Tạp chí CƠ HỌC, tập XIII, 1991, số 1 (1 — 8)

SỰ MẤT ỔN ĐỊNH CỦA DÒNG CHẢY CÓ MANG BÙN CÁT LƠ LỬNG TRONG KÊNH HỞ NGHIÊNG

NGUYỄN VĂN ĐIỆP, ĐẶNG HỮU CHUNG

Bài toán về sự mất ổn định và phát triển của nhiễu bé đối với dòng chảy thuần nhất trong kênh hở nghiêng đã được nghiên cứu bằng phương pháp khảo sát tuyến tính [6], trong đó đáy được xem là cứng, nghĩa là không đặt ra vấn đề biến hình lòng dẫn. Đối với bài toán có biến dạng đáy một số tác giả đã nghiên cứu bằng phương pháp phi tuyến nhưng cũng chỉ dừng lại với giả thiết không có bùn cát lơ lửng [2, 3, 5].

Trong bài báo này, các tác giả nghiên cứu sự mất ổn định và phát triển phi tuyến của nghiệm dừng với nhiễu bé của dòng chảy có mang theo bùn cát lơ lửng trong kênh hở nghiêng. Ở đây đáy được xem là cứng và trong quá trình chuyển động không xẩy ra sự lắng. Mô hình toán học được xây dựng từ lý thuyết khuếch tán suy rộng [1].

1. ĐẶT BÀI TOÁN

Hệ phương trình mô tả chuyển động của dòng có mang theo bùn cát lơ lửng trong kênh hở nghiêng có đáy phẳng, cứng và giả sử không xẩy ra sự lắng trong quá trình chuyển động gồm [1]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial H}{\partial t} + U\frac{\partial H}{\partial x} + H\frac{\partial U}{\partial x} = 0,\\
&\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2}gH\frac{\gamma}{\overline{\rho}}\cos\alpha\frac{\partial \overline{C}}{\partial x} + \frac{\gamma}{\overline{\rho}\rho_s}\Big(\frac{\partial \overline{J}_x}{\partial t} + U\frac{\partial \overline{J}_x}{\partial x}\Big) + g\cos\alpha\frac{\partial H}{\partial x} = g\sin\alpha - C_f\frac{U|U|}{H},\\
&\frac{\partial \overline{C}}{\partial t} + U\frac{\partial \overline{C}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_s}\frac{\partial \overline{J}_x}{\partial x} = 0,\\
&\frac{\partial \overline{J}_x}{\partial t} + U\frac{\partial \overline{J}_x}{\partial x} + \gamma\overline{C}\Big(\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x}\Big) + D\overline{C}\frac{\partial \overline{C}}{\partial x} = \overline{C}\Big(\gamma g\sin\alpha - \frac{\overline{J}_x}{k}\Big).
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Trong đó $\overline{C}$, $\overline{\rho}$, U, $\overline{J}_x$ là các đại lượng trung bình theo chiều cao của nồng độ thể tích, mật độ của hỗn hợp hai pha, vận tốc và dòng khuếch tán, x tọa độ trên trục nghiêng, α góc nghiêng của trục kênh so với phương nằm ngang, H độ sâu, g gia tốc trọng trường, t thời gian, ρ_s, ρ_w khối lượng riêng của pha rắn và pha lỏng tương ứng, γ hiệu giữa ρ_s và ρ_w, C_f, D, k các hệ số.

Để đơn giản, trong khuôn khổ bài báo này, ta giả thiết rằng $\overline{J}_x$ biến đổi rất chậm so với thời gian, nghĩa là có thể xem $\dfrac{d\overline{J}_x}{dt} = 0$. Ta đưa vào các đại lượng không thứ nguyên:

$$
\begin{aligned}
&u = \frac{U}{\sqrt{gH_0}}, \quad h = \frac{H}{H_0}, \quad x' = \frac{x}{L_0}, \\
&t' = \sqrt{gH_0}\frac{t}{L_0}, \quad J = \frac{H_0\overline{J}_x}{\rho_s Q_s}, \quad C = \overline{C}(x', t').
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

Trong đó Q_s, H_0, L_0, $\sqrt{gH_0}$ lần lượt là các đại lượng đặc trưng của tốc độ tải bùn cát lơ lửng, độ sâu, chiều dài dòng chảy và vận tốc dòng tương ứng. Thay (1.2) vào (1.1) và vẫn sử dụng các ký hiệu x, t, ρ, C thay cho x', t' $\overline{\rho}$, $\overline{C}$ ta nhận được hệ phương trình với các biến không thứ nguyên sau:

$$
\begin{aligned}
&h_t + uh_x + hu_x = 0, \\
&\chi\left[u_t + uu_x + \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho}\cos\alpha hC_x + \cos\alpha h_x\right] = 1 - \frac{u^2}{F^2 h}, \\
&C_t + uC_x + \beta_1 J_x = 0, \\
&J = J^* - \chi J^*(EC_x + u_t + uu_x),
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

với

$$
\begin{aligned}
&E = \frac{D}{gH_0\gamma}, \quad J^* = \frac{\gamma}{\rho_s}\cdot\frac{\sqrt{gH_0}\cdot k}{H_0}\cdot\frac{\sin\alpha}{\beta_1}, \\
&\chi = \frac{H_0}{L_0\sin\alpha}, \quad \beta_1 = \frac{Q_s}{\sqrt{gH_0}\cdot H_0}, \quad F = \sqrt{\frac{\sin\alpha}{C_f}}.
\end{aligned}
$$

Ta dễ dàng tìm được nghiệm dừng của (1.3) là:

$$h = 1, \quad u = F, \quad C = C^\circ. \tag{1.4}$$

Giả sử trong lân cận trạng thái dừng, tại thời điểm $t = 0$ xuất hiện nhiễu vô cùng bé với biên độ không thứ nguyên $\varepsilon \ll 1$

$$h(x,0) = 1 + \varepsilon\varphi_1(x), \quad u(x,0) = F + \varepsilon\varphi_2(x), \quad C(x,0) = C^\circ + \varepsilon\varphi_3(x) \tag{1.5}$$

với $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ là các hàm địa phương, bị chặn cho trước. Bây giờ chúng ta cần khảo sát điều kiện ổn định và sự phát triển của nhiễu khi thời gian t lớn, nghĩa là cần khảo sát nghiệm của (1.3) thỏa mãn điều kiện ban đầu (1.5). Chúng ta xét trường hợp $\beta_1 \ll 1$, $\varepsilon \ll J^* \ll 1$, $F = 0(1)$, $\chi = 0(1)$. Vẫn không mất tính tổng quát, để tiện ta xem $\chi = 1$.

2. KHẢO SÁT TUYẾN TÍNH

Từ (1.5) ta tìm nghiệm của (1.3) dưới dạng:

$$h = 1 + \varepsilon h_0 + \ldots, \quad u = F + \varepsilon u_0 + \ldots, \quad C = C^\circ + \varepsilon C_0 + \ldots, \tag{2.1}$$

Thay (2.1) vào (1.3) ta nhận được hệ phương trình:

$$
\begin{aligned}
&h_{0t} + F h_{0x} + u_{0x} = 0,\\
&u_{0t} + F u_{0x} + \cos\alpha h_{0x} + \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}\cos\alpha C_{0x} + \frac{2u_0}{F} - h_0 = 0,\\
&C_{0t} + F C_{0x} = 0.
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

Phương trình cuối của (2.2) cho ta nghiệm $C_0 = S(x - Ft)$, S hàm tùy ý. Sử dụng điều kiện ban đầu (1.5) và chú ý tới (2.1) ta có:

$$
C_0 = \varphi_3(x - Ft) \tag{2.3}
$$

với C_0 đã được xác định từ hai phương trình đầu của (2.2) là hệ phương trình vi phân tuyến tính không thuần nhất của h_0 và u_0:

$$
\begin{aligned}
&h_{0t} + F h_{0x} + u_{0x} = 0,\\
&u_{0t} + F u_{0x} + \cos\alpha h_{0x} + \frac{2u_0}{F} - h_0 = -\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}\cos\alpha\varphi_{3\xi}(\varsigma)
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

với $\varsigma = x - Ft$. Nghiệm riêng của hệ này tìm được như sau:

$$
\begin{aligned}
&u_0^{(p)} = C_1 e^{-\frac{2}{F}t},\\
&h_0^{(p)} = e^{\frac{x-Ft}{\cos\alpha}}\Big[-\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}\int\limits_{-\infty}^{x-Ft}\varphi_{3\xi}(\varsigma)e^{\frac{-\xi}{\cos\alpha}}d\varsigma + C_2\Big]
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

C_1, C_2 các thông số tùy ý. Hệ phương trình thuần nhất tương ứng với (2.4) đã được xét trong [5, 6]. Vì $u_0^{(p)}, h_0^{(p)} \to 0$ khi $t \to \infty$ hay $x \to \infty$, do đó điều kiện ổn định của nhiễu bé trong trường hợp này hoàn toàn trùng với điều kiện đã xét ở [6]: $\mathrm{tg}\alpha \le 4C_f$

Ta dễ dàng nhận được nghiệm của (2.2) trong trường hợp tới hạn $\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}\alpha_{cr} = 4C_f$ như sau:

$$
\begin{aligned}
&h_0 = f\big(x - \frac{3F_0}{2}t\big) + g\big(x - \frac{F_0}{2}t\big)e^{-\frac{2}{F_0}t} + h_0^{(p)}(x - F_0 t),\\
&u_0 = \frac{F_0}{2}f\big(-\frac{3F_0}{2}t\big) + \big[-\frac{F_0}{2}g\big(x - \frac{F_0}{2}t\big) + \frac{2}{F_0}\int\limits_{-\infty}^{x-\frac{F_0}{2}t} g(\hat{x})d\hat{x}\,\big]\,e^{-\frac{F_0}{2}t} + u_0^{(p)},\\
&C_0 = \varphi_3(x - F_0 t)
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

với f, g các hàm bất kỳ và sẽ được xác định khi sử dụng các điều kiện ban đầu (1.5). Như vậy, trong trường hợp góc nghiêng tới hạn từ (2.6) ta thấy rằng khi dòng chảy ở trạng thái dừng xảy ra nhiễu bé thì các nhiễu này sẽ lan truyền xuôi dòng dưới dạng sóng với các mốt: $3F_0/2$, $F_0/2$, F_0 trong đó các mốt $F_0/2$, F_0 là tắt dần theo thời gian và mốt $3F_0/2$ không thay đổi hình dạng. Riêng đối với sóng nồng độ bùn cát lan truyền với mốt F_0 không thay đổi hình dạng. Điều này được giải thích do dòng khuếch tán quá bé, do đó nó bị bỏ qua trong khảo sát tuyến tính.

3. KHẢO SÁT PHI TUYẾN

Bây giờ ta tiếp tục khảo sát sự phát triển phi tuyến của nhiễu bé trong trường hợp lân cận trạng thái tới hạn. Lúc này bài toán đang xét có ba tham số bé ε, β_1 và $\lambda = \alpha - \alpha_{cr}$. Lời giải tiệm cận của (1.3) được tìm dưới dạng:

$$\begin{aligned} h &= 1 + \varepsilon(h_0 + \varepsilon h_1 + \lambda h_2 + \beta_1 h_3 + \dots), \\ u &= F + \varepsilon(u_0 + \varepsilon u_1 + \lambda u_2 + \beta_1 u_3 + \dots), \\ C &= C^0 + \varepsilon(C_0 + \varepsilon C_1 + \lambda C_2 + \beta_1 C_3 + \dots) \end{aligned} \tag{3.1}$$

với

$$F = F_0 + \lambda F_1 + 0(\lambda^2), \quad \cos\alpha = a_0 + \lambda a_1 + 0(\lambda^2), \quad \sin\alpha = -a_1 + \lambda a_0 + 0(\lambda^2),$$

$$\rho = \rho_0 + \varepsilon\gamma C_0, \quad a_0 = \cos\alpha_{cr} = \frac{F_0^2}{4}, \quad F_0 = \sqrt{\frac{\sin\alpha_{cr}}{C_f}}, \quad \rho_0 = \rho_w + \gamma C^o$$

Ta thực hiện phép đổi biến

$$\begin{cases} T &= t, \\ \xi &= x - \dfrac{3F_0}{2}t \end{cases} \quad (3.2) \quad \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t} &= \dfrac{\partial}{\partial T} - \dfrac{3F_0}{2}\dfrac{\partial}{\partial \xi}, \\ \dfrac{\partial}{\partial x} &= \dfrac{\partial}{\partial \xi} \end{cases} \tag{3.3}$$

Thay (3.1), (3.2) và (3.3) vào (1.3) với xấp xỉ bậc ε ta có:

$$\begin{aligned} & h_{0T} - \frac{F_0}{2}h_{0\xi} + u_{0\xi} = 0, \\ & u_{0T} - \frac{F_0}{2}u_{0\xi} + a_0 h_{0\xi} + \frac{2u_0}{F_0} - h_0 = -\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}a_0 C_{0\xi}, \\ & C_{0T} - \frac{F_0}{2}C_{0\xi} = 0. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Nghiệm của (3.4) chính là (2.6). Tuy nhiên, ta chỉ quan tâm đến thành phần không bị triệt tiêu khi $t \to \infty$. Do đó nghiệm được xét khi chưa bị ràng buộc bởi điều kiện ban đầu là:

$$h_0 = f(\xi), \qquad u_0 = \frac{F_0}{2}f(\xi), \qquad C_0 = S\big(\xi + \frac{F_0}{2}T\big). \tag{3.5}$$

Hệ phương trình liên hợp với hai phương trình đầu của (3.4) như sau(xem [5]):

$$\begin{aligned} & \frac{F_0}{2}h_\xi^* - a_0 u_\xi^* - u^* = 0, \\ & \frac{F_0}{2}u_\xi^* + \frac{2}{F_0}u^* - h_\xi^* = 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

và nghiệm của (3.6) là :

$$u^* = \eta'(\xi), \qquad h^* = \frac{F_0}{2}\eta'(\xi) + \frac{2}{F_0}\eta(\xi). \tag{3.7}$$

với $\eta(\xi)$ là hàm bất kỳ của ξ và giả sử rằng $\eta(\xi) \to 0$ khi $\xi \to \pm\infty$

a. Xấp xỉ bậc ε^2

Thay (3.1) vào (1.3) và sử dụng (3.2), (3.3) ta nhận được:

$$\begin{aligned}
&h_{1T} - \frac{F_0}{2}h_{1\xi} + u_{1\xi} = -(u_0h_0)_\xi,\\
&u_{1T} - \frac{F_0}{2}u_{1\xi} + a_0h_{1\xi} + \frac{2}{F_0}u_1 - h_1 = -u_0u_{0\xi} -\\
&\quad - \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}a_0(h_0C_0 + C_1)_\xi + \frac{1}{2}\Big(\frac{\gamma}{\rho_0}\Big)^2 a_0C_0C_{0\xi} - h_0^2 - \frac{u_0^2}{F_0^2} + \frac{2u_0}{F_0}h_0,\\
&C_{1T} - \frac{F_0}{2}C_{1\xi} = 0.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Nhân phương trình đầu của (3.8) với h^* và phương trình thứ hai với u^*, sau đó lấy tổng và tích phân hai vế theo ξ từ $-\infty$ đến $+\infty$ ta có:

$$\langle h_1h^* + u_1u^*\rangle_T = -\langle \frac{F_0}{2}(f^2)_\xi h^* + \frac{1}{4}(F_0^2 ff_\xi + f^2)u^*\rangle + A(T) \tag{3.9}$$

với $A(t)$ là tích phân của tất cả các thành phần còn lại.

$\langle\ \rangle$ ký hiệu tích phân theo ξ từ $-\infty$ đến $+\infty$

Nếu thành phần thứ nhất của vế phải (3.9) là khác không thì ít nhất h_1 hay u_1 sẽ tăng tuyến tính theo T, lúc đó lời giải tiệm cận sẽ không hội tụ khi $t \to \infty$. Do đó cần phải sử dụng phương pháp nhiều cỡ thời gian:

$$\tau_0 = T, \quad \tau_1 = \varepsilon T, \quad \tau_2 = \lambda T, \quad \text{và} \quad \tau_3 = \beta_1 T. \tag{3.10}$$

Trong đó τ_1, τ_2, τ_3 là các cỡ thời gian chậm. Lúc này thành phần $\frac{\partial}{\partial T}$ ở (3.3) trở thành:

$$\frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial \tau_0} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial \tau_1} + \lambda\frac{\partial}{\partial \tau_2} + \beta_1\frac{\partial}{\partial \tau_3}. \tag{3.11}$$

Sử dụng (3.10) và (3.11) trong hai phương trình đầu của (2.8) ta có:

$$\begin{aligned}
&h_{1\tau_0} - \frac{F_0}{2}h_{1\xi} + u_{1\xi} = -h_{0\tau_1} - (u_0h_0)_\xi,\\
&u_{1\tau_0} - \frac{F_0}{2}u_{1\xi} + a_0h_{1\xi} + \frac{2u_1}{F_0} - h_1 = -u_0u_{0\xi} -\\
&\quad - \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}a_0(h_0C_0 + C_1)_\xi + \frac{1}{2}\Big(\frac{\gamma}{\rho_0}\Big)^2 a_0C_0C_{0\xi} - h_0^2 - \frac{u_0^2}{F_0^2} + \frac{2u_0}{F_0}h_0 - u_{0\tau_1}.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Để khử thành phần tăng tuyến tính theo τ_0 ta đi đến điều kiện sau:

$$\begin{aligned}
&f = f(\xi, \tau_1),\\
&\Big(\frac{2}{F_0}f - F_0f_\xi\Big)_{\tau_1} + \frac{3}{2}ff_\xi - \frac{3F_0^2}{4}(ff_\xi)_\xi = 0.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Ta chuyển phương trình thứ ba của (3.8) sang tọa độ (T, ς):

$$\begin{aligned}
&T = T,\\
&\varsigma = \xi + \frac{F_0}{2}T.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Ta nhận được:

$$C_{1\tau_0} = -C_{0\tau_1} - u_0 C_{0\varsigma}. \tag{3.15}$$

Cũng với lý do trên ta cần phải có điều kiện:

$$\begin{aligned} &C_0 = C_0(\varsigma, \tau_1), \\ &C_{0\tau_1} = 0. \end{aligned} \tag{3.16}$$

b. Xấp xỉ bậc $\varepsilon\lambda$

Thay (3.1) vào (1.3) và sử dụng (3.2), (3.3), (3.10) và (3.11) ta được:

$$\begin{aligned} &h_{2\tau_0} - \frac{F_0}{2} h_{2\xi} + u_{2\xi} = -h_{0\tau_2} - F_1 h_{0\xi}, \\ &u_{2\tau_0} - \frac{F_0}{2} u_{2\xi} + a_0 h_{2\xi} + \frac{2}{F_0} u_2 - h_2 = -u_{0\tau_2} - \\ &\qquad - F_1 u_{0\xi} - \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0}(a_0 C_2 + a_1 C_0)_\xi - a_1 h_{0\xi} + \frac{2F_1}{F_0^2} u_0, \\ &C_{2\tau_0} - \frac{F_0}{2} C_{2\xi} = -C_{0\tau_2} - F_1 C_{0\xi}. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Điều kiện đối với hai phương trình đầu của (3.17) là:

$$\begin{aligned} &f = f(\xi, \tau_2), \\ &\Big(\frac{2}{F_0} f - F_0 f_\xi\Big)_{\tau_2} + (\sin\alpha_{cr} - F_0 F_1) f_{\xi\xi} + \frac{3F_1}{F_0} f_\xi = 0. \end{aligned} \tag{3.18}$$

Chuyển phương trình thứ ba của (3.17) về tọa độ (T, ς) ta có:

$$C_{2\tau_0} = -C_{0\tau_2} - F_1 C_{0\varsigma}. \tag{3.19}$$

Điều kiện:

$$\begin{aligned} &C_0 = C_0(\varsigma, \tau_2), \\ &C_{0\tau_2} + F_1 C_{0\varsigma} = 0. \end{aligned} \tag{3.20}$$

c. Xấp xỉ bậc $\varepsilon\beta_1$

Thực hiện tương tự ta nhận được:

$$\begin{aligned} &h_{3\tau_0} - \frac{F_0}{2} h_{3\xi} + u_{3\xi} = -h_{0\tau_3}, \\ &u_{3\tau_0} - \frac{F_0}{2} u_{3\xi} + a_0 h_{3\xi} + \frac{2}{F_0} u_3 - h_3 = -u_{0\tau_3} - \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\rho_0} a_0 C_{3\xi}, \\ &C_{3\tau_0} - \frac{F_0}{2} C_{3\xi} = -C_{0\tau_3} + J_0^*\big(E C_{0\xi\xi} - \frac{F_0}{2} u_{0\xi\xi}\big), \end{aligned} \tag{3.21}$$

với $J_0^* = J^*(\alpha = \alpha_{cr})$

Điều kiện cho hai phương trình đầu của (3.21):

$$\begin{aligned} &f = f(\xi, \tau_3), \\ &\left(\frac{2}{F_0} f - F_0 f_\xi\right)_{\tau_3} = 0. \end{aligned} \tag{3.22}$$

Chuyển phương trình cuối của (3.21) về tọa độ (T, ς)

$$C_{3\tau_0} = -C_{0\tau_3} + J_0^* E C_{0\varsigma\varsigma} = 0. \tag{3.23}$$

với điều kiện:

$$\begin{aligned} &C_0 = C_0(\varsigma, \tau_3), \\ &C_{0\tau_3} - J_0^* E C_{0\varsigma\varsigma} = 0. \end{aligned} \tag{3.24}$$

Từ các phương trình nhiều cỡ thời gian τ_0, τ_1, τ_2, τ_3 theo S. Leibovich và R. Seebass [4] có thể đưa các phương trình (3.14), (3.16) và (3.22) về một phương trình theo biến (T, ξ):

$$\left(\frac{2}{F_0} f - F_0 f_\xi\right)_T + \frac{3\varepsilon}{2} f f_\xi - \frac{3\varepsilon}{4} F_0^2 (f f_\xi)_\xi + \lambda(\sin\alpha_{cr} - F_0 F_1) f_{\xi\xi} + \lambda \frac{3F_1}{F_0} f_\xi = 0. \tag{3.25}$$

Tương tự, từ (3.16), (3.20) và (3.24) ta có:

$$-C_{0T} - \lambda F_1 C_{0\varsigma} + \beta_1 J_0^* C_{0\varsigma\varsigma} = 0. \tag{3.26}$$

Hay viết lại (3.26) trong tọa độ (x,t) ta có:

$$C_{0t} + (F_0 + \lambda F_1) C_{0x} - \beta_1 J_0^* E C_{0xx} = 0. \tag{3.27}$$

Các phương trình (3.25) và (3.27) cùng với các điều kiện ban đầu (1.5) cho ta dáng điệu phát triển của nhiễu khi thời gian t lớn.

4. PHÂN TÍCH NGHIỆM

Trước hết chúng ta nhận thấy rằng phương trình (3.25) trùng với phương trình mô tả dáng điệu của dòng bị nhiễu do bùn cát đáy và đã được phân tích đầy đủ [5].

Phương trình (3.27) chính là phương trình Burgers nghiệm của nó được tìm dưới dạng:

$$C_0 = a e^{i(kx - \omega t)} \tag{4.1}$$

với a - biên độ, k - số sóng, ω - tần số (số phức)

Thay (4.1) vào (3.27) ta nhận được hệ thức khuếch tán:

$$\mathrm{Re}\omega = Fk > 0; \qquad \mathrm{Im}\omega = -\beta_1 J_0^* E k^2 < 0. \tag{4.2}$$

Từ (4.2) ta nhận thấy rằng nồng độ bùn cát lan truyền xuôi dòng với tốc độ $F = F_0 + \lambda F_1$, luôn luôn ổn định và tắt dần theo thời gian. Ảnh hưởng của bùn cát lên vận tốc và độ sâu của dòng được thể hiện trong các nghiệm của (3.12), (3.17) và (3.21).

5. KẾT LUẬN

Trong bài báo này các tác giả đã sử dụng phương pháp khảo sát tuyến tính và phi tuyến yếu để nghiên cứu sự mất ổn định và phát triển sóng phi tuyến của nhiễu bé của dòng ở lân cận trạng thái dừng. Dòng được xét có mang bùn cát lơ lửng chảy qua kênh phẳng, nghiêng và đáy không thay đổi. Trong khảo sát tuyến tính đã chỉ ra được rằng khi dòng chảy ở trạng thái dừng xẩy ra nhiễu bé thì các nhiễu này sẽ lan truyền xuôi dòng dưới dạng sóng với các mốt $3F_0/2$, $F_0/2$, F_0, trong đó các mốt $F_0/2$, F_0 là tắt dần theo thời gian và mốt $3F_0/2$ không thay đổi hình dạng. Riêng đối với sóng nồng độ bùn cát lan truyền với mốt F_0 không thay đổi hình dạng. Trong khảo sát phi tuyến cho thấy dáng điệu phát triển của nhiễu của dòng khi thời gian t lớn và sóng nồng độ bùn cát lan truyền xuôi dòng với mốt F và tắt dần theo thời gian.

Địa chỉ:
Viện Cơ Viện KHVN,
Trường Đại học Tổng hợp Huế

Nhận ngày 12/4/1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Điệp, Đặng Hữu Chung. Lý thuyết khuếch tán suy rộng của chuyển động lơ lửng của bùn cát trong dòng chảy có đáy biến đổi. Tạp chí Cơ học, số 1, 1990.
2. Needham D. J. The development of a bedform disturbance in an alluvial river or channel. J. of applied mathematics and physis (ZAMP), vol. 39, January 1988.
3. Frank Engelund. Instability of erodible beds. J. fluide Mech. vol. 42, part 2, 1970.
4. Leibovich S. and Seebass A. R. Nonlinear waves. Cornell University Press, 1974.
5. Nguyễn Văn Điệp, Phạm Hùng. Mất ổn định và tương tác phi tuyến của dòng chảy trên kênh nghiêng có đáy biến đổi. Tạp chí Cơ học, số 1, 1990.
6. Eglit M. E. The unsteady flow in an inclined channel. Moscow University 1986 (in Russian)

SUMMARY

INSTABILITY OF FLOW WITH SUSPENDED SEDIMENT IN AN INCLINED CHANNEL

In this work the authors had studied the instability and nonlinear evolution of steady flow suspended sediment in inclined channel with fixed and plane bed. With the linear analysis it has been shown that at the critical inclined angle, an arbitrary disturbance will be splited in three modes $3F_0/2$, $F_0/2$, F_0, in which $F_0/2$ and F_0 propagate downstream and deaden while mode $3F_0/2$ propagates downstream and its form is unchanged. In particular the waves of sediment concentration always propagate downstream with velocity F_0 and unchanged form. The nonlinear analysis has shown that the concentration waves propagate downstream with velocity F and deaden when the time t is large.