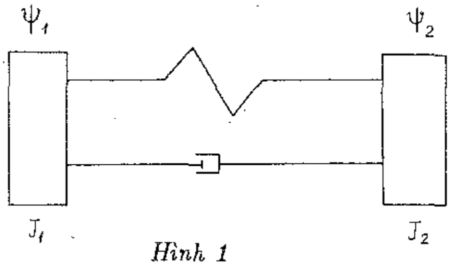
Tạp chí CƠ HỌC, tập XIV, 1992, số 4 (10 — 18)

VỀ CỘNG HƯỞNG THAM SỐ PHI TUYẾN CỦA MỘT HỆ DAO ĐỘNG XOẮN CÓ KHỐI LƯỢNG THU GỌN BIẾN ĐỔI

NGUYỄN VĂN KHANG, TRẦN ĐÌNH SƠN

1. MỞ ĐẦU

Dao động xoắn của các hệ truyền động là một trong những bài toán quan trọng của dao động máy. Các bài toán dao động xoắn phi tuyến còn ít được nghiên cứu. Trong [1] đã thiết lập các phương trình vi phân của mô hình dao động xoắn phi tuyến khá tổng quát. Trong công trình này xét bài toán dao động tham số cộng hưởng của một mô hình dao động xoắn phi tuyến có hai khối lượng thu gọn biến đổi (hình 1).



Hình 1

2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG

Xét trường hợp mô men thu gọn của động cơ $J_1 = \text{const}$, mô tơ quay đều với vận tốc góc $\Omega = \text{const}$ do đó $\psi_1 = \Omega t$. Khối lượng thu gọn J_2 là hàm của góc quay $\psi_2 : J_2 = J_2(\psi_2)$. Trong đó góc quay ψ_2 khác góc quay ψ_1 một đại lượng nhỏ

$$\psi_2 = \Omega t + \varphi_2 \tag{2.1}$$

Khi đó như trong [1] đã thiết lập phương trình vi phân dao động của hệ có dạng :

$$\begin{aligned}
&\overline{J}_2\ddot{\varphi}_2 + [b_1^{(1)} + \Omega\overline{J}_{2,2} - \overline{M}_{2,,2}]\dot{\varphi}_2 + [C_1^{(1)} + \frac{1}{2}\Omega^2\overline{J}_{2,22} - \overline{M}_{2,2}]\varphi_2 = \\
&= \overline{M}_2 - \frac{1}{2}\Omega^2\overline{J}_{2,2} + \frac{1}{2}\overline{M}_{2,22}\varphi_2^2 + \frac{1}{6}\overline{M}_{2,222}\varphi_2^3 + \frac{1}{2}\overline{M}_{2,,22}\dot{\varphi}_2^2 + \\
&+ \frac{1}{6}\overline{M}_{2,,222}\dot{\varphi}_2^3 - \overline{J}_{2,2}[\varphi_2\ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_2^2] - \overline{J}_{2,22}[\frac{1}{2}\varphi_2^2\ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2}\varphi_2\dot{\varphi}_2^2 + \Omega\varphi_2\dot{\varphi}_2] - \\
&- \overline{J}_{2,222}[\frac{1}{4}\Omega^2\varphi_2^2 + \frac{1}{2}\Omega\varphi_2^2\dot{\varphi}_2] - \frac{1}{12}\Omega^2\overline{J}_{2,2222}\varphi_2^3 - C_1^{(3)}\varphi_2^3 - b_1^{(3)}\dot{\varphi}_2^3
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Trong một số tài liệu [2],[4] khối lượng thu gọn $J_2(\psi_2)$ có thể biểu diễn dưới dạng:

$$J_2 = \left(J_{02} + \frac{1}{2}Mr^2\right) - \frac{1}{2}Mr^2\cos 2\psi_2 = J_2^*\left(1 - \varepsilon\mu_2\cos 2\psi_2\right) \tag{2.3}$$

Để đơn giản tính toán ta giả thiết rằng:

$$M_2 = 0, \quad b_1^{(3)} = 0, \quad b_1^{(1)} = \varepsilon\bar{b}_1^{(1)}, \quad C_1^{(3)} = \varepsilon\overline{C}_1^{(3)} \tag{2.4}$$

Bây giờ ta đưa vào thời gian không thứ nguyên

$$\tau = \frac{\Omega}{m}t \tag{2.5}$$

trong đó m là một số tự nhiên nào đó. Ta đặt

$$\omega_2^2 = \frac{C_1^{(1)}}{J_2^*}, \quad \lambda_2 = \frac{\omega_2^2 m^2}{\Omega^2}, \quad \frac{\bar{b}_1^{(1)}}{J_2^*} = \beta, \quad \frac{\overline{C}_1^{(3)}}{J_2^*} = \gamma \tag{2.6}$$

Với những chú ý trên, phương trình vi phân dao động xoắn (2.2) của mô hình 1 có thể đưa về dạng

$$\varphi_2'' + \lambda_2\varphi_2 = \varepsilon F(\tau, \varphi_2, \varphi_2', \varphi_2'') \tag{2.7}$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
F(\tau, \varphi_2, \varphi_2', \varphi_2'') &= \mu_2\cos 2m\tau\varphi_2'' - \frac{m}{\Omega}(\beta + 2\mu_2\Omega\sin 2m\tau)\varphi_2' - \\
&- 2m^2\mu_2\cos 2m\tau\varphi_2 - 2\mu_2\sin 2m\tau\left(\varphi_2\varphi_2'' + \frac{1}{2}\varphi_2'^2 + \frac{1}{2}m^2\right) - \\
&- 4\mu_2\cos 2m\tau\left(\frac{1}{2}\varphi_2^2\varphi_2'' + \frac{1}{2}\varphi_2\varphi_2'^2 + m\varphi_2\varphi_2'\right) + 4\mu_2\sin 2m\tau\left(m\varphi_2^2\varphi_2' + \frac{1}{2}m^2\varphi_2^2\right) + \\
&+ \frac{4}{3}\mu_2 m^2\cos 2m\tau\varphi_2^3 - \frac{m^2}{\Omega^2}\gamma\varphi_2^3
\end{aligned} \tag{2.8}$$

3. CÁC CỘNG HƯỞNG THAM SỐ VÀ CÁC HỆ THỨC BIÊN ĐỘ

Xét trường hợp cộng hưởng

$$\lambda_2 = n^2(1 - \varepsilon\alpha) \tag{3.1}$$

trong đó n là một số tự nhiên nào đó.

Từ (2.7) và (3.1) ta rút ra :

$$\varphi_2'' + n^2\varphi_2 = \varepsilon\left[n^2\alpha + F(\tau, \varphi_2, \varphi_2', \varphi_2'')\right] = \varepsilon\phi(\tau, \varphi_2, \varphi_2', \varphi_2'') \tag{3.2}$$

Nghiệm xấp xỉ bậc không của phương trình (3.2) có dạng

$$\varphi_{20} = R\cos n\tau + S\sin n\tau \tag{3.3}$$

biên độ $A = \sqrt{R^2 + S^2}$. Các đại lượng R, S được xác định từ phương trình [3]:

$$\int_0^{2\pi} \phi \cos n\tau d\tau = \int_0^{2\pi} \phi \sin \tau d\tau = 0 \tag{3.4}$$

Từ các điều kiện (3.4) ta rút ra phương trình biên độ - tần số của bài toán khảo sát như sau:

$$\begin{aligned}
&n^2\alpha\begin{pmatrix}R\\S\end{pmatrix} + \frac{mn\beta}{\Omega}\begin{pmatrix}-S\\R\end{pmatrix} + \mu_2(mn - \frac{1}{2}n^2 - m^2)\delta_n^m\begin{pmatrix}R\\-S\end{pmatrix} + \\
&\mu_2(mn - n^2)\delta_n^m\begin{pmatrix}RS^2\\-SR^2\end{pmatrix} + \mu_2(n^2 + \frac{2}{3}m^2 - mn)\delta_n^m\begin{pmatrix}R^3\\-S^3\end{pmatrix} + \\
&\mu_2(\frac{3}{4}n^2 - mn + \frac{1}{2}m^2)\delta_n^{2m}\begin{pmatrix}2RS\\S^2 - R^2\end{pmatrix} + \mu_2(\frac{3}{4}n^2 - mn + \frac{1}{2}m^2)\delta_n^{2m/3}\begin{pmatrix}2RS\\R^2 - S^2\end{pmatrix} + \\
&\frac{1}{2}\mu_2(n^2 - mn + \frac{1}{3}m^2)\delta_n^{m/2}\begin{pmatrix}R^3\\S^3\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\mu_2(-3n^2 + 3mn - m^2)\delta_n^{m/2}\begin{pmatrix}RS^2\\SR^2\end{pmatrix} = \\
&= \mu_2\delta_n^{2m}\begin{pmatrix}0\\-\left[\left(\frac{1}{2}n^2 + m^2\right)A^2 - m^2\right]\end{pmatrix} + \frac{3m^2\gamma A^2}{4\Omega^2}\begin{pmatrix}R\\S\end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Từ đó, ta thấy xuất hiện các trường hợp cộng hưởng như sau :
a. Trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa bậc hai $\omega_2 = 2\Omega(n = 2m)$
Với $n = 2m$, thì (3.5) trở thành

$$\frac{\beta}{2\Omega}\begin{pmatrix}-S\\R\end{pmatrix} + \left(\alpha - \frac{3\gamma A^2}{16\Omega^2}\right)\begin{pmatrix}R\\S\end{pmatrix} + \frac{3\mu_2}{8}\begin{pmatrix}2RS\\S^2 - R^2\end{pmatrix} = \frac{\mu_2}{4}\begin{pmatrix}0\\1 - 3A^2\end{pmatrix} \tag{3.6}$$

Nhân vô hướng phương trình (3.6) với $\binom{R}{S}$ và $\binom{-S}{R}$ ta được

$$\begin{aligned}
\left(\alpha - \frac{3\gamma A^2}{16\Omega^2}\right)A^2 + \frac{3\mu_2}{8}(S^3 + SR^2) &= \frac{\mu_2(1 - 3A^2)}{4}S \\
\frac{\beta}{2\Omega}A^2 + \frac{3\mu_2}{8}(-RS^2 - R^3) &= \frac{\mu_2(1 - 3A^2)}{4}R
\end{aligned}$$

Từ hai phương trình trên ta rút ra

$$\frac{\left(\alpha - \frac{3\gamma A^2}{16\Omega^2}\right)A^2}{\frac{\mu_2(1 - 3A^2)}{4} - \frac{3\mu_2 A^2}{8}} = S, \quad \frac{\frac{\beta A^2}{2\Omega}}{\frac{\mu_2(1 - 3A^2)}{4} + \frac{3\mu_2 A^2}{8}} = R \tag{3.7}$$

Bình phương hai vế của (3.7) rồi cộng lại, sau đó giải phương trình vừa thu được, ta có kết qủa sau

$$\alpha = \frac{3\gamma A^2}{16\alpha^2} \pm \frac{\mu_2(2 - 9A^2)}{8A}\sqrt{1 - \left(\frac{4\beta A}{\mu_2\Omega(2 - 3A^2)}\right)^2} \tag{3.8}$$

Tiến hành tương tự như trên chúng ta có thể giải được phương trình biên độ - tần số cho các trường hợp cộng hưởng khác.

b. Trường hợp cộng hưởng chính $\omega_2 = \Omega(n = m)$
Khi $n = m$, phương trình (3.5) trở thành

$$\left(\alpha - \frac{3\gamma A^2}{4\Omega^2}\right)\begin{pmatrix}R\\S\end{pmatrix} + \frac{\beta}{\Omega}\begin{pmatrix}-S\\R\end{pmatrix} - \frac{\mu_2}{2}\begin{pmatrix}R\\-S\end{pmatrix} + \frac{2\mu_2}{3}\begin{pmatrix}R^3\\-S^3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Phương trình (3.9) có nghiệm tầm thường $A = 0 (R = S = 0)$.
Nếu $A \neq 0$ thì từ phương trình (3.9) suy ra:

$$\alpha = \frac{3\gamma}{4\Omega^2}A^2 \pm \frac{4A^2-3}{6}\sqrt{\mu_2^2 - \frac{36\beta^2}{\Omega^2(3-2\Omega^2)^2}} \tag{3.10}$$

c. Trường hợp cộng hưởng siêu thứ điều hòa $\omega_2 = \frac{2\Omega}{3}$ $\left(n = \frac{2m}{3}\right)$. Phương trình (3.5) trở thành

$$\left(\alpha - \frac{27\gamma A^2}{16\Omega^2}\right)\begin{pmatrix} R \\ S \end{pmatrix} + \frac{3\beta}{2\Omega}\begin{pmatrix} -S \\ R \end{pmatrix} + \frac{3\mu_2}{8}\begin{pmatrix} 2RS \\ R^2 - S^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

Phương trình (3.11) có nghiệm tầm thường $A = 0 (R = S = 0)$. Nếu $A \neq 0$ thì từ (3.11) suy ra

$$\alpha = \frac{27\gamma A^2}{16\Omega^2} \pm \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\mu_2^2 A^2}{16} - \frac{\beta^2}{\Omega^2}} \tag{3.12}$$

d. Trường hợp cộng hưởng siêu điều hòa $\omega = \frac{\Omega}{2}$ $\left(n = \frac{m}{2}\right)$. Với $n = m/2$, phương trình (3.5) trở thành

$$\left(\alpha - \frac{3\gamma A^2}{\Omega^2}\right)\begin{pmatrix} R \\ S \end{pmatrix} + \frac{2\beta}{\Omega}\begin{pmatrix} -S \\ R \end{pmatrix} + \frac{\mu_2}{6}\begin{pmatrix} R^3 \\ S^3 \end{pmatrix} - \frac{\mu_2}{2}\begin{pmatrix} RS^2 \\ SR^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

Phương trình (3.13) có nghiệm tầm thường $A = 0 (R = S = 0)$ Nếu $A \neq 0$, thì từ (3.13) ta suy ra

$$\alpha = \frac{3\gamma A^2}{\Omega^2} \pm \frac{1}{6}\sqrt{\mu_2^2 A^4 - \frac{144\beta^2}{\Omega^2}} \tag{3.14}$$

4. SỰ ỔN ĐỊNH CỦA CÁC DAO ĐỘNG CỘNG HƯỞNG

Trước tiên ta thiết lập phương trình biến phân của (3.2). Ta đặt

$$Z = \varphi_2 - \varphi_{20} \tag{4.1}$$

thế (4.1) vào (3.2) , sau vài phép biến đổi ta được

$$Z'' + n^2 Z = \varepsilon\left[uZ + vZ' + wZ''\right] \tag{4.2}$$

trong đó

$$\begin{aligned} u &= \left.\frac{\partial\phi}{\partial\varphi_2}\right|_{\varphi_{20},\varphi'_{20},\varphi''_{20}} \\ v &= \left.\frac{\partial\phi}{\partial\varphi'_2}\right|_{\varphi_{20},\varphi'_{20},\varphi''_{20}} \\ w &= \left.\frac{\partial\phi}{\partial\varphi_2''}\right|_{\varphi_{20},\varphi'_{20},\varphi''_{20}} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Khai triển Fourier của các hàm u, v ,w:

$$u = u_0 + 2\sum_{i=1}^{\infty}\left(u_i \cos i\tau + U_i \sin i\tau\right)$$
$$v = v_0 + 2\sum_{i=1}^{\infty}\left(v_i \cos i\tau + V_i \sin i\tau\right) \tag{4.4}$$
$$w = w_0 + 2\sum_{i=1}^{\infty}\left(w_i \cos i\tau + W_i \sin i\tau\right)$$

Từ đó ta có thể xác định các điều kiện ổn định cho từng trường hợp cộng hưởng.
a. Trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa bậc hai $\omega_2 = 2\Omega(n = 2m)$
Dựa vào (4.3), (4.4) ta xác định được

$$\begin{aligned}
u_0 &= n^2\Big(\alpha - \frac{3\gamma A^2}{8\Omega^2} + \frac{\mu_2 S}{2}\Big)\\
u_{2n} &= -\frac{1}{2}n^2\Big(\frac{5\mu_2 S}{2} + \frac{3\gamma(R^2 - S^2)}{8\Omega^2}\Big)\\
U_{2n} &= \frac{1}{2}n^2\Big(-\frac{3\gamma RS}{4\Omega^2} + \frac{5\mu_2 R}{2}\Big)\\
v_0 &= -\frac{n\beta}{2\Omega}\\
v_{2n} &= -n\mu_2 R\\
V_{2n} &= -n\mu_2 S\\
w_0 &= -\mu_2 S\\
w_{2n} &= \frac{\mu_2 S}{2}\\
W_{2n} &= -\frac{\mu_2 R}{2}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Theo [3] ta có điều kiện ổn định:

$$\begin{aligned}
&v_0 < 0\\
&n^2 v_0^2 > (u_{2n} - nV_{2n} - n^2 w_{2n}^2)^2 + (U_{2n} + nv_{2n} - n^2 W_{2n})^2 - (u_0 - n^2 w_0)^2
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Thế (4.5) vào (4.6) ta xác định được điều kiện ổn định

$$\begin{aligned}
&\beta > 0\\
&0 > \frac{\mu_2}{8}\Big[\pm\frac{3\gamma A(2 - 3A^2)}{8\Omega^2}\sqrt{1 - \Big(\frac{4\beta A}{\mu_2\Omega(2 - 3A^2)}\Big)^2} - \frac{\mu_2(-27A^4 + 12A^2 + 4)}{8A^2} + \frac{48\beta^2 A^2}{\mu_2\Omega^2(2 - 3A^2)^2}\Big]
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Dựa vào (3.8) , ta đạo hàm α theo A, sau đó nhân với $\pm(2 - 3a^2)\sqrt{1 - \Big(\frac{4\beta A}{\mu_2\Omega(2 - 3A^2)}\Big)^2}$ ta được

$$\begin{aligned}
\pm(2 - 3A^2)\sqrt{1 - \Big(\frac{4\beta A}{\beta_2\Omega(2 - 3A^2)}\Big)^2}\frac{d\alpha}{dA} = &\pm\frac{3\gamma A(2 - 3A^2)}{8\Omega^2}\sqrt{1 - \Big(\frac{4\beta A}{\mu_2\Omega(2 - 3A^2)}\Big)^2} -\\
&- \frac{\mu_2(-27A^4 + 12A^2 + 4)}{8A^2} + \frac{48\beta^2 A^2}{\mu_2\Omega^2(2 - 3A^2)^2}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

So sánh (4.7) và (4.8) , ta suy ra điều kiện ổn định như sau:
Trường hợp trước dấu căn lấy dấu cộng thì điệu kiện ổn định là

$$\begin{aligned} &\beta > 0 \\ &\frac{d\alpha}{dA} < 0 \quad \text{khi} \quad 0 \le A < \sqrt{\frac{2}{3}} \\ &\frac{d\alpha}{dA} > 0 \quad \text{khi} \quad A > \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned} \tag{4.9}$$

Nếu trước dấu căn lấy dấu trừ thì điều kiện ổn định là

$$\begin{aligned} &\beta > 0 \\ &\frac{d\alpha}{dA} < 0 \quad \text{khi} \quad A > \sqrt{\frac{2}{3}} \\ &\frac{d\alpha}{dA} > 0 \quad \text{khi} \quad 0 \le A < \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned} \tag{4.10}$$

Bằng cách làm tương tự như trên, ta cũng tìm được điều kiện ổn định cho các trường hợp cộng hưởng khác như sau.

b. Trường hợp cộng hưởng chính $\omega_2 = \Omega(n = m)$

Trong biểu thức của α (công thức (3.10)), biểu thức chứa dấu căn lấy dấu cộng hay trừ thì điều kiện ổn định tương ứng sẽ lần lượt là

$$\begin{aligned} &\beta > 0 \\ &\frac{d\alpha}{dA} < 0 \quad \text{khi} \quad A > \sqrt{\frac{3}{2}} \\ &\frac{d\alpha}{dA} > 0 \quad \text{khi} \quad 0 \le A < \sqrt{\frac{3}{2}} \end{aligned} \tag{4.11}$$

hay

$$\begin{aligned} &\beta > 0 \\ &\frac{d\alpha}{dA} < 0 \quad \text{khi} \quad 0 \le A < \sqrt{\frac{3}{2}} \\ &\frac{d\alpha}{dA} > 0 \quad \text{khi} \quad A > \sqrt{\frac{3}{2}} \end{aligned} \tag{4.12}$$

Đối với nghiệm tầm thường $A = 0$, thì điều kiện ổn định như sau

$$\beta > 0, \qquad \alpha^2 > \frac{\mu_2^2}{4} - \frac{\beta^2}{\Omega^2} \tag{4.13}$$

Điều đó có nghĩa là nghiệm $A = 0$ chỉ ổn định ngoài vùng cộng hưởng

c. Trường hợp cộng hưởng siêu thứ điều hòa $\omega_2 = \frac{2\Omega}{3}$ $\left(n = \frac{2m}{3}\right)$

Trong công thức (3.12) , biểu thức chứa căn lấy dấu cộng hay trừ thì điều kiện ổn định tương ứng sẽ lần lượt là

$$\beta > 0, \qquad \frac{d\alpha}{dA} < 0 \tag{4.14}$$

hay

$$\beta > 0, \qquad \frac{d\alpha}{dA} > 0 \tag{4.15}$$

Đối với nghiệm $A = 0$, sẽ luôn luôn ổn định với $\beta > 0$.

d. Trường hợp cộng hưởng siêu điều hòa $\omega_2 = \frac{\Omega}{2}$ $(n = \frac{m}{2})$.

Trong công thức (3.14) biểu thức chứa căn lấy dấu cộng hay trừ, thì điều kiện ổn định tương ứng sẽ lần lượt là

$$\beta > 0, \qquad \frac{d\alpha}{dA} < 0 \tag{4.16}$$

hay

$$\beta > 0, \qquad \frac{d\alpha}{dA} > 0 \tag{4.17}$$

Đối với nghiệm $A = 0$, sẽ luôn luôn ổn định với $\beta > 0$.

5. THÍ DỤ BẰNG SỐ

Để minh họa bằng đồ thị ta xét một số thí dụ bằng số dưới đây. Trong các đồ thị ta vẽ thì nét liền ứng với dao động ổn định còn nét gạch ứng với dao động không ổn định

a. Cho

$$J_{02} = 18kgm^2 \quad b_1^{(1)} = 9,96Nms \quad r = 0,2m \quad C_1^{(1)} = 10^{-2}Nm$$
$$M = 10kg \quad \Omega = 5s^{-1} \quad C_1^{(1)} = 1820Nm$$

Ta tính được $\omega_2 \simeq 2\Omega$. Đồ thị có dạng như hình 2

b. Cho

$$J_{02} = 0,485kgm^2 \quad b_1^{(1)} = 0,149Nms \quad r = 0,1m \quad C_1^{(3)} = 10^{-3}Nm$$
$$M = 1kg \quad \Omega = 60s^{-1} \quad C_1^{(1)} = 1800Nm$$

Ta tính được $\omega_2 \approx \Omega$. Đồ thị có dạng như hình 3

c. Cho

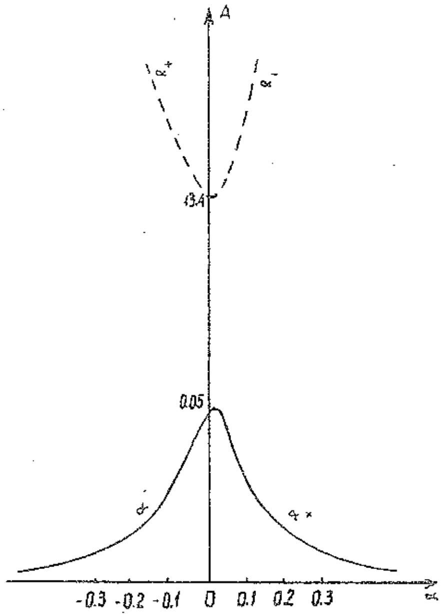
$$J_{02} = 4,995kgm^2 \quad b_1^{(1)} = 5 \cdot 10^{-5}Nms \quad r = 0,1m \quad C_1^{(3)} = 45 \cdot 10^{-3}Nm$$
$$M = 1kg \quad \Omega = 4s^{-1} \quad C_1^{(1)} = 0,18Nm$$

Ta tính được $\omega_2 \approx \frac{2\Omega}{3}$. Đồ thị có dạng như hình 4

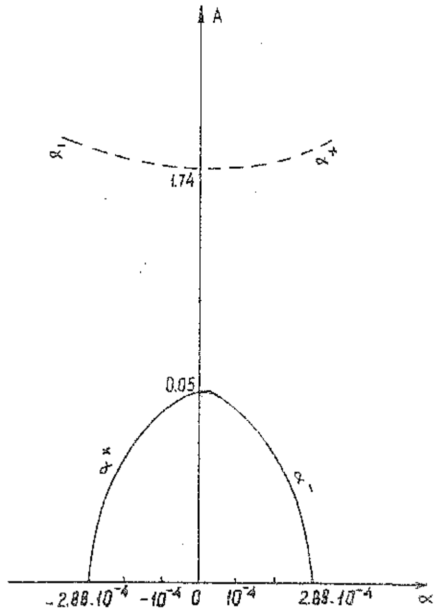
d. Cho

$$J_{02} = 46,4kgm^2 \quad b_1^{(1)} = 4,68 \cdot 10^{-7}Nms \quad r = 0,25m \quad C_1^{(3)} = 4,2Nm$$
$$M = 15kg \quad \Omega = 12s^{-1} \quad C_1^{(1)} = 1688Nm$$

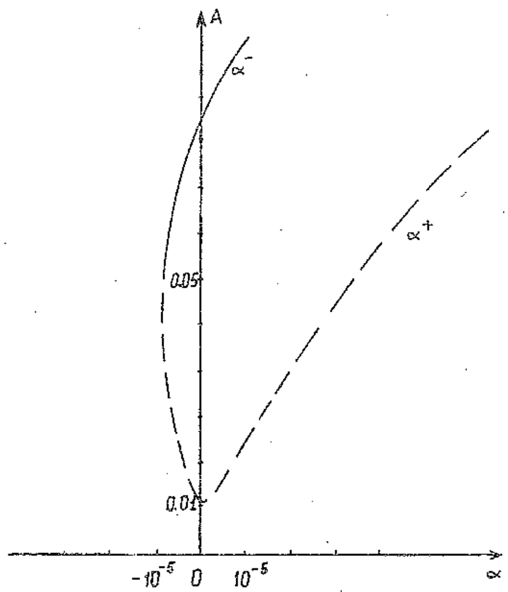
Ta tính được $\omega_2 \approx \frac{\Omega}{2}$. Đồ thị có dạng như hình 5.



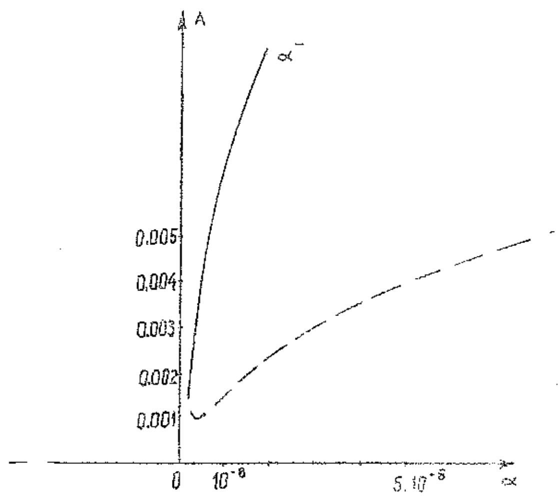
Hình 2



Hình 3



Hình 4



Hình 5

6. KẾT LUẬN

Trong bài báo này đã thiết lập được công thức liên hệ giữa biên độ và tần số của một hệ dao động xoắn có hai khối lượng thu gọn biến đổi trong trường hợp hay gặp trong kỹ thuật. Đã chỉ ra các khả năng cộng hưởng và nghiên cứu sự ổn định của các cộng hưởng đó. Các kết qủa thu được có ý nghĩa về mặt kỹ thuật và có khả năng áp dụng thực tế.

Địa chỉ:
Trường đại học Bách khoa Hà Nội

Nhận ngày 26/3/1992

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Khang, Trần Đình Sơn. Về một mô hình dao động xoắn phi tuyến có các khối lượng thu gọn biến đổi. Tạp chí Cơ học, số 2, 1992.
2. Schmidt G. Parametererregte Schwingungen. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften , Berlin 1975.
3. Nguyễn Văn Khang. Xác định dao động của hệ có số hạng quán tính phi tuyến bằng phương pháp tham số bé. Tạp chí Cơ học, Hà Nội 1980, Số 4, Tr. 12-18.
4. Занг Л. В. Исследование динамической устойчивости двигателя внутреннего сгорания. Periodica Polytechnica Transportation Engineering, Vol. 12, N. 1-2, p. 107-114, Budapest 1984.

SUMMARY

ON THE NONLINEAR PARAMETRIC RESONANCE OF A TORSIONAL VIBRATION SYSTEM WITH VARIABLE GENERALIZED MASSES

In this paper the nonlinear parametric resonance of a torsional vibration system with variable generalized masses is investigated.

The small parameter method is applied to a weakly nonlinear system in order to find its solutions. The stability of the resonance vibrations is studied by the method of Schmidt.

HANOI SEMINAR ON STOCHASTIC MECHANICS AND ITS APPLICATION

Organizes : Dr. Sc. Nguyen Dong Anh (Ins. of Mech.), prof. Nguyen Cao Menh (Ins. of Mech.), Prof. Pham Khac Hung (Univ. of Civil Eng.), Prof. Tran Van Nhung (Hanoi University).

Place : Institute of Mechanics, 224 Doi Can, Hanoi, Vietnam, Tel. 2.63641.

Time : First wednesday of every month, 8^h30 - 11^h.

Secretary : Dipl. - Ing. Tran Duong Tri.

April 22, 1992 - Some questions of stochastic mechanics (Dr. Sc. Nguyen Dong Anh).

May 13, 1992 - Some results of Mitropolskii and Kornevskii on the stability of random mechanical systems (Prof. Tran Van Nhung).

- Simulation of non - Gaussian processes (Dipl. - Ing. Tran Duong Tri).

June 10, 1992 - Some methods of random vibrations (Dr. Sc. Nguyen Dong Anh)

October 7, 1992 - Method of small parameter in the theory of random vibrations (Dr. Sc. Nguyen Dong Anh).

November 4, 1992 - Numerical methods in the stochastic dynamics of offshore structures (Prof. Pham Khac Hung).