

KHẢO SÁT ĐỘNG LỰC HỆ VÀ RUNG MỘT BẬC TỰ DO TRÊN NỀN ĐÀN HỒI

TRẦN VĂN TUẤN, ĐỖ SANH, PHAN VĂN THẢO

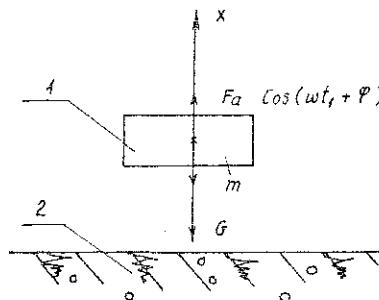
1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong xây dựng các máy đầm rơi dùng để đầm đất, đầm nền gạch vỡ, tạo hình gạch không nung, đầm sân bay, đường, sàn nhà v.v... thường sử dụng nguyên lý làm việc của hệ va rung một bậc tự do trên nền đàn hồi.

Khảo sát hệ trên cho phép tìm ra được các thông số cơ bản để thiết kế, chế tạo và sử dụng các máy làm việc có hiệu quả nhất, các thông số cơ bản đó là: Khối lượng đầm cần thiết (m), biên độ lực kích thích (F_a), tần số, chiều cao nâng đầm, gia tốc, công suất. Vận tốc lớn nhất ứng với góc lệch pha giữa lực kích thích và một trong các thông số như gia tốc, biên độ, vận tốc góc, có thể làm cơ sở cho việc duy trì quá trình làm việc tối ưu của các máy [3].

Để giải bài toán va xiên (đảm bảo cho các máy tự đi chuyển), trước hết ta khảo sát bài toán va rung thẳng đứng theo một phương.

2. MÔ HÌNH CỦA HỆ VÀ LỜI GIẢI



Hình 1. Mô hình cơ học của đầm rơi một bậc tự do trên nền đàn hồi

1. Đầm rơi có khối lượng m ; 2. Nền đàn hồi

Hệ hoạt động nhờ một lực kích động điều hòa $F_a \cos(\omega t_1 + \varphi)$. Nền được đặc trưng bởi hai thông số là: R - hệ số phục hồi vận tốc; t_y - thời gian va đập. Hai hệ số này hoàn toàn có thể xác định được bằng thực nghiệm [1] cho từng loại vật liệu của nền cụ thể: $0 \leq R \leq 1$; $t_y \leq 2\pi$.

Phương trình chuyển động của hệ trên sẽ là:

$$m\ddot{x} = F_a \cos(\omega t_1 + \varphi) - G \quad (2.1)$$

trong đó: x - tọa độ của khối lượng m ; φ - góc lệch pha ban đầu của lực kích động; t_1 - thời gian; $G = mg$ - trọng lượng; g - gia tốc trọng trường.

$$F_a = m_1 r \omega^2$$

m_1 - khối lượng khối lệch tâm

r - bán kính lệch tâm

ω - vận tốc góc

Để xem xét một cách tổng quát ta đưa phương trình về không thứ nguyên, khi đó đặt:

$$t = \omega t_1; \quad n = \frac{m\omega^2}{F_a} x; \quad p = \frac{G}{F_a}$$

Gốc thời gian ($t = 0$) tính từ sau va đập. Gốc tọa độ ở vị trí cân bằng tĩnh của hệ tức là trên mặt nền đàn hồi, khi khe hở va đập $X_0 = 0$. Vậy phương trình (2.1) có thể viết lại như sau:

$$\ddot{n} = \cos(t + \varphi) - p \quad (2.2)$$

Nghiệm của phương trình (2.2) sẽ là:

$$n = a_1 + a_2 t - \frac{p t^2}{2} - \cos(t + \varphi) \quad (2.3)$$

lấy đạo hàm theo t ta được (t - không thứ nguyên):

$$\dot{n} = a_2 - p t + \sin(t + \varphi) \quad (2.4)$$

Một số tác giả [1, 2] đã khảo sát hệ trên, trong một số trường hợp đã chỉ ra rằng nếu hệ làm việc một đập với 2, 3 chu kỳ của lực kích thích, lực va đập sẽ lớn hơn lực của chế độ làm việc một đập với một chu kỳ của lực kích thích, nhưng miền tồn tại nghiệm ổn định rất hẹp, không thể áp dụng cho thực tế được. Vậy ở đây ta cũng chỉ quan tâm tới chế độ một đập với một chu kỳ của lực kích thích.

Điều kiện biên khi hệ làm việc ổn định sẽ là:

$$n = 0; \quad \dot{n} = -R V_y = U \quad \text{khi } t = 0 \quad (2.5)$$

trong đó V_y - vận tốc va đập; U - vận tốc sau va đập. Thay (2.5) vào (2.3) và (2.4) ta có:

$$\begin{aligned} a_1 - \cos \varphi &= 0 & (a) \\ a_2 + \sin \varphi &= U & (b) \\ U &= -R V_y & (c) \\ 0 &\leq R \leq 1. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sau một khoảng thời gian là $t_2 = 2\pi - t_y$ lại có va đập, lúc đó:

$$n = 0; \quad \dot{n} = V_y \quad (*)$$

Ở đây có một điều kiện ràng buộc (hay một giả thiết) là vị trí mà khối lượng m tách khỏi nền đúng bằng vị trí bắt đầu có va đập.

Thay (*) vào (2.3), (2.4) ta có:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2(2\pi - t_y) - \frac{p(2\pi - t_y)^2}{2} - \cos(2\pi - (t_y - \varphi)) &= 0 \\ a_2 - p(2\pi - t_y) + \sin(2\pi - (t_y - \varphi)) &= V_y \end{aligned} \quad (2.7)$$

Đặt $\varphi_1 = t_y - \varphi$ vậy $\cos(2\pi - \varphi_1) = \cos \varphi_1$; hay $\cos \varphi_1 = \cos(t_y - \varphi) = \cos t_y \cos \varphi + \sin t_y \sin \varphi$

Đặt $C_1 = \cos t_y$; $C_2 = \sin t_y$ vậy

$$\cos(2\pi - (t_y - \varphi)) = C_1 \cos \varphi + C_2 \sin \varphi \quad (2.8)$$

Trong tự ta có:

$$\sin(2\pi - (t_y - \varphi)) = C_1 \sin \varphi - C_2 \cos \varphi \quad (2.9)$$

Thay (2.8), (2.9) vào (2.7) ta được:

$$a_1 + a_2(2\pi - t_y) - \frac{p(2\pi - t_y)^2}{2} - C_1 \cos \varphi - C_2 \sin \varphi = 0 \quad (a) \quad (2.10)$$

$$a_2 - p(2\pi - t_y) + C_1 \sin \varphi - C_2 \cos \varphi = V_y \quad (b)$$

Tiếp tục thay (2.6a) vào (2.10a) với $t_2 = 2\pi - t_y$ ta có:

$$\cos \varphi + a_2 t_2 - \frac{p t_2^2}{2} - C_1 \cos \varphi - C_2 \sin \varphi = 0 \quad (2.11)$$

$$(1 - C_1) \cos \varphi - C_2 \sin \varphi + a_2 t_2 - \frac{p t_2^2}{2} = 0$$

Ta chỉ xét các thành phần:

$$(1 - C_1) \cos \varphi - C_2 \sin \varphi = \sin \alpha \cos \varphi - \cos \alpha \sin \varphi = \sin(\alpha - \varphi) \quad (2.12)$$

trong đó:

$$1 - C_1 = \sin \alpha; \quad C_2 = \cos \alpha$$

$$(1 - C_1)^2 + C_2^2 = (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

$$1 - 2C_1 + C_1^2 + C_2^2 = 1$$

Với $C_1 = \cos t_y$; $C_2 = \sin t_y$ ta có:

$$1 - 2C_1 + \cos^2 t_y + \sin^2 t_y = 1$$

$$1 - 2C_1 = 0 \quad (2.13)$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \text{ hay } \cos t_y = \frac{1}{2}, \quad t_y = \frac{\pi}{3} \text{ và}$$

$$C_2 = \sqrt{3}/2$$

Thay (2.13) vào (2.12) ta có:

$$1 - C_1 = \sin \alpha; \quad \alpha = \pi/6 \quad (2.14)$$

Tiếp tục thay (2.14), (2.11), (2.13) vào (2.10) ta được kết quả sau:

$$a_2 t_2 - \frac{p t_2^2}{2} + \sin(\pi/6 - \varphi) = 0 \quad (a) \quad (2.15)$$

$$a_2 - p t_2 + C_1 \sin \varphi - C_2 \cos \varphi = V_y \quad (b)$$

Với $C_1 \sin \varphi - C_2 \cos \varphi = \sin(\varphi - t_y)$ và từ (2.6b) (2.6c) ta có thể viết (2.15) lại như sau:

$$a_2 t_2 - \frac{p t_2^2}{2} + \sin(\pi/6 - \varphi) = 0 \quad (a) \quad (2.16)$$

$$a_2 - p t_2 + \sin(\varphi - \pi/3) = -\frac{a_2 + \sin \varphi}{R} \quad (b)$$

Từ (2.16a) ta có thể rút ra:

$$a_2 = \frac{pt_2^2/2 - \sin(\pi/6 - \varphi)}{t_2}$$

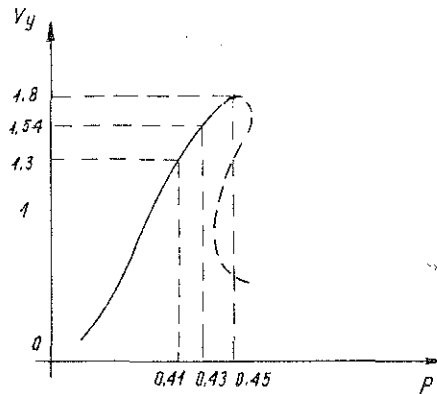
thay a_2 vào (2.16b) ta được kết quả cuối cùng

$$\begin{aligned} & -\frac{pt_2}{2} - \frac{\sin(\pi/6 - \varphi)}{t_2} + \frac{\sin \varphi}{R} + \sin(\varphi - \pi/3) + \\ & + \frac{pt_2}{2R} - \frac{\sin(\pi/6 - \varphi)}{Rt_2} = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Phương trình siêu việt (2.17) là nghiệm khép kín của hệ va rung một bậc tự do trên nền đàn hồi (h. 1)

Trường hợp đặc biệt $R = 0$, tác giả [2] bằng phương pháp giải tích đã tìm được miền tồn tại giá trị của thông số p để hệ làm việc ổn định với thời gian va đập $t_y = 0$ và $t_y \neq 0$.

Trong thực tế nền thường được coi là vật liệu có tính đàn hồi - nhớt [1], có nghĩa $R \neq 0$. Phương pháp nghiên cứu bằng giải tích chưa giải quyết triệt để vấn đề động lực học của hệ h.1. Bởi vậy ở đây chúng ta có thể khảo sát hệ nhờ máy vi tính. Một trong các đại lượng đặc trưng cho nền là hệ số phục hồi vận tốc (R), thường có giá trị không lớn. Bước đầu lấy R bất kỳ ($R \neq 0$) giả sử chọn $R = 0,01$, nhờ các biểu thức (2.13), (2.15b), (2.17) và máy vi tính dễ dàng nhận được mối quan hệ $V_y(p)$ biểu diễn ở hình 2.



Hình 2. Đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa tốc độ va đập và thông số đặc trưng động lực học p của hệ. Với $R = 0,01$, $t_y = \pi/3$

Từ đồ thị h.2 ta dễ dàng nhận thấy rằng: Hệ làm việc ổn định ứng với $0 < p \leq 0,456$ và giá trị vận tốc va đập lớn nhất (cộng hưởng) đạt được khi $p_{max} = 0,45$. Với $t_y = \pi/3$, $p = 0,45$ nhờ máy vi tính chúng ta hoàn toàn xác định được khoảng thay đổi của R mà ở đó hệ vẫn làm việc với chế độ va đập. Trong trường hợp cụ thể trên $0,006 < R < 0,7$.

3. KẾT LUẬN

1) Khi xây dựng mô hình toán học đã gắn mô hình với một số điều kiện ràng buộc. Nếu tồn tại nghiệm thỏa mãn phương trình và là nghiệm khép kín của hệ thì đồng thời thỏa mãn điều kiện ràng buộc trên. Mặt khác nếu tồn tại nghiệm và các khoảng giá trị thông số tương ứng, thì trong các khoảng đó máy sẽ làm việc ổn định.

2) Hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp điều kiện biên thay cho phương pháp điều kiện ban đầu để giải bài toán va rung có hệ cơ học h.1, làm việc ổn định theo chu kỳ của lực kích thích.

3) Có thể mở rộng định luật va đập của Newton ($t_y \neq 0$) để nghiên cứu động học hệ va rung trên nền đàn hồi ($R \neq 0$). Trường hợp trên thời gian va đập khá lớn có giá trị bằng $t_y = \pi/3$.

Công trình được hoàn thành với sự hỗ trợ của Chương trình nghiên cứu cơ bản trong lĩnh vực khoa học tự nhiên.

Địa chỉ:
Trường ĐH Xây dựng, ĐH Bách khoa HN

Nhận ngày 31/12/1998

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Быховский И. И. Основы теории вибрационной техники. М., 1969.
2. Варганов С. А. Машинны и оборудования для уплотнения грунтов. М., 1982.
3. Trần Văn Tuấn. Máy với công nghệ va rung dùng trong xây dựng. Thông tin KHKT Licogi. 57/III-92.

SUMMARY

INVESTIGATING DYNAMICS OF BEATING VIBRATION SYSTEM WITH ONE DEGREE OF FREEDOM ON ELASTIC FOUNDATION

In this paper an analytical method for studying dynamics of a beating-vibration system on elastic foundation with the aid of computer is presented. The obtained results will be applied to the calculation and optimal design of vibration machines worked by the above represented principle.

HỘI NGHỊ CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG TOÀN QUỐC LẦN THỨ TƯ

Tiếp nối truyền thống của các Hội nghị CHVRBD toàn quốc lần thứ nhất 4/1974 (Hà Nội), lần thứ hai - 7/1989 (Vinh Phú), lần thứ ba - 8/1991 (Hà Nội), Hội nghị lần thứ tư này được tổ chức tại trường Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn (Hà Nội) từ ngày 20 đến 22 tháng 10 năm 1994 là một sinh hoạt khoa học quan trọng nhằm trao đổi các kết quả nghiên cứu, các ý tưởng mới trong khoa học của các cán bộ nghiên cứu, giảng dạy và ứng dụng trong các lĩnh vực chính của CHVRBD ở nước ta.

Trên 300 đại biểu gồm các báo cáo viên, các nhà khoa học và các vị đại diện các cơ quan quản lý khoa học, cơ quan thông tin đại chúng đã tới dự Hội nghị. GS TS Nguyễn Văn Đạo, Chủ tịch Hội Cơ học Việt Nam, Giám đốc Đại học Quốc gia đã tham dự và phát biểu ý kiến đánh giá cao sự hoạt động của Hội CHVRBD.

Sau khi nghe báo cáo của BCH Hội CHVRBD, các báo cáo chung, các đại biểu đã nghe và thảo luận 127 báo cáo khoa học tại 5 tiểu ban của 174 tác giả, trong đó có 14 tác giả người nước ngoài thuộc Australia, Pháp, Anh, Trung Quốc, SNG, Việt kiều ở Đức và Bỉ. Không khí trao đổi học thuật hào hứng. Các công trình nghiên cứu đã phát triển cả về số lượng và chất lượng, đã chú ý đến nghiên cứu cơ bản, đã gắn với thực tiễn và công nghệ.

Hội nghị đã thành công tốt đẹp, các báo cáo sẽ được tuyển chọn vào tuyển tập công trình khoa học Hội nghị CHVRBD toàn quốc.