Tạp chí CƠ HỌC, tập XIV, 1992, số 2 (28 — 32)

CHIỀU CAO TỐI ƯU CỦA DẦM THÉP TỔ HỢP

BÙI QUANG TRƯỜNG

Bài toán tối ưu xác định chiều cao của dầm thép tổ hợp đã được quan tâm từ hàng chục năm nay, như trong [1, 3] . . . Tuy nhiên nó chỉ được xét ở loại dầm có liên kết đơn giản, chịu hoạt tải phân bố đều trên toàn dầm.

Nội dung của bài báo này nghiên cứu các loại dầm với các loại hoạt tải tác dụng khác nhau thường gặp nhằm đưa ra công thức tổng quát.

1. CHIỀU CAO DẦM ĐẢM BẢO ĐỘ CỨNG

Độ võng tương đối của dầm phải thỏa mãn yêu cầu của nhóm trạng thái giới hạn II:

$$\frac{f}{\ell} \leq \left[\frac{f}{\ell}\right] \tag{1.1}$$

Trong đó

f - Độ võng lớn nhất của dầm do tải trọng tiêu chuẩn gây ra

ℓ - Nhịp dầm

$\left[\frac{f}{\ell}\right]$ - Độ võng tương đối cho phép (qui phạm)

Với dầm đơn giản chịu tải trọng phân bố đều:

$$f = \frac{5}{384}\frac{q^c \ell^4}{EJ}$$

Trong đó

$q^c = g^c + p^c$ - Tải trọng tiêu chuẩn (g^c: tĩnh tải tiêu chuẩn, p^c: hoạt tải tiêu chuẩn)

E - Mô đun đàn hồi của thép

J - Mô men quán tính của tiết diện dầm

Chú ý tới các quan hệ

$$M = \frac{q\ell^2}{8}, \qquad M = RW$$

Trong đó

q - Tải trọng tính toán

$$q = n_g g^c + n_p p^c,$$

với n_g và n_p là các hệ số vượt tải

R - Cường độ tính toán của thép làm dầm

W - Mô men chống uốn của dầm thép

Vì $W = \dfrac{2J}{h}$, với h là chiều cao dầm, có thể viết lại (1.1) như sau:

$$\frac{5}{384}\frac{\ell}{EJ}\frac{q^c}{q}\frac{16RJ}{h} \le \left[\frac{f}{\ell}\right]$$

Vậy

$$h \ge \frac{5}{24}\,\ell\frac{R}{E}\,\frac{1}{n_{tb}}\cdot\frac{1}{\left[\dfrac{f}{\ell}\right]} \tag{1.2}$$

Trong đó

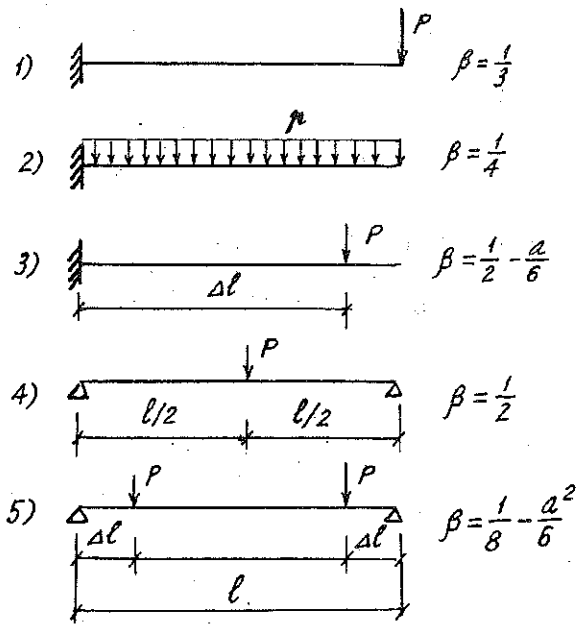
$$n_{tb} = \frac{q}{q^c} = \frac{n_g g^c + n_p p^c}{g^c + p^c}$$

là hệ số vượt tải trung bình.

Bất đẳng thức (1.2) cho ta biểu thức xác định chiều cao tối thiểu để dầm không bị võng quá mức cho phép:

$$\min h = \frac{5}{24}\,\ell\,\frac{R}{E}\frac{1}{n_{tb}}\cdot\frac{1}{\left[\dfrac{f}{\ell}\right]} \tag{1.3}$$

Tuy nhiên, trong thực tế dầm có thể chịu hoạt tải tập trung và có thể là dầm congxon. Trong khi nghiên cứu chuyển vị của dầm bê tông cốt thép, [2] đã xét một số loại dầm và dạng hoạt tải thường gặp (hình 1).



Hình 1

Độ võng tuyệt đối lớn nhất của các dầm đó là:

$$f = \beta\left(\frac{1}{\rho}\right)_{max}\ell^2 = \beta\frac{M^c_{max}}{EJ}\ell^2$$

Trong đó

ρ - Bán kính cong trục dầm
β - Hệ số tùy thuộc dạng tải trọng tác dụng và liên kết ở hai đầu dầm
M^c_{max} - Mô men lớn nhất do tải trọng tiêu chuẩn gây ra
Như vậy (1.1) trở thành

$$\frac{f}{\ell} = \beta\Big(\frac{M^c_{max}}{EJ}\Big)\ell \le \Big[\frac{f}{\ell}\Big]$$

Do các quan hệ $\frac{M}{W} = \frac{M}{J}\cdot\frac{h}{2} = R$ nên $M = \frac{2JR}{h}$. Hoàn toàn có thể đặt

$$\frac{M_{max}}{M^c_{max}} = n_{tb}$$

bởi vì với một dầm nhất định thì nếu $M_{max} = P\ f(\ell)$ sẽ có $M^c_{max} = P^c\ f(\ell)$, còn nếu $M_{max} = p\ g(\ell)$ thì $M^c_{max} = p^c\ g(\ell)$ như vậy $\frac{M_{max}}{M^c_{max}} = \frac{P}{P^c}$ (hoặc $\frac{p}{p_c}$) nên luôn có (1.4)

Thay

$$M^c_{max} = \frac{M_{max}}{n_{tb}} = \frac{2JR}{h\cdot n_{tb}}$$

sẽ được

$$\min h = 2\beta\ell\frac{R}{E}\frac{1}{n_{tb}}\cdot\frac{1}{\Big[\frac{f}{\ell}\Big]} \tag{1.5}$$

2. TÍNH TOÁN CÁC HỆ SỐ VƯỢT TẢI TRUNG BÌNH

Nhờ công thức định nghĩa (1.4) chúng ta có thể xác định được hệ số vượt tải trung bình n_{tb}. Lưu ý rằng ngoài hoạt tải tập trung P hoặc hoạt tải phân bố p, các dầm ở hình 1 còn chịu tĩnh tải phân bố đều g (trọng lượng bản thân)

Xét dầm ở hình 1.1. Ta tính được

$$M^c_{max} = P^c\ell + \frac{g^c\ell^2}{2} = \frac{\ell^2}{2}\Big(g^c + \frac{2P^c}{\ell}\Big)$$

và

$$M_{max} = \frac{\ell^2}{2}\Big(g^c n_g + \frac{2}{\ell}P^c n_p\Big)$$

ở đây $f(\ell) = \frac{\ell^2}{2}$. Như vậy

$$n_{tb} = \frac{n_g\cdot g^c + \frac{2}{\ell}\cdot P^c\cdot n_p}{g^c + \frac{2P^c}{\ell}} \tag{2.1}$$

Bằng cách đó tính được n_{tb} cho các dầm ở hình 1 lần lượt là

$$n_{tb} = \frac{n_g \cdot g^c + n_p \cdot p^c}{g^c + p^c} \tag{2.2}$$

$$n_{tb} = \frac{n_g \cdot g^c + 2n_p \cdot P^c \cdot \dfrac{a}{\ell}}{g^c + 2P^c \cdot \dfrac{a}{\ell}} \tag{2.3}$$

$$n_{tb} = \frac{n_g \cdot g^c + 2n_p \dfrac{P^c}{\ell}}{g^c + 2\dfrac{P^c}{\ell}} \tag{2.4}$$

$$n_{tb} = \frac{n_g \cdot g^c + n_p \cdot 8P^c \cdot \dfrac{a}{\ell}}{g^c + 8P^c \cdot \dfrac{a}{\ell}} \tag{2.5}$$

3. CHIỀU CAO DẦM CÓ CHI PHÍ VẬT LIỆU ÍT NHẤT

Chọn hàm mục tiêu là thể tích dầm và tìm cực tiểu của nó

$$\begin{aligned} V_{\text{dầm}} &= V_{\text{bụng}} + V_{\text{cánh}} \\ &= \psi_b \cdot \ell \cdot \delta_b \cdot h_b + \psi_c \cdot \ell \cdot F_c \end{aligned}$$

Trong đó

$V_{\text{dầm}}$, $V_{\text{bụng}}$, $V_{\text{cánh}}$ lần lượt là thể tích của cả dầm, riêng bụng dầm và riêng cánh dầm

ψ_b, ψ_c - Hệ số kể đến sự tăng thể tích bụng hoặc cánh dầm do các chi tiết cấu tạo

δ_b, h_b - Chiều rộng và chiều cao bụng dầm

F_c - Tổng diện tích hai cánh dầm

Gọi c.M là phần mô men do cánh dầm chịu ($c < \ell$), F_c được xác định từ điều kiện

$$c \cdot M = F_c \cdot h_c \cdot R$$

Trong đó h_c là khoảng cách giữa các trọng tâm của hai cánh

Từ đó rút ra được F_c và có

$$V_{\text{dầm}} = \psi_b \cdot \ell \cdot \delta_b \cdot h_b + \psi_c \cdot \ell \cdot \frac{c \cdot M}{h_c \cdot R}$$

Có thể xem $h_b \approx h$, $h_c \approx h$. Coi ψ_b, ψ_c thay đổi không đáng kể theo h. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$V_{\text{dầm}} \geq 2\sqrt{\psi_b \cdot \ell \cdot \delta_b \cdot h_b \cdot \psi_c \cdot \ell \cdot \frac{c \cdot M}{h_c \cdot R}} = 2\ell\sqrt{c \cdot \psi_b \cdot \psi_c \cdot \delta_b \cdot \frac{M}{R}} = \text{const}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\psi_b \cdot \ell \cdot \delta_b \cdot h_b = \psi_c \cdot \ell \cdot \frac{c \cdot M}{h_c \cdot R} \longleftrightarrow \psi_b \cdot \delta_b \cdot h = \psi_c \cdot \frac{c \cdot M}{h \cdot R} \longleftrightarrow h = \sqrt{\frac{c \cdot \psi_c}{\psi_b} \cdot \frac{W}{\delta_b}} \tag{3.1}$$

Chiều cao xác định bởi (3.1) chính là chiều cao tối ưu (khi đó trọng lượng dầm là nhỏ nhất nên chi phí vật liệu ít nhất). Tất nhiên khi thiết kế phải lấy h không nhỏ hơn min h được xác định bởi (1.5) để đảm bảo độ cứng.

IV. KẾT LUẬN

Bằng cách đưa trị số mô men cực đại vào biểu thức xác định độ võng cực đại, đã thu được biểu thức tổng quát tính chiều cao cực tiểu của dầm thép tổ hợp. Dùng bất đẳng thức Cauchy để tìm chiều cao của dầm cho chi phí vật liệu nhỏ nhất, nhanh hơn và chính xác hơn [1, 3].

Địa chỉ:
Trường đại học xây dựng Hà Nội

Nhận ngày 25/11/1991

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đoàn Định kiến, Nguyễn Văn Tấn, Phạm Văn Hội, Phạm Văn Tư, Lưu Văn Tường. Kết cấu thép. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật Hà Nội 1990.
2. Phạm Sĩ Liêm, Ngô Thế Phong, Nguyễn Phấn Tấn. Kết cấu bê tông cốt thép (phần cấu kiện cơ bản). Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp Hà Nội 1969.
3. Беленя Е. И. Металлические конструкции. Стройиздат, Москва 1976.

SUMMARY

THE OPTIMAL HEIGHT OF AGGREGATED STELL BEAMS

The author proposes a method to find out the optimal height of aggregated steel beam and the general formula to calculate the height which fully meets the hard and depends on load-form and link together in two ends of the beam.

MỞ RỘNG ĐỊNH LÝ THÍCH ỨNG CỦA E. MELAN VỀ SỰ THÍCH ỨNG CỦA HỆ ĐÀN - DẺO

(tiếp trang 27)

Trong bài này tác giả đã mở rộng định lý E. Melan bằng cách thay giả thiết toàn thể bằng giả thiết địa phương về sự tồn tại trường ứng suất dư và chứng minh hai hệ quả.

Theo định lý mở rộng, miền thích ứng rộng hơn miền thích ứng theo E. Melan.