

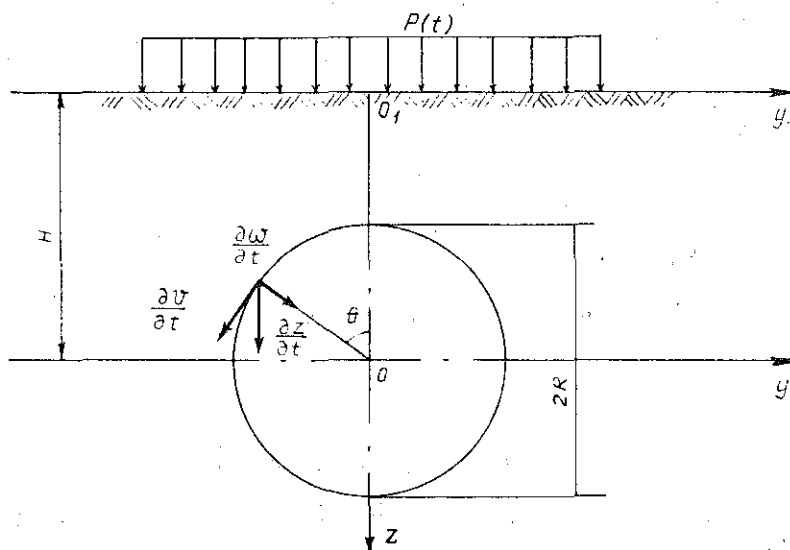
TƯƠNG TÁC GIỮA VỎ TRỤ VỚI MÔI TRƯỜNG ĐÀN HỒI PHI TUYẾN

NGUYỄN HOA THỊNH

Trong bài này, tác giả trình bày kết quả nghiên cứu về tương tác giữa vỏ trụ với môi trường đàn hồi phi tuyến dưới tác dụng của tải trọng xung trên bề mặt bán không gian của môi trường, phân tích ảnh hưởng các đặc trưng cơ học - vật lý của môi trường, độ cứng của vỏ và tính chất của tải trọng đến các đặc trưng của sóng ứng suất trong môi trường và trạng thái ứng suất-biến dạng của vỏ.

1. ĐẶT BÀI TOÁN

Xét vỏ trụ kín đặt trong môi trường đàn hồi như hình 1, tải trọng xung phân bố đều trên một diện tích xác định của bề mặt bán không gian (diện tích đủ lớn so với kích thước của vỏ).



Hình 1

Phương trình chuyển động của các phần tử của môi trường và phương trình liên tục viết dưới dạng [1].

$$\nabla_i \sigma^{*ij} + F^j = \rho^* \frac{\partial v^{*j}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \nabla_i (\rho^* v^{*i}) = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (1.2)$$

Ở đây, ký hiệu "*" biểu thị các đại lượng thuộc môi trường, σ^{*ij} - ứng suất, v^{*i} - vận tốc các phần tử của môi trường theo tọa độ x_i , F^j - lực khối, ρ - khối lượng riêng của môi trường.

Các phương trình (1.1) và (1.2) được khép kín bởi phương trình trạng thái liên hệ giữa ứng suất và biến dạng khi tăng và giảm tải

$$\sigma^* = f(\varepsilon^*). \quad (1.3)$$

Do tải trọng phân bố đều trên bề mặt của bán không gian, điều kiện liên kết hai đầu của vỏ là như nhau, với giả thiết tính chất vật liệu không thay đổi theo chiều dọc trục của vỏ, bài toán được coi gần đúng là phẳng và vỏ làm việc như một vòng, hệ phương trình chuyển động như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{(1-\nu^2)R^2}{Eh} P_\theta - \rho \frac{1-\nu^2}{E} R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial \theta} - W + \frac{1}{4} \left(\frac{h}{R}\right)^2 \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} + \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial W}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1-\nu^2}{Eh} R^2 q - \rho \frac{1-\nu^2}{E} R^2 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1.4)$$

Trong đó P_θ , q - ngoại lực theo hướng tiếp tuyến và hướng kính tác dụng lên bề mặt vỏ, W , v - độ võng và chuyển vị vòng của vỏ.

Xuất phát từ hệ phương trình chuyển động, phương trình liên tục, phương trình trạng thái của môi trường (1.1), (1.2), (1.3) và phương trình chuyển động của vỏ (1.4), bài toán tương tác giữa vỏ và môi trường được đặt ra như sau:

Trong trường sóng tới, các phương trình chuyển động cơ bản của môi trường (1.1), (1.2) trong biến (Z, t) có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + v^* \frac{\partial \rho^*}{\partial Z} + \rho^* \frac{\partial v^*}{\partial Z} &= 0, \\ \rho^* \left(\frac{\partial v^*}{\partial t} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial Z} \right) - \frac{\partial \sigma^*}{\partial Z} &= 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Nghiệm của hệ phương trình (1.5), (1.3) phải thỏa mãn các điều kiện ban đầu và điều kiện biên dưới đây:

$$\begin{aligned} P &= P(t), \quad \text{tại } Z = 0; \\ P^* &= P_0^*, \quad \rho^* = \rho_0^*, \quad v^* = v_0^* = 0, \quad \text{tại } t = 0, \quad Z > 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

ρ_0^* - khối lượng riêng của môi trường khi chưa bị nhiễu động.

Điều kiện trên bề mặt sóng (đối với sóng va chạm yếu) là:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^{*i}}{\partial n} &= -\frac{1}{C} \frac{\partial u^{*i}}{\partial t}, \\ \rho^* C \frac{\partial u^{*i}}{\partial t} &= -\sigma_n^{*i} \end{aligned} \quad (1.7)$$

trong đó u^{*i} - chuyển dịch của các phần tử của môi trường theo phương i , σ^{*i} - ứng suất tại các điểm của môi trường theo phương i trên mặt gián đoạn S , C - vận tốc truyền sóng trong môi trường.

Tại thời điểm $t = t_1$ xác định nào đó, sóng tới đạt tới điểm trên cùng của bề mặt vỏ. Trong trường hợp này, để thuận tiện, các phương trình chuyển động và liên tục của môi trường được viết theo hệ tọa độ trụ (r, θ, x) ứng suất pháp hướng kính, hướng tiếp tuyến và ứng suất tiếp được ký hiệu lần lượt là σ_{rr}^* , $\sigma_{\theta\theta}^*$, $\sigma_{r\theta}^*$, thành phần chuyển vị hướng kính và tiếp tuyến là u_r^* , u_θ^* , thành phần vận tốc hướng kính và tiếp tuyến là $v_r^* = \partial u_r^* / \partial t$, $v_\theta^* = \partial u_\theta^* / \partial t$.

Trong trường sóng phản xạ, các hệ phương trình chuyển động, hệ phương trình liên tục của các phần tử của môi trường và hệ phương trình chuyển động của vỏ phải thỏa mãn các điều kiện biên và điều kiện ban đầu sau đây:

Từ điều kiện tương thích chuyển động của vỏ và của các phần tử của môi trường gắn với nó ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial t} \cos \theta + \frac{\partial W}{\partial t} &= \frac{\partial u_r^*}{\partial t}, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} \sin \theta + \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial u_\theta^*}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

trong đó $\partial Z/\partial t$ - tốc độ chuyển động của vỏ như một vật rắn tuyệt đối theo phương truyền sóng.

Vì sóng phản xạ chỉ phát sinh sau khi sóng tới truyền đến bề mặt của vỏ nên điều kiện ban đầu của chuyển vị và tốc độ chuyển động của vỏ phải bằng không.

$$u_r^{*(1)} = \dot{u}_r^{*(1)} = 0, \quad u_\theta^* = \dot{u}_\theta^{*(1)} = 0 \quad \text{khi } \tau = 0, \quad (1.9)$$

trong đó ký hiệu "1" ở phía trên biểu thị các đại lượng trong miền sóng phản xạ, gốc của thời gian t tính từ khi sóng tới đạt đến bề mặt của vỏ $\tau = t - t_1$.

Phương trình vi phân chuyển động của các phần tử của vỏ (1.4) cần thỏa mãn các điều kiện biên và điều kiện ban đầu sau đây:

$$\mathcal{L}^m(v, W) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (1.10)$$

trong đó \mathcal{L}^m - toán tử vi phân có dạng và số lượng xác định bởi hình dạng của vỏ và dạng của liên kết.

$$v = \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad W = \frac{\partial W}{\partial t} = 0, \quad \text{khi } \tau = 0. \quad (1.11)$$

Như vậy để xác định các thông số chuyển động của các phần tử của vỏ và của môi trường, cần phải giải liên hợp các hệ phương trình (1.1), (1.2), (1.3), (1.4) (hoặc các phương trình suy ra từ chúng) với các điều kiện ban đầu và điều kiện biên (1.6), (1.7), (1.8), (1.9), (1.10), (1.11). Giải liên hợp các hệ phương trình như vậy hết sức phức tạp, nghiệm giải tích chỉ nhận được trong một số trường hợp đặc biệt, còn nói chung lời giải chỉ nhận được bằng phương pháp số.

Sóng phản xạ từ bề mặt vỏ truyền về phía bề mặt của bán không gian, và tại thời điểm $t = t_2$ đạt tới đó, phản xạ lại hình thành sóng thứ cấp thứ ba, chuyển động về phía vỏ.

Quá trình lan truyền và phản xạ tiếp tục cho đến lúc áp suất lớn nhất của sóng thứ cấp giảm đến không.

2. TƯƠNG TÁC GIỮA SÓNG ỨNG SUẤT VỚI VỎ TRỤ KÍN TRONG MÔI TRƯỜNG ĐÀN HỒI PHI TUYẾN

Xét vỏ trụ kín đặt trong môi trường đàn hồi phi tuyến có đường cong "ứng suất - biến dạng" lồi đối với trục biến dạng. Một cách gần đúng, đường cong đó có thể thay thế bằng hai đoạn thẳng gấp khúc kế tiếp nhau có dạng:

$$\sigma_k = A_k \varepsilon + B_k \quad \text{với } B_k < 0, \quad k = 1, 2. \quad (2.1)$$

Sóng ứng suất được tạo bởi áp lực phân bố đều trên bề mặt của bán không gian và biến thiên theo thời gian như sau:

$$P = P_m \left(1 - \frac{t}{T}\right)^n \quad \text{khi } 0 < t \leq T; \quad P = 0 \quad \text{khi } t > T, \quad (2.2)$$

ở đây P_m - trị số lớn nhất của áp lực, T - thời gian duy trì tác dụng của tải trọng, n - số mũ lũy thừa (ở đây $n \approx 1$).

Sóng phản xạ từ bề mặt của vỏ là sóng phẳng dạng tổng quát, ở đây ta nghiên cứu trường hợp môi trường lý tưởng - một mô hình gần đúng của đất thấm nước, trong đó không tồn tại ứng suất tiếp, và ta có $\vec{\sigma}_n = -\vec{P}_n$, nghĩa là vectơ ứng suất trên bề mặt bất kỳ có pháp tuyến \vec{n} vuông góc với mặt phẳng đó (\vec{P}_n/\vec{n}).

Lúc này hệ phương trình chuyển động và liên tục của môi trường có dạng

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r^*}{\partial r} v_r^* + \frac{v_\theta^*}{r} \frac{\partial v_r^*}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^{*2}}{r} + \frac{\partial v_r^*}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial r}, \\ \frac{v_r^* v_\theta^*}{r} + \frac{\partial v_\theta^*}{\partial r} v_r^* + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial \theta} v_\theta^* + \frac{\partial v_\theta^*}{\partial t} &= -\frac{1}{r\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta}, \\ \frac{\partial(\rho^* v_r^* r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho^* v_\theta^*)}{\partial \theta} + r \frac{\partial \rho^*}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Hệ phương trình (2.3) được khép kín bởi một phương trình trạng thái duy nhất đặc trưng cho độ nén thể tích của môi trường

$$p^* = f(V^*) \quad \text{hay} \quad p^* = \varphi(\rho^*), \quad (2.4)$$

trong đó V^* - thể tích riêng, ρ^* - khối lượng riêng của môi trường.

Nghiệm của bài toán phải thỏa mãn các điều kiện ban đầu và điều kiện biên như đã nêu ở phần 1.

Bài toán được giải bằng phương pháp Bupnôp-Galoockin đối với tọa độ góc, trong đó ta đặt

$$\begin{aligned} u_r^* &= \sum_{n=0}^{\infty} u_{rn}(r, t) \cos n\theta, & u_\theta^* &= \sum_{n=1}^{\infty} u_{\theta n} \sin n\theta; & (a) \\ v &= \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin n\theta, & W &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n(t) \cos n\theta, & q &= \sum_{n=0}^{\infty} q_n \cos n\theta, & (b) \end{aligned} \quad (2.5)$$

và phương pháp sai phân hữu hạn đối với biến r và thời gian t .

Để minh họa ta xét vỏ bằng thép có kích thước $h/R = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; R = 100$ cm. Khoảng cách từ điểm cao nhất của vỏ đến bề mặt bán không gian của môi trường $H = 5$ m. Vỏ được đặt trong môi trường đất thấm nước có mô hình gần đúng là đàn hồi phi tuyến với các trị số A_k, B_k cho trong bảng 1. Kết quả tính toán cho trong bảng 2 và bảng 3.

Bảng 1
Các đặc trưng của phương trình trạng thái
(với các phương án khác nhau của môi trường)

Ký hiệu môi trường	P_r (MПа)	A_1 (MПа)	B_1 (MПа)	A_2 (MПа)	B_2 (MПа)
1	3	45,6	0	140	-7,12
2	2	34,5	0	135	-5,85
3	1	20,0	0	132	-5,68
4	1	10,0	0	105	-5,85

P_r - trị số ứng suất tương ứng với giao điểm của hai đoạn của biểu đồ

Bảng 2
 Sự thay đổi các trị số σ_{\max}^* [P_m và T_z] T
 theo khoảng cách đến bề mặt của bán không gian

Ký hiệu	môi trường	thông số	Z					
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1		σ_{\max}^*/P_m	0,870	0,660	0,540	0,541	0,523	0,510
		T_z/T	1,300	1,250	1,330	1,400	-	-
3		σ_{\max}^*/P_m	0,820	0,620	0,570	0,485	0,475	0,470
		T_z/T	1,300	1,300	1,400	1,420	-	-

Trong bảng này: T_{\max} - trị số lớn nhất của ứng suất tại điểm đang khảo sát của môi trường, P_m - trị số trên tại mặt cắt ban đầu ($Z = 0$), T_z - thời gian duy trì tác dụng của tải trọng tại mặt cắt đang xét, T - thời gian trên tại mặt ban đầu ($Z = 0$)

Bảng 3
 Trị số ω_{\max}/h và $\dot{\omega}_{\max}/h$ ứng với các giá trị h/R khác nhau
 của vỏ và đặc trưng cơ học khác nhau của môi trường

Ký hiệu	h/R	(1)		(2)	
		ω_{\max}/h	$\dot{\omega}_{\max}/h$	ω_{\max}/h	$\dot{\omega}_{\max}/h$
1	0,01	1,37	6,09	1,02	5,01
2	0,01	1,39	6,17	1,09	5,08
3	0,01	1,42	6,24	1,14	5,25
	0,02	0,380	1,56	0,320	1,41
	0,03	0,157	0,700	0,134	0,630
	0,04	0,071	0,310	0,067	0,290
4	0,01	1,45	6,18	1,17	5,12

Trong bảng 3: 1 - Kết quả tính toán khi không tính đến ảnh hưởng của vận tốc chuyển động của vỏ đến tương tác vỏ và môi trường
 2 - Tính đến ảnh hưởng trên

KẾT LUẬN

Qua kết quả nghiên cứu trên, có thể rút ra một số kết luận sau đây:

- Hiệu ứng tương tác giữa vỏ và môi trường phụ thuộc vào độ lớn và tính chất của lực tác dụng, tính chất cơ học - vật lý của môi trường, độ cứng của vỏ, vị trí và liên kết của vỏ trong môi trường.

Độ lồi của đường cong "biến dạng - ứng suất" đối với trục biến dạng càng lớn thì cường độ giảm của ứng suất trong môi trường theo khoảng cách đến bề mặt của bán không gian càng lớn, thời gian duy trì tác dụng của tải trọng càng lớn (bảng 2).

Nhưng mặt khác, độ lồi của đường cong "biến dạng ứng suất" đối với trục biến dạng càng lớn thì hệ số phân xạ trên bề mặt vỏ càng lớn. Bởi vậy, qui luật ảnh hưởng các thông số của phương trình trạng thái của môi trường đến trạng thái ứng suất biến dạng của vỏ được xác định bằng cách phân tích cụ thể các tương quan định lượng giữa các thông số $A_k, B_k, \rho^*, E, \rho, H, h/R \dots$

Ảnh hưởng của biến dạng và tốc độ chuyển động các điểm của bề mặt vỏ đối tượng tác giữa vỏ và môi trường (hiệu ứng tạo thành sóng bức xạ) tăng cùng với độ tăng các thông số của phương trình trạng thái của môi trường và độ giảm độ cứng của vỏ (ở đây là tỉ số h/R).

Từ đó có thể thấy rằng, để giảm tác dụng của sóng ứng suất lên kết cấu có thể dùng các biện pháp:

- Giảm độ cứng vỏ;
- Bao lên vỏ một lớp mỏng biến dạng;
- Đặt vỏ trên gối biến dạng

Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình Nghiên cứu cơ bản trong lĩnh vực Khoa học tự nhiên

Địa chỉ:
Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn

Nhận ngày 3/2/1998

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Ляхов Г. М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. Маука, М., 1982, 386с.
2. Ионов В. Н., Огибалов П. М. Прочность пространственных элементов конструкций. Динамика и волны напряжений. 2. е Изд. перераб. и доп. Высшая школа, М. 1980, 440с.
3. Нгуен Хоа Тхинь. Расчёт цилиндрической оболочки в линейно - упругой среде на действие импульсных сил. Известия Северо - Кавказского научного центра высшей школы. Естественные науки, № 3, 1985, с. 54-57.

РЕЗЮМЕ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧЕК С НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЙ СРЕДОЙ

В статье изложены результаты исследования проблемы "Взаимодействия цилиндрической оболочки с нелинейно-упругой средой на действие импульсных нагрузок, распределенных на поверхности полупространства", уделено внимание оценке влияния физико-механических свойств, жёсткости оболочки, характеристики нагрузок на волновые процессы в среде и напряженно - деформированное состояние оболочки.