

DẠNG BẤT BIẾN TỔNG QUÁT CỦA THUYẾT BỀN DỊ HƯỚNG

TRẦN ÍCH THỊNH

1- MỞ ĐẦU

So với kim loại, vật liệu composite có nhiều ưu điểm nổi bật: độ bền riêng và mô đun đàn hồi riêng rất cao, điều đó cho phép giảm nhẹ đáng kể trọng lượng của các chi tiết máy và các kết cấu công trình. Để không bị lãng phí vật liệu và có thể thiết kế tối ưu các kết cấu composite, cần thiết phải hiểu biết sâu sắc các thuyết bền áp dụng cho vật liệu dị hướng này, nhất là khi chúng chịu tác dụng của các tải trọng phức tạp.

Theo cách tiếp cận của cơ học vi mô, các thuyết bền được xây dựng trên các tính chất cơ học của các vật liệu thành phần (sợi, nhựa chẳng hạn) và nhờ các phương pháp "đồng nhất hóa" khác nhau. Phương pháp này có lịch sử hơn hai chục năm nhưng các kết quả còn nhiều hạn chế [2], [3].

Hiện nay trong các phòng nghiên cứu, thiết kế trên thế giới, người ta hay sử dụng các thuyết bền xây dựng theo quan điểm của cơ học vĩ mô, chẳng hạn thuyết bền Hill (1948) [4], thuyết bền Tsai và Wu (1971) [10].

Thuyết bền Hill được tổng quát hóa từ thuyết bền đẳng hướng Von mises và được áp dụng cho kim loại trục hướng. Thuyết bền Von mises dựa trên giá trị cực đại của năng lượng biến dạng trượt và chỉ đề cập đến bất biến thứ hai của trạng thái ứng suất:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2 \leq 6k^2. \quad (1.1)$$

Thuyết bền Hill được biểu diễn trong hệ trục trục hướng dưới dạng sau:

$$(G + H)(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (F + H)(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (F + G)(\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 \leq 1. \quad (1.2)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} G + H &= \frac{1}{X^2}; & 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}; & 2L &= \frac{1}{S_{yz}^2}; \\ F + H &= \frac{1}{Y^2}; & 2G &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2}; & 2M &= \frac{1}{S_{zx}^2}; \\ F + G &= \frac{1}{Z^2}; & 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2}; & 2N &= \frac{1}{S_{xy}^2}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

X, Y, Z : là độ bền kéo, nén đơn theo phương các trục trục hướng, S_{xy}, S_{yz}, S_{zx} là độ bền cắt trong các mặt phẳng trục giao.

Hill đề xuất thuyết bền trong khuôn khổ của lý thuyết dẻo tuyệt đối áp dụng vào kim loại phân lớp với hai giả thiết:

- Thuyết bền không nhạy với dấu của ứng suất pháp,
- Không nhạy với phần đẳng hướng của tenxơ ứng suất.

Thuyết bền Hill hoàn toàn không thể áp dụng cho vật liệu composite (Lin và công sự [5]).

Để khắc phục các hạn chế của thuyết bền Hill, Tsai và Wu đã đề xuất một thuyết bền dưới dạng đa thức bậc hai của ứng suất thực:

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1. \quad (1.4)$$

hoặc dưới dạng khai triển sau:

$$\begin{aligned} & F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_3 \sigma_3 + F_4 \sigma_4 + F_5 \sigma_5 + F_6 \sigma_6 + \\ & F_{11} \sigma_1^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 2F_{13} \sigma_1 \sigma_3 + 2F_{14} \sigma_1 \sigma_4 + 2F_{15} \sigma_1 \sigma_5 + 2F_{16} \sigma_1 \sigma_6 + \\ & F_{22} \sigma_2^2 + 2F_{23} \sigma_2 \sigma_3 + 2F_{24} \sigma_2 \sigma_4 + 2F_{25} \sigma_2 \sigma_5 + 2F_{26} \sigma_2 \sigma_6 + \\ & F_{33} \sigma_3^2 + 2F_{34} \sigma_3 \sigma_4 + 2F_{35} \sigma_3 \sigma_5 + 2F_{36} \sigma_3 \sigma_6 + \\ & F_{44} \sigma_4^2 + 2F_{45} \sigma_4 \sigma_5 + 2F_{46} \sigma_4 \sigma_6 + \\ & F_{55} \sigma_5^2 + 2F_{56} \sigma_5 \sigma_6 + F_{66} \sigma_6^2 = 1. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Trong đó F_i và F_{ij} là các hằng số vật liệu ($i, j = 1, 2, \dots, 6$).

So với thuyết bền Hill thì thuyết Tsai và Wu có hai điểm mạnh:

- Nhạy với dấu của ứng suất pháp,
- Nhạy với phần đẳng hướng của tenxơ ứng suất tác dụng.

Tuy nhiên nhiều nghiên cứu cho thấy thuyết bền này không cho phép dự đoán chính xác độ bền của vật liệu composite khi chịu lực phức tạp [3], [6]. Nguyên nhân chính là do thuyết bền Tsai và Wu đã không chú ý đến tính dị hướng của các cơ cấu phá hỏng của vật liệu khi chịu lực.

Trước tình thế đó, có hai vấn đề đặt ra:

- + Cần thiết phải xây dựng những thuyết bền tổng quát hơn cho vật liệu composite,
- + Cần tính đến bản chất rất khác nhau của các cơ cấu phá hủy của vật liệu composite khảo sát trong xây dựng thuyết bền.

2. DẠNG BẤT BIẾN TỔNG QUÁT CỦA THUYẾT BỀN DỊ HƯỚNG

2.1. Thuyết bền trục hướng

Trong cơ học môi trường liên tục, phương pháp biểu diễn hàm tenxơ [1] cho phép chúng ta mô tả khách quan và nhất quán nhất các quy luật ứng xử cơ học của các vật liệu dị hướng như: kim loại phân lớp, đá phân tầng, composite v.v...

Khảo sát một lớp các ứng xử có thể biểu diễn bằng quan hệ giữa tenxơ ứng suất T với tenxơ tốc độ biến dạng D ; với vật liệu trục hướng (chẳng hạn composite vải thủy tinh/nhựa epoxy), quan hệ tenxơ tổng quát được mô tả như sau:

$$T = F(D, M_i) \quad (2.1)$$

Trong đó M_i là các tenxơ cấu trúc xác định bởi:

$$M_1 = v_1 \times v_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}_{(v_i)}; \quad M_2 = v_2 \times v_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}_{(v_i)}; \quad M_3 = v_3 \times v_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}_{(v_i)} \quad (2.2)$$

Biểu thức (2.1) chỉ được coi như một quy luật cơ học nếu nó thỏa mãn nguyên lý đẳng hướng của không gian [1]. Nguyên lý này yêu cầu: một ánh xạ Q bất kỳ thuộc nhóm trực giao 0 tác động đồng thời vào vật liệu và biến động học D thì kéo theo cùng một biến đổi của tenxơ ứng suất T :

$$\forall Q \in 0; F(QDQ^t, QM_iQ^t) = QF(D, M_i)Q^t \quad (2.3)$$

Tính chất trên cho thấy: hàm F là đẳng hướng đối với tập hợp các tham số D và M_i . Quan hệ ẩn giữa T và D là dị hướng; Thể loại dị hướng có thể phân định bởi nhóm bất biến S của tenxơ cấu trúc M_i :

$$\begin{aligned} QM_iQ = M_i &\longleftrightarrow Q \in S \\ S &= \{\pm I, S_1, S_2, S_3\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

S_i : nhóm đối xứng vật liệu qua các mặt phẳng $(v_1, v_2, v_3,)$; I : tenxơ đơn vị. Biểu thức tối giản của (2.1) có dạng sau [1], [7]:

$$\begin{aligned} T &= \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2 + \alpha_3 M_3 + \alpha_4 (M_1 D + D M_1) + \\ &\quad + \alpha_5 (M_2 D + D M_2) + \alpha_6 (M_3 D + D M_3) + \alpha_7 D^2 \\ \alpha_i &= \alpha_i \{ \text{Tr}(M_1 D), \text{Tr}(M_2 D), \text{Tr}(M_3 D), \\ &\quad \text{Tr}(M_1 D^2), \text{Tr}(M_2 D^2), \text{Tr}(M_3 D^2) + \text{Tr} D^3 \} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Biểu thức (2.5) cho ta một ứng xử dẻo khi coi D là tenxơ tốc độ biến dạng và (2.5) thỏa mãn điều kiện đồng nhất bậc "0" đối với thời gian "t", có nghĩa là:

$$\frac{\partial T}{\partial D} D = 0 \quad \text{nếu} \quad \frac{\partial T}{\partial D} \neq 0 \quad (2.6)$$

Đưa điều kiện (2.6) vào (2.5), sau một số phép biến đổi ta thu được đồng thời:
+ Dạng bất biến tổng quát của quy luật chảy dẻo:

$$\begin{aligned} \frac{D}{\sqrt{\text{Tr} D^2}} &= \varphi_1 M_1 + \varphi_2 M_2 + \varphi_3 M_3 + \varphi_4 (M_1 T + T M_1) + \\ &\quad + \varphi_5 (M_2 T + T M_2) + \varphi_6 (M_3 T + T M_3) + \varphi_7 T^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

+ và dạng bất biến tổng quát của thuyết bền trực hướng:

$$F\{ \text{Tr} M_1 T, \text{Tr} M_2 T, \text{Tr} M_3 T, \text{Tr} M_1 T^2, \text{Tr} M_2 T^2, \text{Tr} M_3 T^2, \text{Tr} T^3 \} = 0. \quad (2.8)$$

Tenxơ M_i xuất hiện trong biểu thức (2.7) và (2.8) thể hiện quan hệ dị hướng (trực hướng) giữa T và D . Nếu phương chính của T và M_i không trùng nhau thì phương chính của D khác phương chính của T . Trong công thức (2.8), bên cạnh bất biến thường gặp trong các thuyết bền đẳng hướng ($\text{Tr} T^3$) còn có các bất biến hỗn hợp ($\text{Tr} M_1 T, \text{Tr} M_2 T, \dots$) mô tả tính dị hướng của ứng xử vật liệu. Các bất biến này chỉ rõ phương của tenxơ ứng suất so với phương của tenxơ cấu trúc M_i .

Chúng ta chứng minh được rằng: bất kỳ một thuyết bền nào áp dụng cho vật liệu trực hướng và tôn trọng các điều kiện bất biến của tính đối xứng vật liệu, nhất thiết phải thỏa mãn dạng tổng quát (2.8).

Chẳng hạn thuyết bền Hill được biểu diễn dưới dạng bất biến sau:

$$\begin{aligned} C_1 \text{Tr}^2 M_1 T + C_2 \text{Tr}^2 M_2 T + C_3 \text{Tr}^2 M_3 T + 2C_4 \text{Tr} M_2 T \text{Tr} M_3 T + \\ 2C_5 \text{Tr} M_3 T \text{Tr} M_1 T + 2C_6 \text{Tr} M_1 T \text{Tr} M_2 T + (C_5 + C_6 - C_1) \text{Tr} M_1 T^2 + \\ (C_6 + C_4 - C_2) \text{Tr} M_2 T^2 + (C_4 + C_5 - C_3) \text{Tr} M_3 T^2 = 1. \end{aligned} \quad (2.9)$$

trong đó $C_1 = L - M - N$; $C_2 = -L + M - N$; $C_3 = -L - M + N$; $C_4 = F$; $C_5 = G$; $C_6 = H$.

Dạng bất biến của thuyết bền Tsai và Wu áp dụng vào vật liệu trục hướng được biểu diễn dưới dạng:

$$\begin{aligned}
& F_1 \text{Tr}M_1T + F_2 \text{Tr}M_2T + F_3 \text{Tr}M_3T + (1/2)(2F_{11} + F_{44} - F_{55} - F_{66})\text{Tr}^2M_1T + \\
& (1/2)(2F_{22} - F_{44} + F_{55} - F_{66})\text{Tr}^2M_2T + (1/2)(2F_{33} - F_{44} - F_{55} + F_{66})\text{Tr}^2M_3T + \\
& 2F_{12}\text{Tr}M_1T \text{Tr}M_2T + 2F_{23}\text{Tr}M_2T \text{Tr}M_3T + 2F_{31}\text{Tr}M_3T \text{Tr}M_1T + \\
& (1/2)F_{44}(-\text{Tr}M_1T^2 + \text{Tr}M_2T^2 + \text{Tr}M_3T^2) + (1/2)F_{55}(\text{Tr}M_1T^2 - \text{Tr}M_2T^2 + \text{Tr}M_3T^2) + \\
& (1/2)F_{66}(\text{Tr}M_1T^2 + \text{Tr}M_2T^2 - \text{Tr}M_3T^2) = 1. \tag{2.10}
\end{aligned}$$

2.2. Thuyết bền đẳng hướng ngang (transverse isotropy)

Vật liệu trục hướng có một mặt phẳng đẳng hướng được gọi là vật liệu đẳng hướng ngang, ví dụ composite sợi đồng phương, composite dạng "mat" v.v...

Dạng bất biến tổng quát của thuyết bền đẳng hướng ngang được xây dựng tương tự như thuyết bền trục hướng và có dạng [3]:

$$F(\text{Tr}T, \text{Tr}T^2, \text{Tr}T^3, \text{Tr}MT, \text{Tr}MT^2) = 0 \tag{2.11}$$

Trong đó M là tenxơ cấu trúc xác định bởi:

$$M = v_1 \times v_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}_{(v_1, \dots)} ; \tag{2.12}$$

v_1 vuông góc với mặt đẳng hướng.

Thuyết bền Hill là trường hợp đặc biệt của (2.11) và được biểu diễn bởi:

$$(F + 2H)\text{Tr}T^2 - H\text{Tr}^2T - 2(F + 2H - L)\text{Tr}M_1T^2 + (5F + H - 2L)\text{Tr}^2MT + 2(H - F)\text{Tr}T \text{Tr}MT = 1 \tag{2.13}$$

Dạng bất biến của thuyết bền Tsai và Wu cho vật liệu đẳng hướng ngang có dạng:

$$b_1 \text{Tr}T + b_2 \text{Tr}MT + b_3 \text{Tr}^2T + b_4 \text{Tr}^2MT + b_5 \text{Tr}T \text{Tr}MT + b_6 \text{Tr}T^2 + b_7 \text{Tr}MT^2 = 1. \tag{2.14}$$

Trong đó:

$$\begin{aligned}
b_1 &= F_1; & b_2 &= F_3 - F_1; & b_3 &= F_{12}; & b_4 &= F_{11} + F_{33} - F_{44} - 2F_{21}; \\
b_5 &= 2(F_{31} - F_{12}); & b_6 &= F_{11} - F_{12}; & b_7 &= F_{44} + 2(F_{12} - F_{11}).
\end{aligned}$$

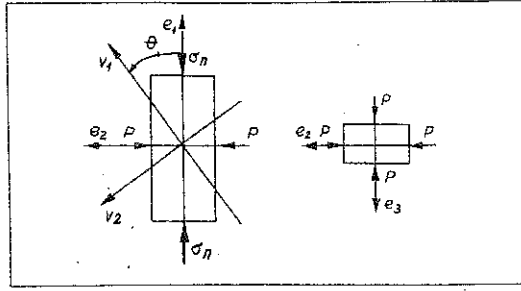
3. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT BA CHIỀU TRÒN XOAY

Khảo sát một trạng thái ứng suất kéo (nén) ba chiều tròn xoay (hình 1.):

Bằng cách đưa vào tenxơ lệch ứng suất S :

$$S = T - (1/3)\text{Tr}T.I. \tag{3.1}$$

Ta tính được:



Hình 1. Trạng thái ứng suất ba chiều tròn xoay

$$\begin{aligned}
 \text{Tr}M_1T &= \text{Tr}M_1S + (1/3) \cdot \text{Tr}T, \\
 \text{Tr}M_2T &= \text{Tr}M_2S + (1/3) \cdot \text{Tr}T, \\
 \text{Tr}M_3T &= \text{Tr}M_3S + (1/3) \cdot \text{Tr}T, \\
 \text{Tr}M_1T^2 &= \text{Tr}M_1S^2 + (2/3)\text{Tr}M_1S \text{Tr}T + (1/9) \cdot \text{Tr}^2T, \\
 \text{Tr}M_2T^2 &= \text{Tr}M_2S^2 + (2/3)\text{Tr}M_2S \text{Tr}T + (1/9) \cdot \text{Tr}^2T, \\
 \text{Tr}M_3T^2 &= \text{Tr}M_3S^2 + (2/3)\text{Tr}M_3S \text{Tr}T + (1/9) \cdot \text{Tr}^2T, \\
 \text{Tr}T^3 &= \text{Tr}S^3 + \text{Tr}S^2 \text{Tr}T + (1/9) \cdot \text{Tr}^3T.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Chú ý rằng:

$$\begin{aligned}
 \text{Tr}M_1S + \text{Tr}M_2S + \text{Tr}M_3S &= 0, \\
 \text{Tr}M_1S^2 + \text{Tr}M_2S^2 + \text{Tr}M_3S^2 &= 0,
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

chúng ta dễ dàng tìm được dạng tương đương với dạng bất biến tổng quát của điều kiện chảy dẻo (2.8) cho vật liệu trục hướng khảo sát dưới dạng sau:

$$g(\text{Tr}T, \text{Tr}M_1S, \text{Tr}M_2S, \text{Tr}M_1S^2, \text{Tr}M_2S^2, \text{Tr}S^2, \text{Tr}S^3) \tag{3.4}$$

Áp dụng vào trạng thái ứng suất trên ta có :

$$\begin{aligned}
 \text{Tr}T &= 2P + \sigma_n, \\
 \text{Tr}S^2 &= (2/3) \cdot (\sigma_n - P)^2, \\
 \text{Tr}S^3 &= (2/9) \cdot (\sigma_n - P)^3 = (\alpha/\sqrt{6}) \cdot \text{Tr}^{3/2}S^2, \\
 \text{Tr}M_1S &= (1/3) \cdot (\sigma_n - P)(3 \cos^2 \theta - 1), \\
 \text{Tr}M_2S &= (1/3) \cdot (\sigma_n - P)(2 - \cos^2 \theta) = -\text{Tr}M_1S + \sqrt{(1/6)} \cdot \text{Tr}S^2, \\
 \text{Tr}M_1S^2 &= (1/9) \cdot (\sigma_n - P)^2(3 \cos^2 \theta + 1) = \\
 &= (1/3) \cdot \text{Tr}S^2 + \alpha \cdot \text{Tr}M_1S \cdot \sqrt{(1/6)} \cdot \text{Tr}S^2, \\
 \text{Tr}M_2S^2 &= (1/9) \cdot (\sigma_n - P)^2(4 - 3 \cos^2 \theta) = \\
 &= (1/2) \cdot \text{Tr}S^2 - \alpha \cdot \text{Tr}M_1S \cdot \sqrt{(1/6)} \cdot \text{Tr}S^2.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Trong đó $\alpha = 1$ nếu $(\sigma_n - P) > 0$ và $\alpha = -1$ nếu $(\sigma_n - P) < 0$.

Từ đây ta dễ dàng thấy dạng bất biến tổng quát của thuyết bền áp dụng cho composite trục hướng chịu nén ba chiều được thu gọn dưới dạng:

$$h = (\text{Tr}T, \text{Tr}M_1S, \text{Tr}S^2). \tag{3.6}$$

Ta có thể chứng minh được rằng: dưới tác dụng của trạng thái ứng suất nén ba trục tròn xoay xung quanh một phương nằm trong mặt phẳng ưu tiên của vật liệu trục hướng hay trục hướng tròn xoay thì dạng tối giản của thuyết bền cho cả hai loại vật liệu là như nhau và có dạng (3.6) [7].

4. VẬT LIỆU COMPOSITE VẢI THỦY TINH/NHỰA EPOXY CHỊU NÉN BA CHIỀU

Chúng tôi tiến hành một chương trình thí nghiệm với composite trục hướng vải thủy tinh/nhựa epoxy, các thí nghiệm kéo với mẫu 12 lớp, các thí nghiệm nén với mẫu 32 lớp.

- Các mẫu kéo có dạng hình học và kích thước đặc biệt [7].
- Các mẫu nén ba chiều có dạng hình hộp chữ nhật và được nghiên cứu theo 5 phương khác nhau so với phương sợi cơ bản ($\theta = 0^\circ; 7,5^\circ; 15^\circ; 30^\circ; \text{ và } 45^\circ$). Thí nghiệm được tiến hành với 5 giá trị áp lực hãm khác nhau: $P = 0, 25, 50, 75$ và 100MPa . Dưới đây chúng tôi chỉ trình bày một số kết quả đặc trưng:

Giá trị ứng suất định phương giới hạn được tính toán và cho trong bảng 1.

Bảng 1. Ứng suất định phương giới hạn ($\sigma_n - P$) (MPa) của các mẫu chịu nén ba chiều

$P(\text{MPa})$	0°				
	0°	$7,5^\circ$	15°	30°	45°
0	412,8	359,1	273,9	158,3	136,9
25	482,6	398,1	302	183,9	166,5
50	521,2	419,6	317	202,5	178,7
75	553,3	442,6	328,3	209,5	187,6
100	595	454,1	337,9	226,8	202,9

+ Với mẫu chịu nén ba chiều ta có nhận xét:

- Vật liệu composite nghiên cứu có tính dị hướng cao,
- Khá nhạy với dấu của ứng suất pháp tác dụng,
- Nhạy với phần đẳng hướng của tenxơ ứng suất,
- Độ bền giảm nhanh từ $\theta = 0^\circ$ đến 30° , khá ổn định với $\theta = 30^\circ$ đến 45° .

Quan sát các mẫu thí nghiệm sau khi bị phá hỏng, chúng tôi thấy rõ:

+ Với các mẫu 0° đến 15° , độ bền và mô đun lớn, biến dạng phá hủy nhỏ, sợi dọc chịu phá hủy là chính, miền hư hỏng rất hẹp.

+ Với các mẫu 30° đến 45° , độ bền và mô đun thấp, biến dạng phá hủy rất lớn, mẫu bị phá hỏng do tróc sợi/nhựa kèm theo biến dạng trượt tương đối giữa các sợi dọc và sợi ngang, miền hư hỏng rất lớn.

Cơ cấu phá hỏng của các mẫu kéo lại khác các mẫu nén:

- + Với mẫu 0° mặt phá hỏng vuông góc với phương sợi cơ bản.
- + Với mẫu 45° , giống như khi nén, mẫu bị phá hỏng do tróc sợi/nhựa, kèm theo biến dạng trượt tương đối giữa các sợi dọc/sợi ngang.
- + Với các mẫu $7,5^\circ; 15^\circ$ và 30° , chúng ta quan sát thấy cơ cấu tổng hợp cùng với một quá trình chuyển tiếp từ cơ cấu với $\theta = 0^\circ$ sang cơ cấu với $\theta = 45^\circ$.

4.2. Thuyết bền đề xuất

Với composite vải thủy tinh/nhựa epoxy (vật liệu trục hướng), sau khi xem xét kỹ luật biến thiên của ứng suất định phương giới hạn và phân tích cơ cấu phá hủy của các mẫu thí nghiệm, chúng tôi đã đề xuất một điều kiện bền có dạng :

$$(1 + a_1P + a_2P^2)(\sigma_n - P) + (b_0 + b_1P + b_2P^2)(\sigma_n - P)^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta = k^2. \quad (4.1)$$

ở đây a_i và b_i là các hằng số vật liệu, còn k là hằng số của thuyết bền.

Với trạng thái ứng suất kéo đơn:

$$\sigma_n^2 = \frac{k^2}{1 + b_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta} \quad (4.2)$$

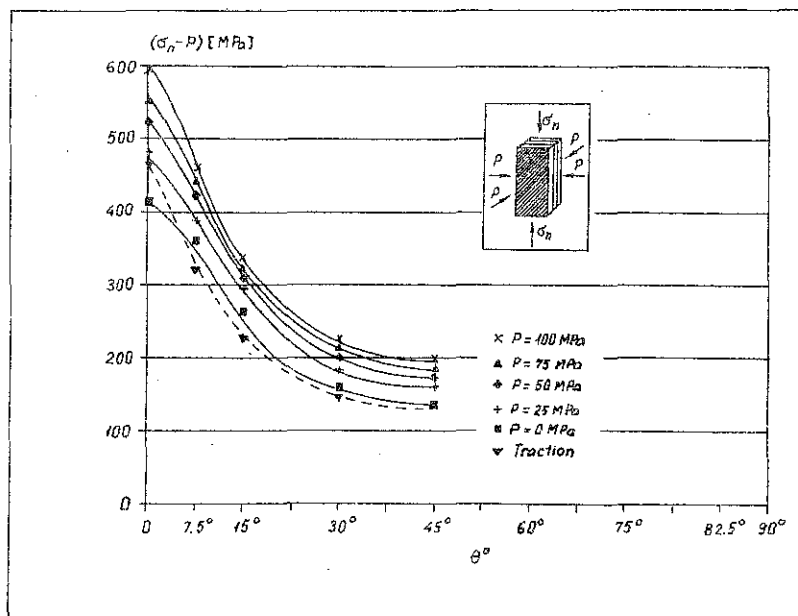
Từ công thức (3.5), biểu diễn các đại lượng $(\sigma_n - P)$, P và $\cos^2 \theta$ qua $\text{Tr}T$, $\text{Tr}M_1S$ và $\text{Tr}S^2$, ta dễ dàng thấy (4.1) thỏa mãn dạng bất biến tổng quát (2.8).

Giá trị của các hằng số vật liệu tham gia vào thuyết bền (4.1) được tính toán nhờ các số liệu thực nghiệm và được cho trong bảng 2.

Bảng 2. Hằng số thuyết bền

$K = 0,413GPa$	$a_1 = -9,78GPa^{-1}$	$b_1 = -309,6GPa^{-1}$
$b_0 = 30,93$	$a_2 = 45,76GPa^{-2}$	$b_2 = 1627GPa^{-2}$

Trên hình 2, chúng tôi so sánh các số liệu thực nghiệm với các đường cong lý thuyết theo thuyết bền đề xuất.



Hình 2. So sánh số liệu thực nghiệm với thuyết bền đề xuất

Chúng ta nhận thấy: dưới bất kỳ lực hãm P và với bất kỳ góc θ của mẫu thử đường cong lý thuyết theo thuyết bền đề xuất phù hợp với những kết quả thực nghiệm.

5. KẾT LUẬN

Thuyết bền Hill áp dụng cho kim loại trục hướng, tỏ ra hoàn toàn không phù hợp với vật liệu composite.

Thuyết bền Tsai và Wu cho phép dự đoán chính xác độ bền kéo, nén đơn giản nhưng cho độ bền thấp hơn độ bền thực nghiệm trong thí nghiệm nén ba trục tròn xoay trên composite trục hướng [9].

Phép biểu diễn hàm tenxơ dị hướng cho chúng ta một cách tiện cận độ dẻo nhằm mô tả một cách tổng quát ứng xử cơ học của vật liệu composite trục hướng chịu ứng suất phức tạp. Thuyết bền đề xuất cho ta một dự đoán chính xác hơn cả về độ bền lẫn cơ cấu phá hủy của composite khảo sát.

Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình Nghiên cứu cơ bản trong lĩnh vực Khoa học tự nhiên

Địa chỉ:

Trường Đại học Bách khoa HN

Nhận ngày 5/3/1993

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Boehler J. P. Loi de comportement Anisotrope des Milieux Continus. Journal de mécanique, vol. 17, No 2, 1978.
2. Boehler J. P. Contribution théorique et expérimental a l'étude des milieux plastiques anisotropes. Thèse de Doctorat ès Science, Grenoble 1975.
3. Boehler J. P. Critères de rupture des matériaux composites mat de verre/résine époxyde. 2^{me} Ecole d'Automne Endommagement des matériaux et structures composites.
4. Hill R. A theory of the yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals. Proc. Roy. Serie A, Vol. 2, 1948, pp. 281-279.
5. Lin T. H., Salinas D. Effects of Hydrostatic Stress on the Yielding of Cold-Rolled Metals and Fiber Reinforced Composites. J. Comp. Materials No 6, 1972, pp. 409-413.
6. Tennyson R. C. Evolution of the tensor polynomial Failure Criterion for Composite Materials, vol. 5, 1971, pp. 58-80.
7. Tran Ich T. Contribution à l'étude du comportement mécanique et de l'endommagement d'un composite stratifié à renfort tissu. Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble, 1991.
8. Trần Ích Thịnh. Nghiên cứu thực nghiệm ứng xử cơ học vật liệu composite vải thủy tinh/nhựa epoxy chịu ứng suất phức tạp. Hội Nghị cơ học toàn quốc lần thứ V. Hà Nội, 12-1992.
9. Tran Ich T. Yield condition and Failure Criteria for Orthotropic Composites under Complex Stress States. Hội nghị Cơ Học Toàn Quốc lần thứ V Hà Nội 12-1992.
10. Tsai S. W. and Wu E. M. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. Journal of Composite Materials, vol. 5, 1971, pp. 58-80.

SUMMARY

GENERAL INVARIANT FORMS OF THE ANISOTROPIC FAILURE CRITERIA

The general invariant forms of failure criteria for anisotropic solids were studied and applied to orthotropic composite materials. when subjected to three - dimensional stress states with rotational symmetry. The Hill criterion and the Tsai and Wu criterion are special cases of these general forms.