_x) w dx \left. \right] - \\
& - \int_x^{\ell_3} \mu(\bar{x}) [g \sin \varphi_3 + a_x(\bar{x})] d\bar{x} - \int_x^{\ell_3} C_x(\bar{x}) v_x(\bar{x}) d\bar{x} \left. \right\} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \\
& - [\mu(g \sin \varphi_3 + a_x) + C_x v_x] \frac{\partial w}{\partial x} + \mu(g \cos \varphi_3 + a_y) + C_y v_y = 0. \tag{3.11}
\end{aligned}$$

Phương trình (3.11) là phương trình đạo hàm riêng phi tuyến. Ta có điều kiện biên:

$$w(0, t) = w(\ell_3, t) = 0 \tag{3.12}$$

Sau khi tìm được $w(x, t)$ thay vào 9 phương trình (3.1) đến (3.9) ta sẽ dễ dàng tìm được 8 thành phần phản lực $X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_0, Y_0, X_c, Y_c$ và mô men phát động M_d . Vì vậy nhiệm vụ cơ bản và khó khăn nhất là tìm được hàm dịch chuyển ngang $w(x, t)$.

4. DAO ĐỘNG UỐN NHỎ CỦA THANH TRUYỀN KHI KHÂU DẪN QUAY ĐỀU

Ở đây giới hạn xét dao động uốn nhỏ của thanh truyền thẳng đồng chất, có thiết diện không đổi và hệ số cản là hằng. Giả sử tay quay OA quay đều với vận tốc góc không đổi là Ω :

$$\varphi_2 = \Omega t \tag{4.1}$$

Đặt $\psi = \varphi_2 - \varphi_3 = \Omega t - \varphi_3$

Thay (2.4), (2.5) vào (3.11), chú ý đến (4.1) và bỏ qua các thành phần phi tuyến, sau vài phép biến đổi ta được:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \alpha_5 \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} - \frac{\rho}{E} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - [f_4(t) + f_3(t)x - f_2(t) \frac{x^2}{2}] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - [f_3(t) - f_2(t)x] \frac{\partial w}{\partial x} + \\
& + \frac{\mu}{EJ} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{C_y}{EJ} \frac{\partial w}{\partial t} - f_2(t) \cdot w = -f_0(t) - f_1(t) \cdot x \tag{4.2}
\end{aligned}$$

Trong đó:

$$f_0(t) = \frac{\mu}{EJ} (g \cos \varphi_3 - \ell_2 \Omega^2 \sin \psi) + \frac{C_y}{EJ} \ell_2 \Omega \cos \psi,$$

$$f_1(t) = \frac{\mu}{EJ} \ddot{\varphi}_3 + \frac{C_y}{EJ} \dot{\varphi}_3; \quad f_2(t) = \frac{\mu}{EJ} \dot{\varphi}_3^2,$$

$$f_3(t) = \frac{\mu}{EJ} (g \sin \varphi_3 - \ell_2 \Omega^2 \cos \psi) - \frac{C_x}{EJ} \ell_2 \Omega \sin \psi,$$

$$f_4(t) = B_4 + \cotg(\varphi_4 - \varphi_3) \left[\frac{\rho}{E} \ddot{\varphi}_3 + f_0(t) \cdot \frac{\ell_3}{2} + f_1(t) \cdot \frac{\ell_3^2}{3} \right] - f_3(t) \cdot \ell_3 + f_2(t) \cdot \frac{\ell_3^2}{2}.$$

Chú ý rằng do (4.1) nên các hàm $f_i(t)$, ($i = 0, \dots, 4$) đều là các hàm tuần hoàn của t với chu kỳ $2\pi/\Omega$.

Do điều kiện (3.12) nên ta tìm nghiệm $w(x, t)$ của phương trình (4.3) dưới dạng

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^I q_i(t) \cdot \sin i \frac{\pi}{\ell_3} x \quad (4.3)$$

Thay (4.3) vào (4.2), sau đó lần lượt nhân hai vế với $\sin j \frac{\pi}{\ell_3} x$ ($j = 1, \dots, I$) rồi lấy tích phân theo x từ 0 đến ℓ_3 . Ta được:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\rho}{E} j^2 \frac{\pi^2}{\ell_3^2} + \frac{\mu}{EJ} \right) \ddot{q}_j + \left(\alpha_c \cdot j^4 \frac{\pi^4}{\ell_3^4} + \frac{C_y}{EJ} \right) \dot{q}_j + \\ & + \left[j^4 \frac{\pi^4}{\ell_3^4} + j^2 \frac{\pi^2}{\ell_3^2} f_4(t) + j^2 \frac{\pi^2}{2\ell_3} f_3(t) - \left(\frac{5}{4} + j^2 \frac{\pi^2}{6} \right) f_2(t) \right] q_j \\ & - \sum_{\substack{(i+j) \text{ lẻ} \\ (i+j) \text{ chẵn}}} \alpha_{ij} \left[\frac{2}{\ell_3} f_3(t) - f_2(t) \right] q_i - \sum_{\substack{i \neq j \\ (i+j) \text{ chẵn}}} \alpha_{ij} f_2(t) \cdot q_i = h_j(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$j = 1, \dots, I$

Trong đó

$$h_j = \begin{cases} \frac{1}{j} \cdot \frac{2\ell_3}{\pi} f_1(t) & \text{khi } j \text{ chẵn} \\ -\frac{1}{j} \left[\frac{4}{\pi} f_0(t) + \frac{2\ell_3}{\pi} f_1(t) \right] & \text{khi } j \text{ lẻ} \\ \alpha_{ij} = ij \left[\frac{1}{(i-j)^2} + \frac{1}{(i+j)^2} \right] \end{cases}$$

Hệ phương trình (4.4) có thể viết được dưới dạng ma trận

$$\underline{M} \ddot{\bar{q}} + \underline{B} \dot{\bar{q}} + \underline{C} \bar{q} = \bar{h}(t) \quad (4.5)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \bar{q} &= (q_1, \dots, q_I)^T \\ \bar{h} &= (h_1, \dots, h_I)^T \end{aligned}$$

\underline{M} , \underline{B} , \underline{C} là các ma trận vuông cấp I có các hệ số như sau:

$$m_{ij} = \left(\frac{\rho}{E} \cdot \frac{\pi^2}{\ell_3^2} j^2 + \frac{\mu}{EJ} \right) \delta_{ij}^i, \quad b_{ij} = \left(\alpha_c \frac{\pi^4}{\ell_3^4} j^4 + \frac{C_y}{EJ} \right) \delta_{ij}$$

với

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu } i \neq j \\ 1 & \text{nếu } i = j \end{cases}$$

$$C_{ij} = \begin{cases} j^4 \frac{\pi^4}{\ell_3^4} + j^2 \frac{\pi^2}{\ell_3^2} f_4(t) + j^2 \frac{\pi^2}{2\ell_3} f_3(t) - \left(\frac{5}{4} + j^2 \frac{\pi^2}{6} \right) f_2(t) & \text{khi } i = j \\ -\alpha_{ij} \left[\frac{2}{\ell_3} f_3(t) - f_2(t) \right] & \text{khi } (i+j) \text{ lẻ} \\ -\alpha_{ij} f_2(t) & \text{khi } i \neq j \text{ và } (i+j) \text{ chẵn} \end{cases}$$

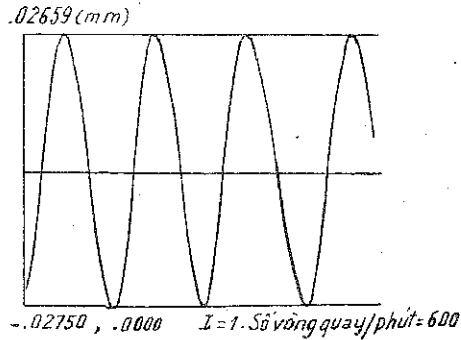
Việc tìm nghiệm tuần hoàn của hệ phương trình (4.5) bằng phương pháp số đã được xét kỹ trong [5, 6, 7]. Trên cơ sở thuật toán ở trên, một hệ phương trình tính toán các điều kiện ổn định

động lực và dao động uốn tuần hoàn của thanh truyền trong cơ cấu bốn khâu đã được thiết lập. Chương trình được viết bằng ngôn ngữ FORTRAN 77.

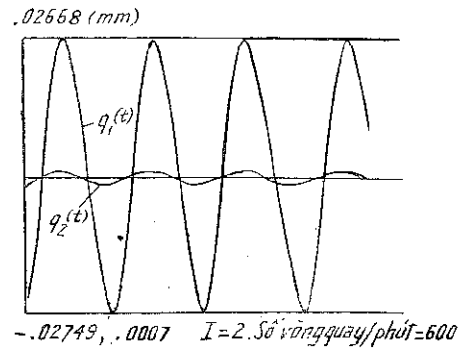
5. THÍ DỤ

Để tính toán bằng số, ta lấy các số liệu

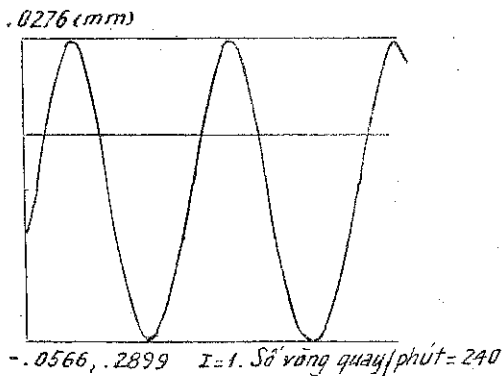
$\alpha_c = 10^{-4}$; $C_x = C_y = 0$, $\theta = 0$; $s_1 = l_1/2$; $l_1 = 1000\text{mm}$; $l_2 = 50\text{mm}$; $l_3 = 800\text{mm}$; $l_4 = 800\text{mm}$. Khối lượng của thanh truyền là 3,744kg, của cần lắc là 15kg. Thanh truyền có mô đun đàn hồi $E = 21 \cdot 10^7 \text{kgmm}^{-1}\text{s}^{-2}$, có thiết diện hình chữ nhật với các cạnh 20 mm và 30 mm. Một phần các kết quả tính toán cho trên các hình 7a đến 7d.



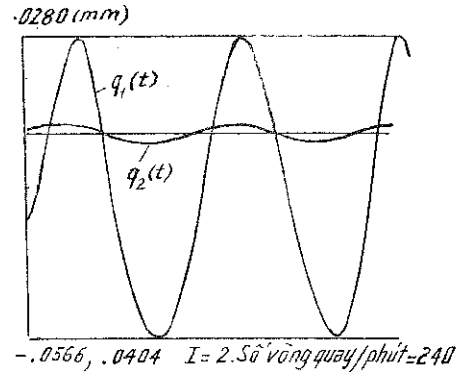
Hình 7a



Hình 7b



Hình 7c



Hình 7d

Từ các hình 7a, b, c, d và các kết quả tương ứng với các số vòng quay khác, chúng ta thấy rằng với $I = 2$ thì $q_2(t)$ rất nhỏ so với $q_1(t)$ và giá trị của $q_1(t)$ ở $I = 1$ và $I = 2$ hầu như không thay đổi. Điều này minh họa cho lý do trong phần lớn các công trình nghiên cứu trước đây, người ta thường giới hạn tìm nghiệm dưới dạng

$$w(x, t) = \sin \frac{\pi}{l_3} x \cdot q(t)$$

6. KẾT LUẬN

Tính toán dao động uốn của các khâu nối trong cơ cấu nhiều khâu là bài toán dao động uốn tương đối của một hệ hỗn hợp vật rắn và vật đàn hồi. Đó là một trong các bài toán phức tạp của động lực học cơ cấu.

Trong công trình này, áp dụng phương pháp tách cấu trúc đã thiết lập phương trình dao động uốn tương đối của thanh truyền trong cơ cấu bốn khâu bản lề. Phương pháp nêu ra có ưu việt hơn các phương pháp khác [1, 2, 3, 4] ở chỗ tổng quát hơn và không đưa ra các giả thiết đặc biệt.

Trong trường hợp khâu dẫn quay đều đã biến đổi phương trình đạo hàm riêng mô tả dao động uốn của thanh truyền về hệ phương trình vi phân tuyến tính hệ số tuần hoàn. Sau đó tìm điều kiện ổn định động lực và nghiệm bình ổn tuần hoàn bằng phương pháp số. Bài toán này chưa được các tác giả khác giải quyết.

Các kết quả thu được để dành mở rộng nghiên cứu dao động uốn trong các cơ cấu nhiều khâu. Vấn đề này đang được nghiên cứu tiếp.

Địa chỉ:
Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Nhận ngày 17/12/1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. W. Meyer zur Capellen. Biegungsschwingungen in der Koppel einer Kurbelschwinge. Oesterreiches Ingenieur-Archiv, Band XVI(1962), S. 341-348.
2. Houben H. Untersuchungen ueber die Stabilitaet elastischer Bewegungen in der Koppel eines Viergelenkgetriebes. Diss. TH Aschen 1965.
3. Iman I., Sandor G. N., Kramer S. N. Deflection and Stress Analysis in High speed Planar Mechanisms with Elastic Links. Trans. AESM, Series B, Vol 95, N. 2, 1973.
4. Goecke H., Horn H. Ein Beitrag zur Berueckoichtigung der Biegeelastizitaeten von Koppelgliedern bei dynamischen Analyse ebener Koppelgetriebe. WZ der THK 17(1975), H. 2, S. 187-200.
5. Nguyen Van Khang. Numerische Bestimmung der dynamischen Stabilitaetsparameter und periodischen Schwingungen eberner Mechamismen. Rev. Roum. Sci. Techn. - Mec. Appl. 27(1982), N.4, s. 495-507.
6. Nguyen Van Khang. Dynamische Stabilitaet und periodische Schwingungen in Mechanismen. Diss B, THK 1986.
7. Phan Nguyên Di, Nguyễn Văn Khang. Tính toán dao động máy. Nxb Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội 1990.
8. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. Изд. высшая школа, М., 1972 стр. 169.

РЕЗЮМЕ

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИЗГИБНОГО КОЛЕБАНИЯ ШАТУНА В ЧЕТЫРЕХЗВЕННОМ МЕХАНИЗМЕ

В данной работе, методом подсистемы было составлено уравнение изгибного колебания четырехзвеного механизма в частных производных.

В результате были преобразованы эти уравнения системой обыкновенных уравнений с периодическими коэффициентами. Была составлена программы на ЭВМ для соискания условий кинематической устойчивости и решений этих уравнений. Приведен пример.