Tạp chí CƠ HỌC, tập XV, 1993, số 3 (22 - 30)

VỀ MỘT THUẬT TOÁN TÌM VỊ TRÍ TỐI ƯU ĐẶT MỘT NGUỒN THẢI Ô NHIỄM KHÔNG KHÍ

NGUYỄN THẾ ĐỨC, TRẦN VĂN TRẢN

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Một trong các nguồn thải chất độc hại vào trong không khí quan trọng nhất là các nhà máy công nghiệp. Do yêu cầu về nguồn nhân lực, nguồn nguyên liệu v. v..., thông thường chúng được xây dựng gần các khu vực dân cư.

Khi xây dựng một nhà máy trong một vùng có các khu vực dân cư, bài toán có thể đặt ra là:

Trong những vị trí thuận lợi về mặt kinh tế để đặt nhà máy, vị trí nào sẽ làm tối thiểu ảnh hưởng ô nhiễm lên các khu vực dân cư, và những vị trí nào không làm cho các tiêu chuẩn vệ sinh đang được quy định tại các khu vực dân cư bị vi phạm.

2. ĐẶT BÀI TOÁN

Giả sử một nhà máy công nghiệp phát ra chất thải với công suất Q. nguồn chất thải đặt tại điểm $r_0 = (x_0, y_0, h)$.

Phương trình truyền chất trong miền trụ G đủ lớn là:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} u\varphi + \sigma\varphi = \frac{\partial}{\partial z}\nu\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \mu\Delta\varphi + Q\delta(r - r_0) \tag{2.1}$$

với các điều kiện:

$$\begin{aligned} \varphi &= 0 \quad \text{trên} \quad \Sigma \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= \alpha\varphi \quad \text{trên} \quad \Sigma_0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0 \quad \text{trên} \quad \Sigma_H \\ \varphi &\equiv 0 \quad \text{tại} \quad t = 0 \end{aligned}$$

trong đó ký hiệu:

φ - nồng độ chất thải.

ν - hệ số khuyếch tán theo chiều thẳng đứng z.

μ - hệ số khuyếch tán theo các chiều nằm ngang: x và y.

u - véc tơ vận tốc.

Σ - mặt xung quanh của G.

Σ_0 - mặt đáy của G.

Σ_H - mặt đỉnh của G tại độ cao H.

Các thành phần véc tơ vận tốc trong lớp biên hành tinh được tính toán bởi phương pháp sử dụng trong mesometeorology [1], ở đây giả sử bằng cách nào đó ta có các thông tin cần thiết về trường gió, phương trình (2.1) được sử dụng để giải bài toán về sự trải ra của chất gây ô nhiễm từ nguồn thải đặt tại điểm $r_0 \in G$.

Lấy tích phân lời giải thu được trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq T$ hữu hạn nào đó. Khi đó lượng chất thải trong một miền trụ G_k phía trên miền dân cư $\Omega_k \in \Sigma_0$ lấy trung bình trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq T$ là:

$$J_k^B = b \int_0^T dt \int_{G_k} \varphi dG \tag{2.2}$$

trong đó $b = 1/T$.

Lượng chất thải tổng cộng lắng lên bề mặt đất trong miền $\Omega_k \in \Sigma_0$ được đánh giá bởi:

$$J_k^A = a \int_0^T dt \int_{\Omega_k} \varphi d\Sigma \tag{2.3}$$

trong đó $a = \omega_g + \alpha\nu$.

ω_g là vận tốc rơi tự do của hạt được xác định từ công thức Stok.

Các phiếm hàm (2.2) và (2.3) là các trường hợp riêng của một phiếm hàm tổng quát

$$J = \int_0^T dt \int_G p\varphi dG \tag{2.4}$$

Phiếm hàm tổng quát này được sử dụng để đánh giá ô nhiễm trong các trường hợp khác nhau.

Phiếm hàm (2.2) là trường hợp riêng của phiếm hàm (2.4) với

$$p = \begin{cases} b & \text{với} \quad r \in G_k \\ 0 & \text{với} \quad r \notin G_k \end{cases}$$

Phiếm hàm (2.3) ứng với

$$p = \begin{cases} a & \text{với} \quad r \in \Omega_k \\ 0 & \text{với} \quad r \notin \Omega_k \end{cases}$$

Nói chung trong phiếm hàm (2.4), hàm p được xác định trước phụ thuộc vào lượng ô nhiễm mà ta quan tâm. Giá trị phiếm hàm (2.4) phụ thuộc vào phân bố nồng độ φ và phân bố nồng độ φ phụ thuộc vào vị trí điểm đặt nguồn thải r_0 qua các phương trình dạng (2.1).

Bài toán trở thành: Tìm miền W_k sao cho

$$J = \int_0^T dt \int_G p\varphi dG < C \quad \text{với} \quad r_0 \in W_k$$

Trong đó C là hằng số nào đó được xác định từ các tiêu chuẩn vệ sinh y tế cho phép.

Để giải quyết bài toán này thông qua phương trình (2.1), ta sẽ phải giải vô số lần phương trình (2.1) và việc làm này là không thực tế.

Thay thế cho cách làm này, G. I. Marchuk đã đưa ra thuật toán xây dựng bài toán liên hợp và giải phương trình liên hợp chỉ một lần.

3. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

3.1. Bài toán liên hợp

Với hàm p xác định trước trong (2.4). Phương trình liên hợp với phương trình (2.1), xây dựng theo phương pháp của Marchuk [1] có dạng sau

$$-\frac{\partial\varphi^*}{\partial t} - \operatorname{div} u\varphi^* + \sigma\varphi^* = \frac{\partial}{\partial z}\nu\frac{\partial\varphi^*}{\partial z} + \mu\Delta\varphi^* + p \tag{3.1a}$$

với các điều kiện

$$\begin{aligned} \varphi^* &= 0 \quad \text{trên} \quad \Sigma \\ \frac{\partial\varphi^*}{\partial z_*} &= 0 \quad \text{trên} \quad \Sigma_H \\ \frac{\partial\varphi^*}{\partial z} &= \alpha\varphi^* \quad \text{trên} \quad \Sigma_0 \\ \varphi^* &\equiv 0 \quad \text{tại} \quad t = 0 \end{aligned} \tag{3.1b}$$

Nghiệm φ của phương trình (2.1) và nghiệm φ^* của phương trình (3.1) thỏa mãn đồng nhất thức đối ngẫu:

$$\int_0^T dt \int_G \varphi p dG = \int_0^T dt \int_G \varphi^* Q\delta(r - r_0) dG \tag{3.2}$$

Từ (2.4) và (3.2) ta có

$$J = Q\int_0^T \varphi^*(r_0, t)dt \tag{3.3}$$

Giả sử rằng $\varphi^*(r,t)$ là nghiệm của (3.1a) và (3.1b). Thay thế vào (3.3) ta thu được hàm

$$J(r) = Q\int_0^T \varphi^*(r,t)dt \tag{3.4}$$

Bây giờ ta có thể sử dụng hàm $J(r)$ tìm vị trí đặt nguồn thải r_0 trong miền có thể đặt được để hàm $J(r)$ đạt cực tiểu tại đó.

Tuy vậy, trong thực tế, giải pháp cuối cùng còn phụ thuộc vào địa hình, giao thông, nguồn nhân lực và các tiêu chuẩn kinh tế khác. Vì vậy trước hết cần chọn miềm W_k thỏa mãn đòi hỏi vệ sinh, y tế đang được quy định.

$$J(r) < C \quad \text{với} \quad r \in W_k$$

3.2. Phương pháp giải số bài toán liên hợp

Để thu được hàm $J(r)$ qua (3.4), trước tiên ta phải giải bài toán liên hợp (3.1) để thu được hàm $\varphi^*(r,t)$.

Việc giải phương trình (3.1) chỉ khác với việc giải các phương trình truyền chất thông thường ở chỗ nó được thực hiện theo chiều thời gian đảo ngược.

Đặt $t = T - t_1$, $u = -u_1$ ta đưa được phương trình (3.1) về dạng phương trình truyền chất thông thường

$$\frac{\partial\varphi^*}{\partial t_1} + \operatorname{div} u_1\varphi^* + \sigma\varphi^* = \frac{\partial}{\partial z}\nu\frac{\partial\varphi^*}{\partial z} + \mu\Delta\varphi^* + Q\delta(r - r_0) \tag{3.5}$$

với các điều kiện

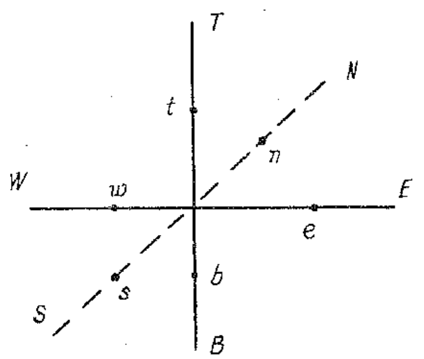
$$
\begin{aligned}
\varphi^* &= 0 \quad \text{trên} \quad \Sigma \\
\frac{\partial \varphi^*}{\partial z} &= \alpha \varphi^* \quad \text{trên} \quad \Sigma_0 \\
\frac{\partial \varphi^*}{\partial z} &= 0 \quad \text{trên} \quad \Sigma_H \\
\varphi^* &\equiv 0 \quad \text{tại} \quad t_1 = 0
\end{aligned}
$$

Sau này để đơn giản, ta sẽ bỏ đi các chỉ số dưới của u_1 và t_1 trong phương trình (3.5).

Để giải phương trình (3.5) chúng tôi sử dụng phương pháp sai phân mô tả trong [2]. Phương pháp thuận tiện cho việc chia lưới không đều.

Sai phân theo chiều thời gian

Khoảng thời gian $[0, T]$ được chia nhỏ thành các khoảng với độ dài Δt. Với điều kiện ban đầu, việc giải phương trình (3.5) thực hiện tuần tự theo từng bước thời gian từ $t = 0$ đến $t = T$. Nhiệm vụ trong từng bước là: biết φ^* tại thời điểm t, tìm φ^* tại thời điểm $t + \Delta t$. Lược đồ sai phân thời gian sử dụng ở đây là lược đồ ẩn hoàn toàn. Lược đồ hiển, lược đồ Crank-Nicolson và các lược đồ ẩn không hoàn toàn khác sẽ đưa đến các kết quả không thực tế về mặt vật lý khi bước thời gian không đủ nhỏ [2]. Khi phải đánh giá ô nhiễm trung bình trong khoảng thời gian lớn (thông thường tối thiểu là một năm), việc lấy bước thời gian nhỏ sẽ làm khối lượng tính toán vượt quá khả năng hiện có.



Hình 1. Lưới sai phân

Sử dụng lược đồ sai phân thời gian hoàn toàn ẩn, ta thu được các phương trình sai phân có chứa giá trị φ^* tại điểm P và các điểm lân cận (hình 1).

$$
a_P \varphi_P^* = a_E \varphi_E^* = a_W \varphi_W^* + a_N \varphi_N^* + a_S \varphi_S^* + a_T \varphi_T^* + a_B \varphi_B^* + b \tag{3.6}
$$

trong đó

$$
\begin{aligned}
a_E &= D_e A(|p_e|) + [[-F_e, 0]] \\
a_W &= D_w A(|p_w|) + [[F_w, 0]] \\
a_N &= D_n A(|p_n|) + [[-F_n, 0]] \\
a_S &= D_s A(|p_s|) + [[F_s, 0]] \\
a_B &= D_b A(|p_b|) + [[-F_b, 0]] \\
a_T &= D_t A(|p_t|) + [[F_t, 0]]
\end{aligned}
$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t}$$
$$b = p\Delta x\Delta y\Delta z + a_P^0 \varphi_P^{*0}$$
$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 + \sigma\Delta x\Delta y\Delta z$$

với

$$F_e = u_e\Delta y\Delta z \qquad D_e = \frac{\mu_e \Delta y\Delta z}{(\delta x)_e}$$
$$F_w = u_w\Delta y\Delta z \qquad D_w = \frac{\mu_w \Delta y\Delta z}{(\delta x)_w}$$
$$F_n = v_n\Delta z\Delta x \qquad D_n = \frac{\mu_n \Delta z\Delta x}{(\delta y)_n}$$
$$F_s = v_s\Delta z\Delta x \qquad D_s = \frac{\mu_s \Delta z\Delta x}{(\delta y)_n}$$
$$F_b = w_b\Delta x\Delta y \qquad D_b = \frac{\nu_b \Delta x\Delta y}{(\delta z)_b}$$
$$F_t = w_t\Delta x\Delta y \qquad D_t = \frac{\nu_t \Delta x\Delta y}{(\delta z)_t}$$

Hình 1 được vẽ trong hệ trục tọa độ Đề các. Trục x lấy theo hướng từ Tây sang Đông, trục y theo hướng Nam đến Bắc, trục z lấy theo hướng dưới lên trên. Các điểm lưới lân cận của điểm P về phía tây, đông, nam, bắc, dưới và trên được ký hiệu là W, E, S, N, B và T tương ứng.

Chỉ số e chỉ giá trị đại lượng μ, ν, u, F và P tại điểm nằm trên mặt của thể tích điều khiển giữa điểm lưới P và điểm lưới E. $(\delta x)_e$ là khoảng cách giữa điểm P và điểm E. Tương tự với các chỉ số w, s, n, b và t.

Số Peclet P là tỷ số của F và D, bởi vậy $P_e = F_e/D_e$, $P_w = F_w/D_w$ v. v.... φ_P^{*0} là giá trị φ^* tại điểm P và tại thời điểm đã tính toán trước. Ký hiệu $[[a, b]]$ lấy số lớn hơn trong hai số a và b. Hàm $A(|P|)$ có dạng phụ thuộc vào lược đồ sai phân không gian.

Sai phân không gian

Sử dụng lược đồ sai phân Hybrid với:

$$A(|P|) = [[0, 1 - 0,5|P|]]$$

Lược đồ này trùng lược đồ sai phân trung tâm với $|P| \leq 2$ và trùng với lược đồ sai phân "ngược dòng" với $|P| \geq 2$.

Giải hệ phương trình sai phân

Sử dụng phương pháp lặp quét luân hướng. Phương pháp lặp quét luân hướng, chẳng hạn quét theo chiều trục x, thu được giá trị mới của φ^* đồng thời tại tất cả các điểm nằm trên từng đường lưới song song với trục tọa độ x từ các giá trị cũ của φ^* trên các đường lân cận song song bằng phương pháp giải hệ phương trình có ma trận ba đường chéo.

Thử một trường hợp giả định

Như đã nói phương pháp trên có thể sử dụng khi ta biết được trường gió. Khi chia khoảng thời gian tính toán thành các bước nhỏ, ta sẽ lấy véc tơ vận tốc gió dựa vào vận tốc gió trung bình và hướng chủ đạo trong bước thời gian đó. Chúng tôi đã thử nghiệm và thấy rằng phương pháp đã trình bày ở trên hội tụ với những bước thời gian đủ lớn và đưa ra những kết quả hợp lý về mặt vật lý.

Tất nhiên với bước thời gian càng nhỏ ta có thể tin được rằng lời giải sẽ chính xác hơn, nhưng điều này có thể vượt quá khả năng tính toán mà ta có. Điều tương tự cũng xảy ra với việc chia lưới trong không gian.

Sau đây là kết quả tính toán thử của chúng tôi cho một trường hợp giả định. Khoảng thời gian tính toán là một năm. Bước thời gian tính toán là một tuần. Véc tơ vận tốc gió $u = (u, v, w)$ trong tuần được lấy từ vận tốc gió trung bình và hướng gió chủ đạo trong tuần được cho giả định trong bảng sau (thành phần w luôn được giả sử bằng không):

Tuần	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
u	-1,3	-1,5	-1,1	-1,0	0,1	0,0	-0,2	-0,1	-0,1	-3,5	-4,2
v	-1,2	-1,6	-1,4	-0,9	4,0	5,0	3,2	2,5	3,5	0,0	0,1

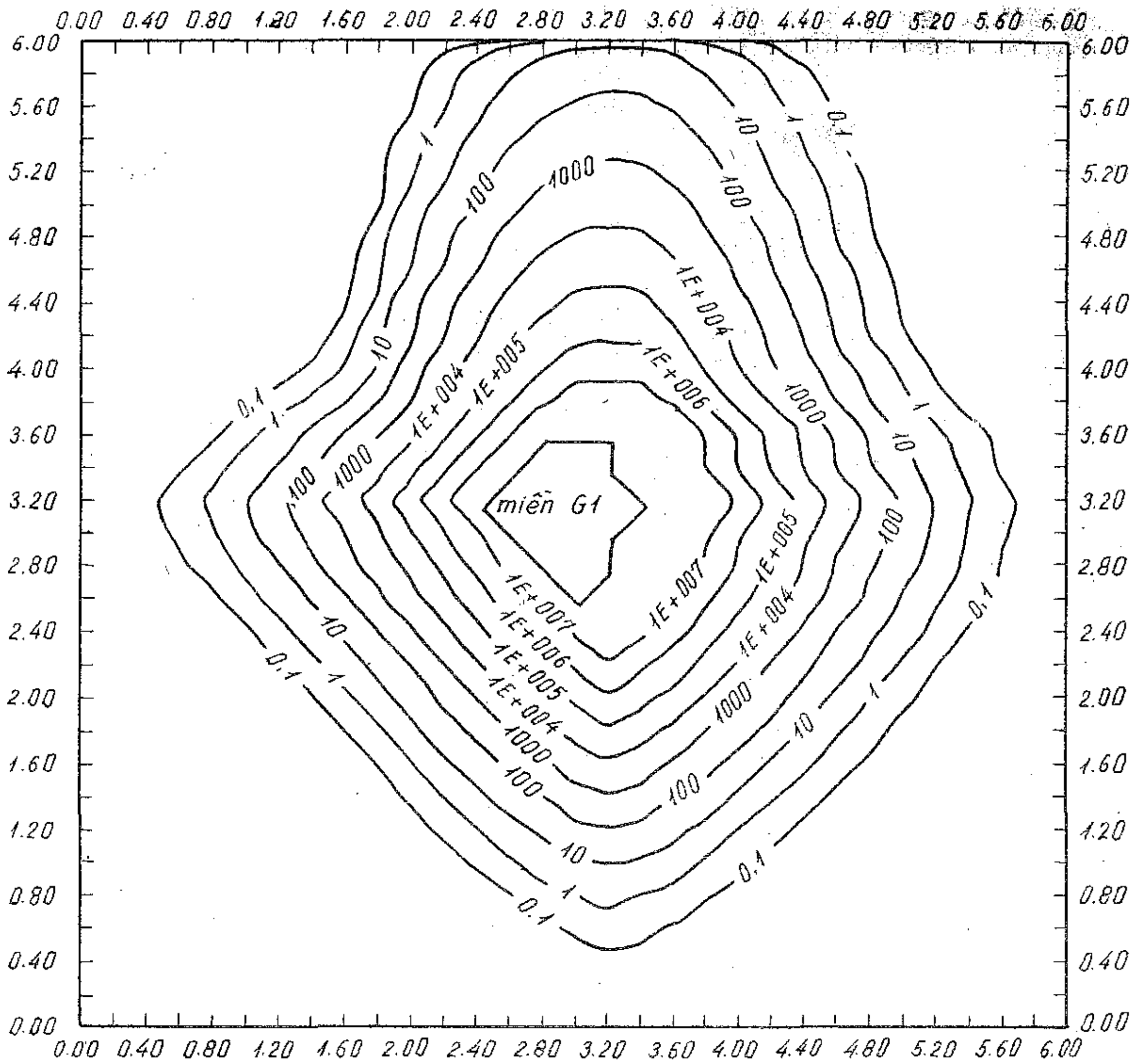
Tuần	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
u	-2,0	-1,9	2,0	1,5	2,0	0,5	-0,3	-0,6	-0,9	-0,8	-0,5
v	0,0	-0,1	-2,0	-2,0	-1,9	-2,0	0,0	0,1	-0,1	0,0	0,5

Tuần	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
u	-0,4	-0,7	-0,7	-1,0	-1,2	-0,5	-0,8	2,0	1,1	2,5	1,4
v	0,6	0,8	0,7	2,0	2,5	1,0	1,4	1,9	0,8	3,5	1,6

Tuần	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
u	-3,0	-2,5	-1,0	-1,6	-1,7	0,0	0,2	-0,1	-0,4	-0,1	-0,7
v	3,0	2,2	1,2	1,4	1,2	-1,3	1,7	0,7	-0,5	-0,2	-0,6

Tuần	45	46	47	048	49	50	51	52
u	-0,6	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,1	-0,3	4,5
v	-9,0	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,2	-0,2	0,0

Với $\mu = 350m^2/s$, $\nu = 350m^2/s$, $\alpha = 0,15/m$, $\sigma = 0,1/s$, $Q = 250g/s$, $h = 30m$. Miền tính toán là một hình lăng trụ với chiều cao 1000 m, chiều rộng và chiều dài của đáy là 6000 m. Miền G_1 và các đường đẳng mức của phiếm hàm (2.2) được vẽ trên hình 2 (Kết quả tính toán ghi trên hình vẽ đã đổi sang $\mu g/s$). Hình 3 là kết quả tính toán với miền G_2 khác cũng với trường gió giả định trên.



Hình 2
Đường đẳng mức của phiếm hàm (2.2) với miền G_1

4. KẾT LUẬN

Như vậy, việc giải quyết bài toán đặt ra trong mục 2 ở trên bao gồm các bước:

+ Xây dựng hàm p trong vế trái của (3.1a) sao cho phiếm hàm (2.4) là lượng ô nhiễm mà ta quan tâm.

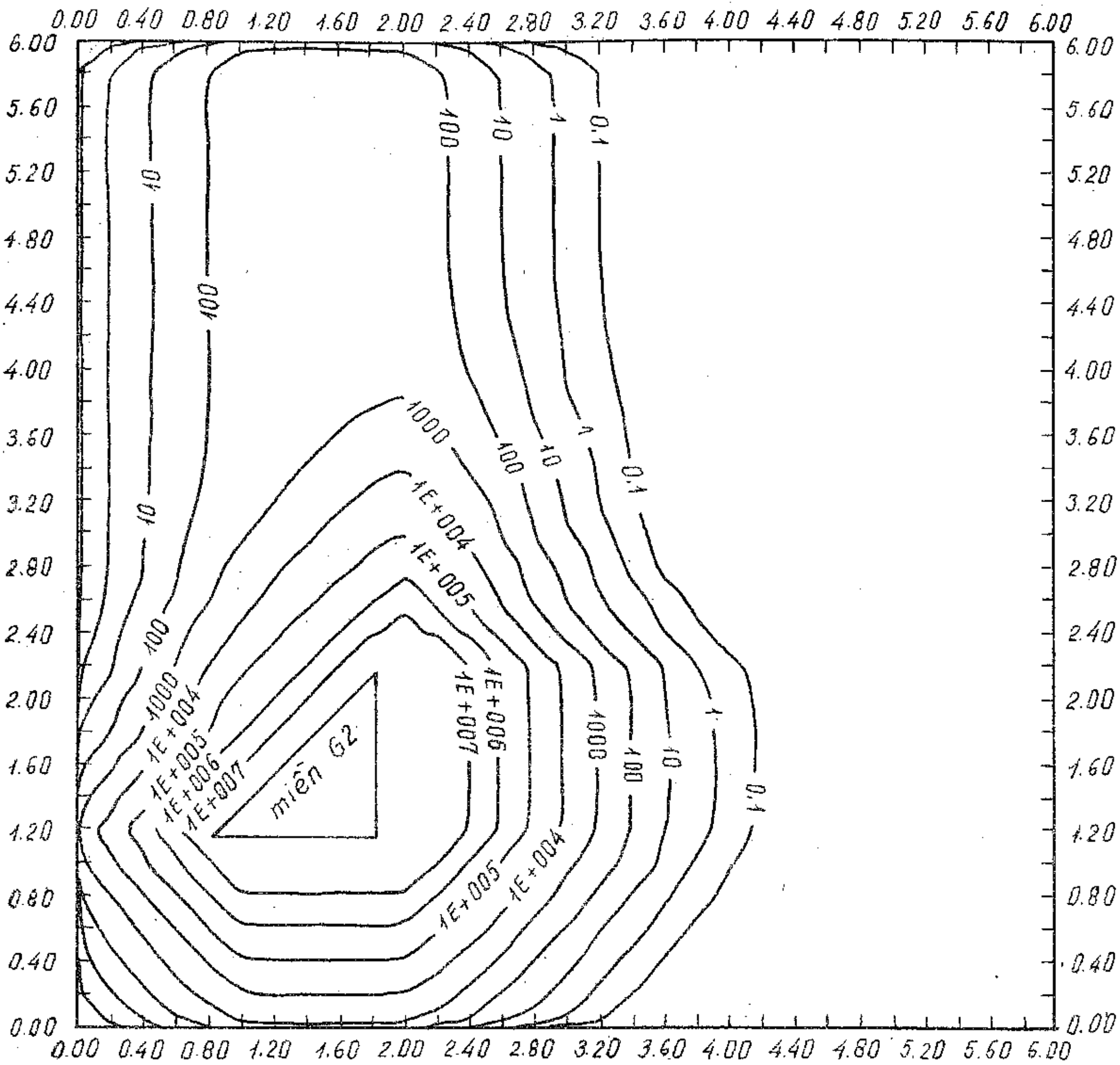
+ Giải phương trình liên hợp (3.1a) và (3.1b).

+ Sử dụng (3.4) thu được hàm $J(r)$ từ nghiệm φ^* của phương trình liên hợp bằng công thức tích phân Simson.

+ Chọn ra miền W_k thỏa mãn đòi hỏi của bài toán, tức là:

$$J(r) < C \quad \text{với} \quad r < W_k$$

Trong trường hợp có nhiều miền dân cư G_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$. Với mỗi miền G_k và một hằng số $C = C_k$ ta tìm được một miền W_k, và giao của tất cả các miền W_k sẽ là miền có thể đặt nguồn thải, Hình 4 minh họa cho cách làm này. Trong hình 4 các kết quả tính toán với trường gió giả định ở mục trên đối với miền G_1 và miền G_2 được vẽ trên cùng một bản đồ.



Hình 3

Đường đẳng mức của phiếm hàm (2.2) với miền G_2

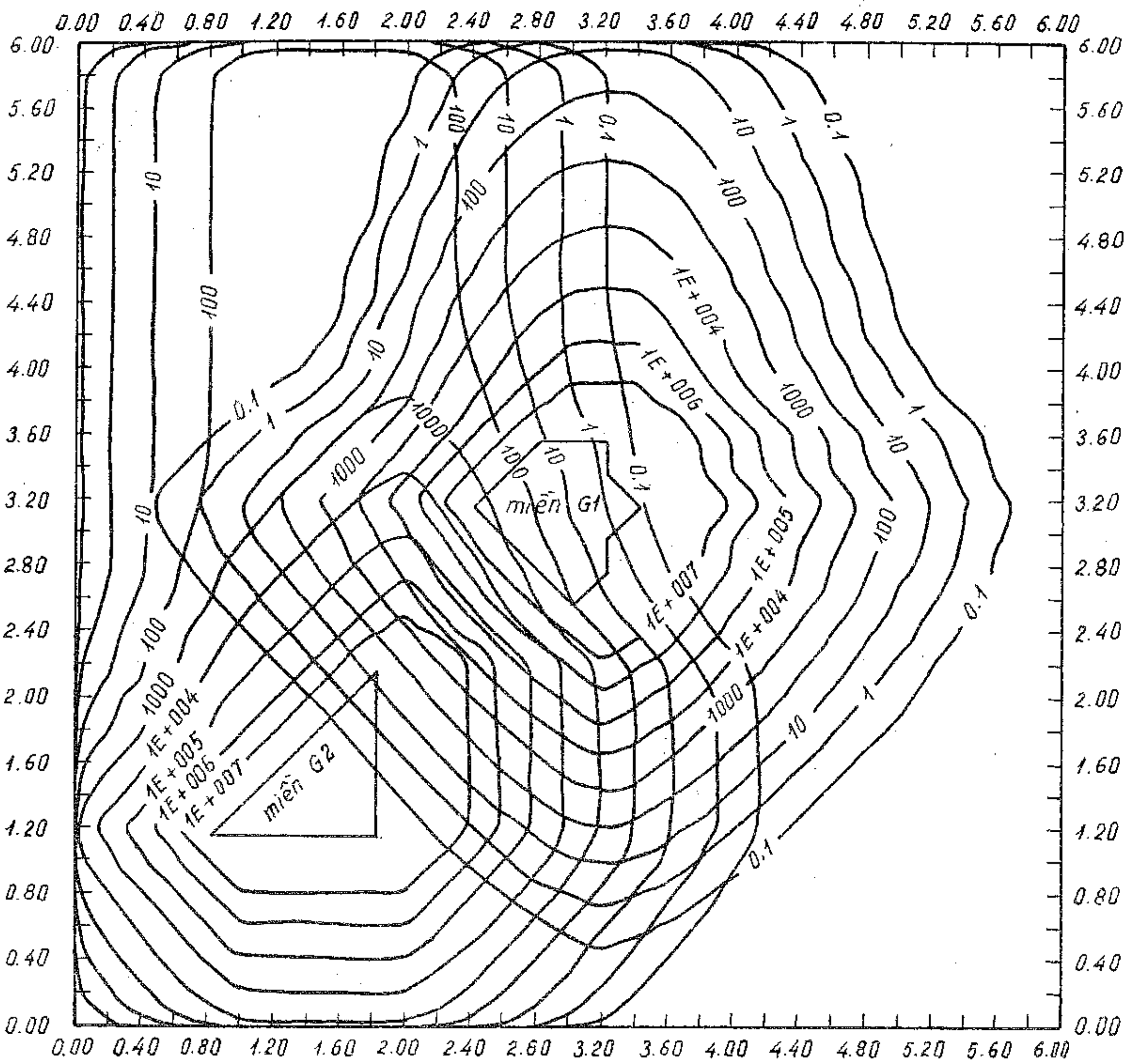
Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình Nghiên cứu cơ bản trong lĩnh vực Khoa học tự nhiên

Địa chỉ:
Viện Cơ học Viện KHVN

Nhận ngày 22/10/1992

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Marchuk G. I. Mathematical models in environmental problems. North - Holland * Amsterdam * New Yord * Oxford * Tokyo.
2. Patankar Suhas V. Numerical heat transfer and fluid flow.



Hình 4

Đường đẳng mức của phiếm hàm (2.2) với miền G_1 và G_2

SUMMARY

A NUMERICAL ALGORITHM FOR OPTIMAL LOCATION OF AN AIR-POLLUTION OBJECT

On the base of the method suggested by G. I. Marchuc for the problem of optimal location of an air-pollution object, such as newly built plant, in a region in which one or several habitations arrange, in this paper a numerical algorithm is proposed. The Hybrid scheme applied for the three-dimentional transport equation permits to integrate it with large enough time step that is very important factor when the program is running on PC. As an example, a calculation for an arbitrary wind field is conducted.