

# MỘT MÔ HÌNH SỐ GIẢI BÀI TOÁN LAN TRUYỀN BẮN TRONG CÁC VĨA NƯỚC NGẦM VÙNG HÀ NỘI

NGUYỄN NAM ANH, HÀ NGỌC HIẾN, MAI ĐÌNH TRUNG

## §1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong những năm gần đây nhu cầu sử dụng nước cho công nghiệp và sinh hoạt ở Hà Nội tăng lên rất nhiều. Nước cung cấp cho Hà Nội chủ yếu được khai thác từ các nguồn nước ngầm. Việc nghiên cứu trữ lượng và chất lượng nước của các vỉa chứa nước ngầm ở Hà Nội do vậy đang là các vấn đề cần được quan tâm đặc biệt. Theo những số liệu quan trắc mới nhất (1992 - 1994) nước ngầm ở một số khu vực khai thác đã có độ ô nhiễm vượt quá tiêu chuẩn cho phép. Nhóm nghiên cứu của Viện Cơ học, Trung tâm Khoa học tự nhiên và Công nghệ quốc gia tiến hành các nghiên cứu nhằm tìm hiểu nguồn gốc và cơ chế nhiễm bẩn các vỉa nước ngầm vùng Hà Nội bằng các mô hình số. Trong bài báo này trình bày kết quả lời giải số bài toán lan truyền chất bẩn trong tầng khai thác nước ngầm tại vùng phía nam Hà Nội.

## §2. PHƯƠNG TRÌNH VÀ ĐIỀU KIỆN BIÊN CỦA BÀI TOÁN

Phức hệ địa chất thủy văn chứa nước ngầm ở Hà Nội được mô hình hóa thành 2 tầng chứa nước có quan hệ với nhau qua lớp sét thấm yếu hay cửa sổ địa chất thủy văn. Giả thiết mật độ của nước  $\rho = \text{const}$ , độ nhớt  $\mu = \text{const}$ , bỏ qua tính thấm đàn hồi qua lớp thấm yếu, chuyển động của nước ngầm trong phức hệ được mô tả bởi hệ phương trình Boussinesq (xem [1, 2]):

$$\mu_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( (h_1 - b) k_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (h_1 - b) k_1 \frac{\partial h_1}{\partial y} \right) - \alpha (h_1 - h_2) + f \quad (2.1)$$

$$\mu_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_2 m \frac{\partial h_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_2 m \frac{\partial h_2}{\partial y} \right) + \alpha (h_1 - h_2) - \sum_{i=1}^N Q_i(t) \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \quad (2.2)$$

trong đó:

$h_1, h_2, \mu_1, \mu_2$  - cốt cao mực nước và hệ số nhả nước của tầng 1 và tầng 2;

$b, m$  - cốt cao đáy tầng 1, chiều dày tầng 2;

$k_1, k_2$  - hệ số thấm tầng 1, 2;

$\alpha$  - hệ số thấm xuyên qua lớp thấm yếu;

$f$  - hàm số lưu lượng bổ cấp từ bề mặt (do thải sinh hoạt, mưa, tưới, bốc hơi,...);

$Q_i$  - lưu lượng các giếng khai thác tại điểm  $(x_i, y_i)$ .

Giả thiết chất bẩn không bị lắng đọng, phân hủy hoặc hấp thụ trong quá trình lan truyền. Phương trình lan truyền chất bẩn có thể viết như sau (xem [2, 3]):

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = - \frac{\partial(v_{1x}c_1)}{\partial x} - \frac{\partial(v_{1y}c_1)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{1x} \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{1y} \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) - m_{12} + m_f \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} = - \frac{\partial(v_{2x}c_2)}{\partial x} - \frac{\partial(v_{2y}c_2)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{2x} \frac{\partial c_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{2y} \frac{\partial c_2}{\partial y} \right) + m_{12} \quad (2.4)$$

trong đó:  $c_1, c_2$  - nồng độ chất bẩn các tầng  $i = 1, 2$

$$v_{ix} = \frac{k_i}{n_i} \frac{\partial h_i}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$v_{iy} = \frac{k_i}{n_i} \frac{\partial h_i}{\partial y} \quad (2.6)$$

$$m_{12} = \begin{cases} c_1 \alpha (h_1 - h_2) / m, & \text{nếu } h_1 - h_2 \geq 0; \\ c_2 \alpha (h_1 - h_2) / (b - h_1), & \text{nếu } h_1 - h_2 < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$m_f = c_f f / (h_1 - b) \quad (2.8)$$

$$D_{ix} = \frac{a_{iT} v_{iy}^2 + a_{iL} v_{ix}^2}{v_{iy}^2 + v_{ix}^2} \quad (2.9)$$

$$D_{iy} = \frac{a_{iT} v_{ix}^2 + a_{iL} v_{iy}^2}{v_{ix}^2 + v_{iy}^2} \quad (2.10)$$

$a_{iL}$  và  $a_{iT}$  - hệ số khuếch tán ngang và dọc của các tầng tương ứng;  $c_f$  - nồng độ chất bẩn của nước bổ cấp từ bề mặt;  $n_i$  - độ rỗng tầng  $i$ .

Để đóng kín hệ phương trình (2.1) - (2.4) cần có các điều kiện biên:

$$h_i = \text{const trên } \Gamma_{i1}; \quad \frac{\partial h_i}{\partial n} = q_{i1} \text{ trên } \Gamma_{i2}; \quad \alpha \frac{\partial h_i}{\partial n} + \beta h_i = q_{i2} \text{ trên } \Gamma_{i3} \quad (2.11)$$

$$c_i = \text{const trên } S_{i1}; \quad \frac{\partial c_i}{\partial n} = q_{ci1} \text{ trên } S_{i2}; \quad \alpha \frac{\partial c_i}{\partial n} + \beta c_i = q_{ci2} \text{ trên } S_{i3} \quad (2.12)$$

và điều kiện ban đầu:

$$h_i = h_{i0}; \quad c_i = c_{i0} \quad \text{với } t = 0 \quad (2.13)$$

### §3. LỜI GIẢI SỐ

Hệ phương trình (2.1), (2.2) với các điều kiện biên (2.11) được giải độc lập bằng chương trình MODFLOW. Sau khi có kết quả của bài toán này các hệ thức (2.5) - (2.10) sẽ cho ta các hệ số trong phương trình (2.3), (2.4).

Bài toán (2.3), (2.4) được rời rạc hóa theo sơ đồ sai phân ẩn luân hướng sau đây:

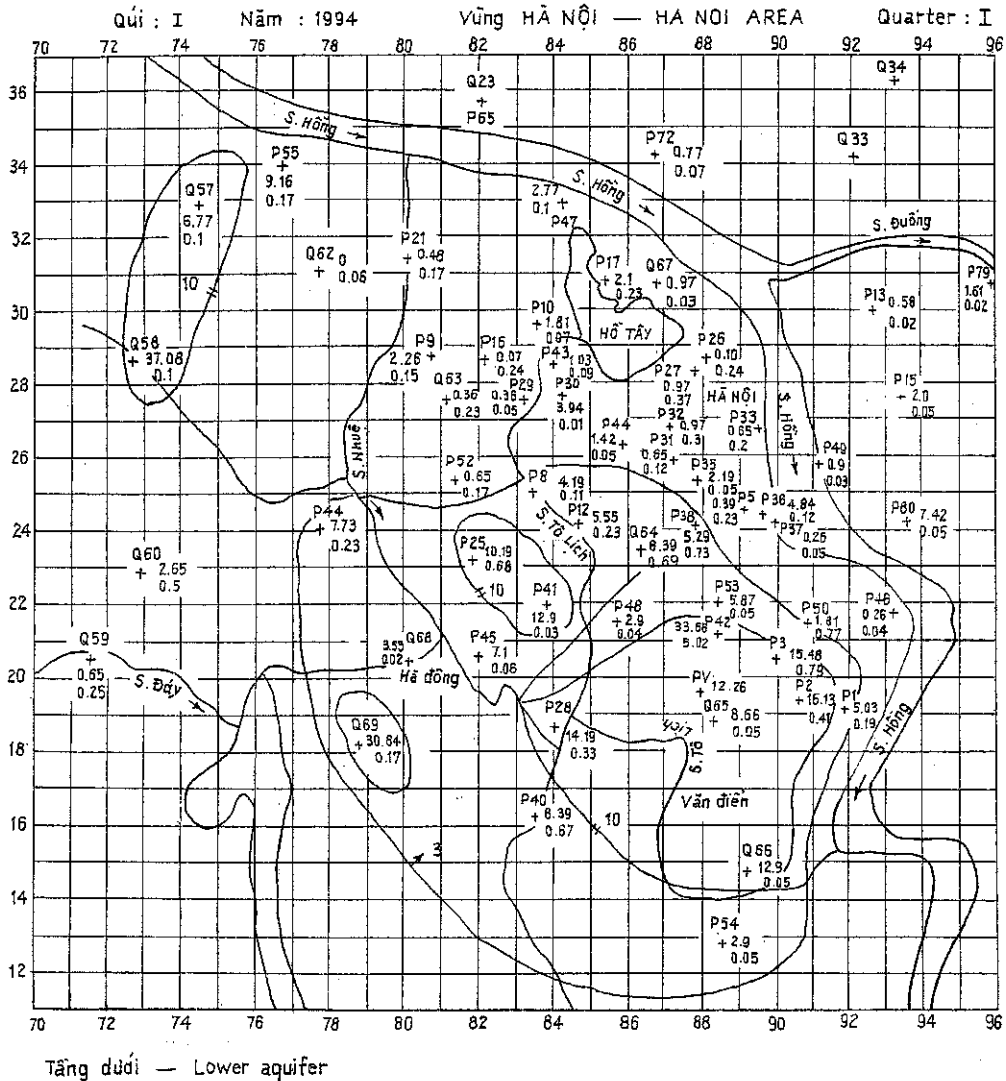
$$\begin{aligned} & D_x(i, j) \frac{c^+(i+1, j) - 2c^+(i, j) + c^+(i-1, j)}{\Delta x^2} - v_x(i, j) \frac{c^+(i, j) - c^+(i-1, j)}{\Delta x} = \\ & \frac{c^+(i, j) - c^n(i, j)}{\Delta t/2} - D_y(i, j) \frac{c^n(i, j+1) - 2c^n(i, j) + c^n(i, j-1)}{\Delta y^2} + v_y(i, j) \frac{c^n(i, j) - c^n(i-1, j)}{\Delta y} \\ & D_y(i, j) \frac{c^{n+1}(i, j+1) - 2c^{n+1}(i, j) + c^{n+1}(i, j-1)}{\Delta y^2} - v_y(i, j) \frac{c^{n+1}(i, j) - c^{n+1}(i-1, j)}{\Delta y} = \\ & \frac{c^{n+1}(i, j) - c^+(i, j)}{\Delta t/2} - D_x(i, j) \frac{c^+(i+1, j) - 2c^+(i, j) + c^+(i-1, j)}{\Delta x^2} + v_x(i, j) \frac{c^+(i, j) - c^+(i-1, j)}{\Delta x} \end{aligned}$$

Ở đây  $c^{n+1}$  là nồng độ chất bẩn tại bước thời gian  $n+1$  được tính qua  $c^+$  là giá trị trung gian theo hướng  $y$  với thời đoạn  $\Delta t/2$ , còn về phần mình  $c^+$  qua  $c^n$  theo hướng  $x$ ,  $c^n$  đã biết từ thời gian trước. Kết quả dẫn đến giải hai ma trận 3 đường chéo bằng phương pháp Gauss bằng phương pháp lặp. Để đóng kín hai phương trình sai phân trên tại các điều kiện biên:  $c(0, j) = c(2, j)$  (nếu tại điểm  $i = 1$ ,  $\frac{\partial c}{\partial n} = 0$ );  $c(0, j) = -q_c \Delta x + c(1, j)$  (nếu tại điểm  $i = 1$ ,  $\frac{\partial c}{\partial n} = q_c$ );  $c(1, j) = \text{const}$  (nếu tại điểm  $i = 1$ ,  $c = \text{const}$ ) và điều kiện ban đầu  $t = 0$ ;  $c^0(i, j) = c_0$  ( $i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$ ) với  $c_0$  là độ bẩn nền cho trước và  $c^0(i, j) = c_1$  ( $i_{\min} \leq i \leq i_{\max}, j_{\min} \leq j \leq j_{\max}$ ). Khuếch tán số ở đây có thể bỏ qua do thuật toán áp dụng cho các vùng có kích thước lớn [2].

Theo sơ đồ thuật toán trên đã thiết lập chương trình tính cho bài toán về lan truyền bản trong vỉa nước khai thác với giả thiết là nồng độ chất bản từ tầng trên đã lan truyền xuống tầng khai thác qua các cửa sổ địa chất thủy văn và chỉ cần giải phương trình (2.4) với các điều kiện biên và điều kiện ban đầu tương ứng.

Dùng chương trình tính này để tính tốc độ lan truyền bản  $\text{NH}_4^+$  trong vỉa nước khai thác vùng Văn Điển - Pháp Vân, Hà Đông và Hoài Đức.

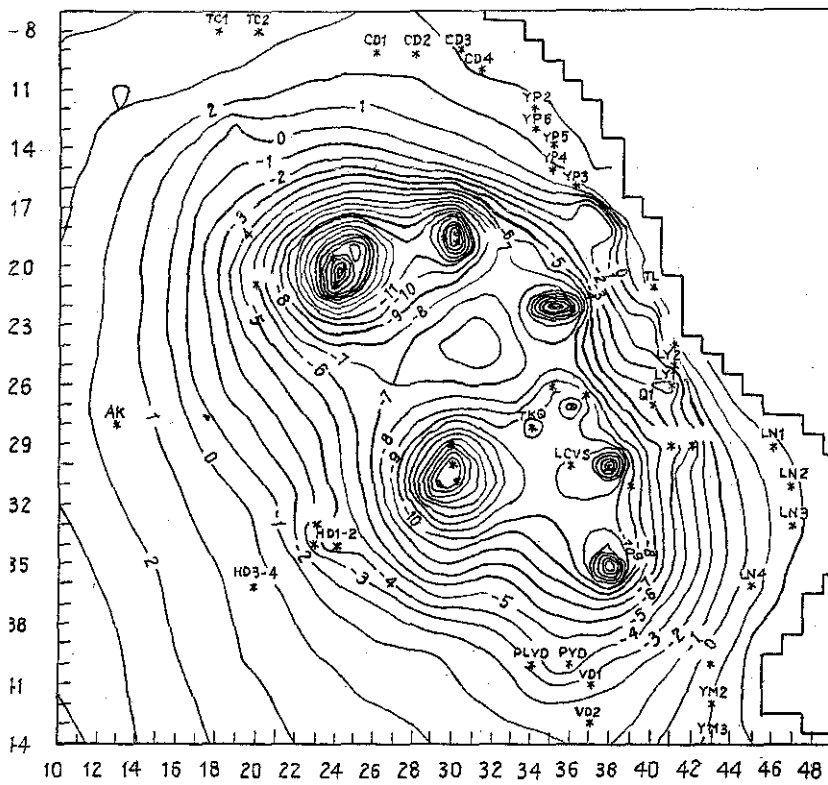
Phân tích điều kiện địa chất - thủy văn vỉa nước ngầm Hà Nội: độ dày vỉa, vận tốc, cấu tạo địa chất có thể lấy  $a_L = 15m$ ,  $a_T = 4m$ . Giá trị độ ô nhiễm  $\text{NH}_4^+$  ban đầu được lấy từ số liệu quan trắc tháng 3/1994 (bản đồ 1). Lời giải mô hình MODFLOW mô tả động thái thủy lực của vùng này tháng 3/1994 thể hiện trên bản đồ 2.



Bản đồ 1. Hiện trạng nhiễm bản  $\text{NH}_4^+$  và  $\text{PO}_4$  (mg/lít) tầng dưới (tầng sản phẩm) tháng 3 năm 1994

Chú thích - Tọa độ trên bản đồ là km Quốc gia;

- Vùng tô đậm là vùng có nồng độ  $\text{NH}_4^+$  > 10 mg/lít; vùng nhạt hơn > 3 mg/lít.

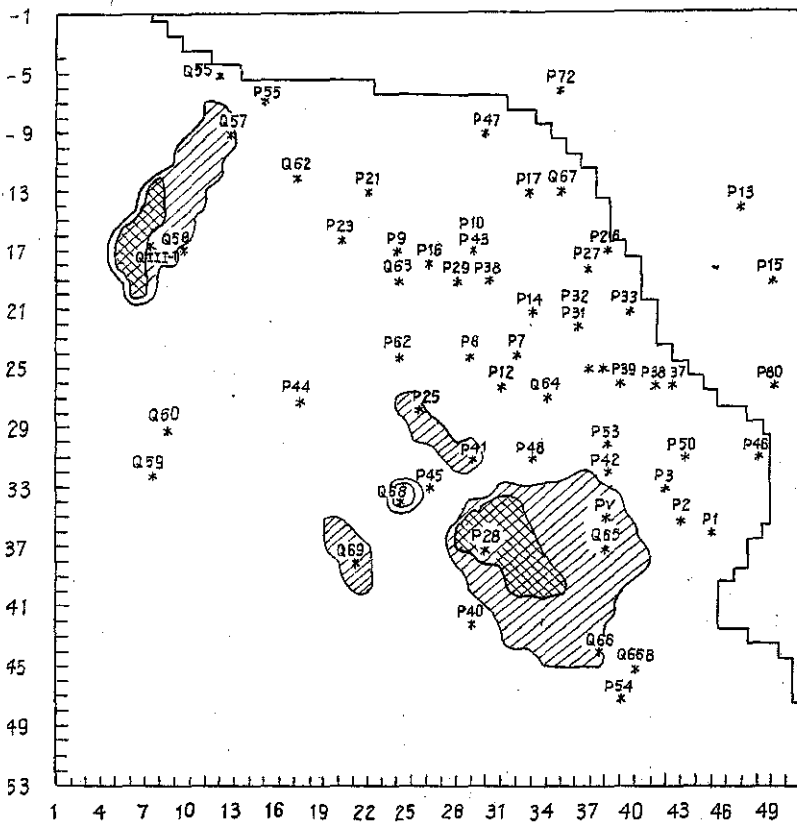


Bản đồ 2. Mức nước tầng dưới tháng 3/1994 (so với mực nước biển)

Chú thích. - Tọa độ trên bản đồ 1 ô = 500 mét:

PV \* Viết tắt tên các điểm khai thác hoặc các nhà máy nước

- Đường gấp khúc bên phải: biên Sông Hồng

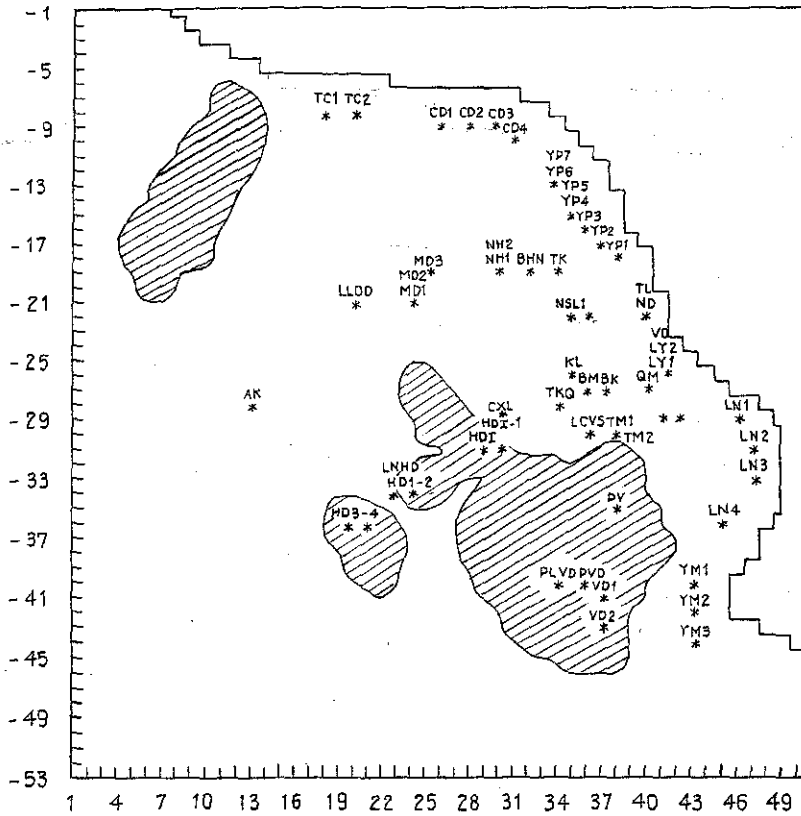


Bản đồ 3. Kết quả tính toán vùng nhiễm bán  $NH_4^+$  tháng 3/1994

Chú thích: Vùng 2 gạch chéo là các cửa sổ địa chất thủy văn.

Q65 \* Viết tắt tên các lỗ khoan quan trắc lấy số liệu

Bản đồ 4. Sự lan truyền  
vùng nhiễm bẩn  $NH_4^+$   
sau 5 năm tính toán  
(tháng 3/1999)



Kết quả tính chỉ ra rằng đường đẳng nồng độ 10 mg/lít lan truyền về phía bắc - hướng nhà máy nước Pháp Văn với tốc độ trung bình 100 m/năm bản đồ 3, 4).

#### 4. KẾT LUẬN

Kết quả thu được trong bài báo có thể coi là kết quả bước đầu trong nghiên cứu cơ chế lan truyền bẩn trong các vỉa nước ngầm vùng Hà Nội.

Theo đánh giá của các nhà địa chất thì cơ chế lan truyền bẩn từ tầng chứa nước trên xuống tầng khai thác qua các cửa sổ địa chất thủy văn là quan trọng nhất. Tuy vậy để mô tả chính xác hơn quá trình lan truyền bẩn trong các vỉa nước ngầm vùng Hà Nội cần đánh giá ảnh hưởng của quá trình thấm xuyên qua lớp sét ngăn cách giữa hai tầng chứa nước và ảnh hưởng nhiễm bẩn do vùng than bùn của Hà Nội. Các đề tài này sẽ được cán bộ Viện Cơ học hợp tác với các nhà khoa học các cơ quan khác thực hiện.

Các tác giả chân thành cảm ơn GS TS Ngô Huy Cẩn đã có những đóng góp, nhận xét quý báu để hoàn thiện công việc.

Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình khoa học cơ bản.

Địa chỉ:  
Viện Cơ học, Trung tâm KHTN và CNQG

Nhận ngày 27/4/1995

(xem tiếp trang 12)