

## TỰ ĐỒNG BỘ HAI ĐỘNG CƠ LỆCH TÂM

NGUYỄN VĂN ĐÌNH - NGUYỄN ĐẮC HÙNG

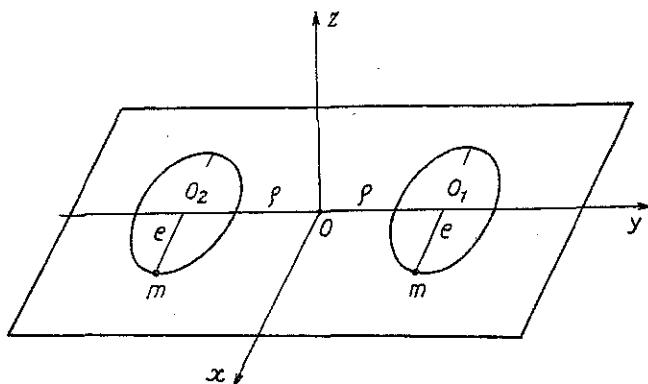
Khi được lắp đặt trên hệ chấn động, các động cơ lệch tâm kích chấn hệ nhưng cũng chịu ảnh hưởng ngược lại. Tuy yếu nhưng do động cơ thường chỉ có "dự trữ" năng lượng hữu hạn nên ảnh hưởng ngược nói trên chính là nguồn gây ra hiện tượng Sommerfeld - hiện tượng mất ổn định và nhảy tần trong vùng cộng hưởng ở chấn từ tuyến tính kích động bởi động cơ lệch tâm không đồng bộ [1, 2].

Nếu trên hệ lắp đặt nhiều động cơ, một khía cạnh khác đáng chú ý được đặt ra: do ảnh hưởng ngược từ hệ chấn động đến động cơ nên thông qua hệ chấn động, hình thành tương tác gián tiếp giữa các động cơ - dù chúng được lắp đặt độc lập. Cũng là yếu, nhưng nếu các động cơ à gần đồng nhất, tương tác gián tiếp này, trong những điều kiện nhất định, dù ở xa cộng hưởng, vẫn đủ để "điều chỉnh, phối hợp" vị trí các khối lệch tâm trên các động cơ, đảm bảo cho hệ chấn động làm việc ở chế độ định trước (như tĩnh tiến, thẳng, enlip, lắc v.v...). Đó là hiện tượng gọi à tự đồng bộ giữa các động cơ lệch tâm, đã được nghiên cứu, thực nghiệm và ứng dụng trong hực tiễn kỹ thuật [2].

Để đánh giá khả năng ứng dụng hiện tượng đồng bộ trong điều kiện thực tế, dưới đây trình bày lý thuyết sơ giản cùng quy tắc tính toán thực hành các chế độ dừng đồng bộ của hai động cơ đồng nhất, lệch tâm, không đồng bộ lắp đặt độc lập trên giá đỡ dao động phẳng kèm một số quan át trên một mô hình thực nghiệm tương ứng.

### §1. HỆ KHẢO SÁT - HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG

Hình 1 là sơ đồ giá đỡ mang hai động cơ lệch tâm  $O_1, O_2$ . Hệ "giá đỡ - động cơ không lệch tâm" có hệ trục quán tính chính trung tâm  $Oxyz$  trong đó  $Oxz, Oyz$  là hai mặt đối xứng, stato vắt chặt vào giá đỡ, các trục rõ ràng nằm trong mặt  $Oyz$  và song song với  $Oz$ , các lệch tâm xem là hất điểm chuyển động trong mặt  $Oxy$ . Hệ đỡ bố trí đối xứng qua các mặt tọa độ đảm bảo cho giá đỡ dao động trong mặt phẳng nằm ngang  $Oxy$ .



Hình 1

Chọn hệ trục cố định  $XYZ$  trùng với  $Oxyz$  khi giá đỡ cân bằng. Ký hiệu:  $x, y$  và  $\theta$  - di chuyển của gốc O và góc quay của giá đỡ quanh O;  $\varphi_1, \varphi_2$  - góc quay các rôto tương đối với giá đỡ, tính theo chiều quay của từng rôto và từ vị trí mà các bán kính lệch tâm nằm song song thuận hướng  $Ox$ ,  $\rho = OO_1 = OO_2$ ;  $e$  - bán kính lệch tâm;  $M_0, J_0$  - khối lượng và mô men quán tính của giá đỡ kể cả statot các động cơ đối với  $Oz$ ;  $M'$  and  $J$  - khối lượng và mô men quán tính của rôto tối với trục quay của nó;  $m$  - khối lượng mỗi lệch tâm;  $C_3, C_4, C_5$  - độ cứng của hệ đỡ tương ứng ác di chuyển  $x, y, \theta$ ;  $L_1 = A - B\dot{\varphi}_1, L_2 = A - B\dot{\varphi}_2$  - đặc trưng tĩnh của các động cơ (mô men liệt từ tác dụng vào rôto, giả thiết hai động cơ hoàn toàn đồng nhất) trong đó  $A, B$  là hằng số.

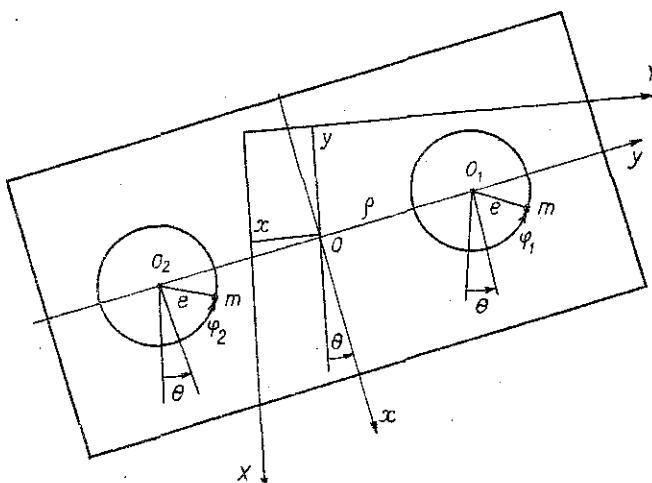
Hệ phương trình vi phân chuyển động được lập theo Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (1.1)$$

Trong đó:  $q_1 = \varphi_1, q_2 = \varphi_2, q_3 = x, q_4 = y, q_5 = \theta$ ;  $T$  - động năng hệ;  $Q_i$  - các lực suy rộng; dấu " $\prime$ " - ký hiệu đạo hàm theo thời gian,

Hai phương trình đầu cho luật quay của hai rôto trong chuyển động quay tương đối; ba phương trình cuối cho luật dao động (tịnh tiến và quay) của giá đỡ.

Hình 2 biểu diễn vị trí của giá đỡ tại thời điểm bất kỳ khi hai rôto quay cùng chiều (ngược chiều quay của kim đồng hồ).



Hình 2

Động năng của hệ có biểu thức:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2}M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}\left\{ I_0 + 2\mu\rho(\sin \varphi_1 \pm \sin \varphi_2)\right\}\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I(\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2) \\ & - \mu\left\{ \sin(\theta + \varphi_1) + \sin(\theta \pm \varphi_2) \right\}\dot{x}\dot{\theta} - \mu\sin(\theta + \varphi_1)\dot{x}\dot{\varphi}_1 \mp \mu\sin(\theta \pm \varphi_2)\dot{x}\dot{\varphi}_2 \\ & + \mu\left\{ \cos(\theta + \varphi_1) + \cos(\theta \pm \varphi_2) \right\}\dot{y}\dot{\theta} + \mu\cos(\theta + \varphi_1)\dot{y}\dot{\varphi}_1 \pm \cos(\theta \pm \varphi_2)\dot{y}\dot{\varphi}_2 \\ & + (I + \mu\sin \varphi_1)\dot{\theta}\dot{\varphi}_1 + (\pm I - \mu\rho\sin \varphi_2)\dot{\theta}\dot{\varphi}_2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Trong đó:  $M = M_0 + 2M' + 2m$  - tổng khối lượng toàn hệ;  $I_0 = J_0 + 2J'_0 + 2I$ ;  $J'_0 = (M' + m)\rho^2$  - mômen quán tính đối với O của mỗi rôto kể cả lệch tâm xem như đặt tại trục rôto;  $I = J + me^2$  mômen quán tính của mỗi rôto kể cả lệch tâm đối với trục quay của nó;  $\mu = me$  - mômen quán tính của khối lệch tâm.

Các lực suy rộng có biểu thức:

$$Q_1 = L_1, Q_2 = L_2, Q_3 = -C_3x - h_3\dot{x}, Q_4 = -C_4y - h_4\dot{y}, Q_5 = -C_5\theta - h_5\dot{\theta}. \quad (1.3)$$

Các phương trình Lagrange là:

$$\begin{aligned} I\ddot{\varphi}_1 - (A - B\dot{\varphi}_1) &= \\ &= \varepsilon \left\{ \mu\ddot{x}\sin\varphi_1 - \mu\ddot{y}\cos\varphi_1 - (I + \mu\rho\sin\varphi_1)\ddot{\theta} + \mu\rho\dot{\theta}^2\cos\varphi_1 \right\} + \dots \\ I\ddot{\varphi}_2 - (A - B\dot{\varphi}_2) &= \\ &= \varepsilon \left\{ \mu\ddot{x}\sin\varphi_2 - \mu\ddot{y}\cos\varphi_2 - (\pm I - \mu\rho\sin\varphi_2)\ddot{\theta} \mp \mu\rho\dot{\theta}^2\cos\varphi_2 \right\} + \dots \\ M\ddot{x} + C_3x &= \mu\dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1 + \mu\dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2 + \varepsilon\{\dots\} \\ M\ddot{y} + C_4y &= \mu\dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1 \mp \mu\dot{\varphi}_2^2\sin\varphi_2 + \varepsilon\{\dots\} \\ I_0\ddot{\theta} + C_5\theta &= -\mu\rho\dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1 + \mu\rho\dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2 + \varepsilon\{\dots\} \end{aligned} \quad (1.4)$$

trong đó: dấu  $+$  ( $-$ ) tương ứng khi rôto  $O_2$  quay cùng (ngược) chiều quay của rôto  $O_1$ ;  $\varepsilon$  - ký hiệu tham số bé, các dấu  $\{\dots\}$  - các đại lượng không có mặt trong tính toán (ở xấp xỉ thứ nhất).

## §2. CHẾ ĐỘ ĐỒNG BỘ VÀ TÍNH ỔN ĐỊNH

Cho  $\varepsilon = 0$ , chúng ta có hệ suy biến:

$$\begin{aligned} I\ddot{\varphi}_1 - (A - B\dot{\varphi}_1) &= 0 \\ I\ddot{\varphi}_2 - (A - B\dot{\varphi}_2) &= 0 \\ M\ddot{x} + C_3x &= \mu\dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1 + \mu\dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2 \\ M\ddot{y} + C_4y &= \mu\dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1 \pm \mu\dot{\varphi}_2^2\sin\varphi_2 \\ I_0\ddot{\theta} + C_5\theta &= -\mu\rho\dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1 + \mu\rho\dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Giả thiết hệ đỡ rất mềm, các tần số riêng rất thấp so với tốc độ góc quay của các rôto, hệ làm việc ở vùng sau công hưởng, Trường hợp hai động cơ quay cùng chiều, hệ suy biến (2.1) cho các chế độ dừng:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \omega &= \frac{A}{B}, \quad \varphi_1 = \omega t + \alpha_1, \quad \varphi_2 = \omega t + \alpha_2 \\ x &= -\frac{\mu}{M} \cos(\omega t + \alpha_1) - \frac{\mu}{M} \cos(\omega t + \alpha_2) \\ y &= -\frac{\mu}{M} \sin(\omega t + \alpha_1) - \frac{\mu}{M} \sin(\omega t + \alpha_2) \\ \theta &= \frac{\mu\rho}{I_0} \cos(\omega t + \alpha_1) - \frac{\mu\rho}{I_0} \cos(\omega t + \alpha_2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Các góc pha  $\alpha_1, \alpha_2$  được xác định bằng cách triết tiêu giá trị trung bình của nhóm số hạng viết ở vế phải hai phương trình đầu của hệ (1.4). Chúng ta được:

$$\begin{aligned} P_1 &= \mu^2\omega^2 \left\{ \frac{1}{M} - \frac{\rho^2}{2I_0} \right\} \sin(\alpha_1 - \alpha_2) = 0 \\ P_2 &= \mu^2\omega^2 \left\{ \frac{1}{M} - \frac{\rho^2}{2I_0} \right\} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

suy ra hai chế độ đồng bộ:

$$\text{cùng pha } \alpha_2 = \alpha_1 \quad \text{và nghịch pha } \alpha_2 = \alpha_1 + \pi \quad (2.4)$$

Trong chế độ cùng pha hai bán kính lệch tâm song song cùng chiều, hai lực ly tâm có hợp lực đặt tại O và quay tròn, giá đỡ dao động tịnh tiến tròn:

$$\theta = 0, \quad x = -\frac{2\mu}{M} \cos(\omega t + \alpha), \quad y = -\frac{2\mu}{M} \sin(\omega t + \alpha), \quad (2.5)$$

Trong chế độ nghịch pha, hai bán kính lệch tâm song song ngược chiều, hai lực ly tâm tạo thành ngẫu, giá đỡ dao động lắc quanh O:

$$x = 0, \quad y = 0, \quad \theta = \frac{2\mu\rho}{I_0} \cos(\omega t + \alpha) \quad (2.6)$$

Việc khảo sát ổn định dựa trên dấu các nghiệm của phương trình đặc tính:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \alpha_1} - \chi & \frac{\partial P_1}{\partial \alpha_2} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \alpha_2} - \chi \end{vmatrix} = \chi^2 - \left\{ \frac{\partial P_1}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial P_2}{\partial \alpha_2} \right\} \chi = 0 \quad (2.7)$$

Vì hệ khảo sát là ôtônom nên nghiệm đặc tính  $\chi = 0$  không ảnh hưởng đến tính ổn định, chỉ cần xét dấu nghiệm:

$$\chi = \frac{\partial P_1}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial P_2}{\partial \alpha_2} = 2\mu^2\omega^2 \left\{ \frac{1}{M} - \frac{\rho^2}{2I_0} \right\} \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (2.8)$$

Chế độ cùng pha (tịnh tiến tròn) ổn định nếu:

$$\frac{1}{M} - \frac{\rho^2}{2I_0} < 0 \quad \text{hay} \quad \frac{\mu\rho^2}{I_0} > 2 \quad (2.9)$$

Chế độ nghịch pha (lắc quanh O) ổn định nếu:

$$\frac{1}{M} - \frac{\rho^2}{2I_0} > 0 \quad \text{hay} \quad \frac{M\rho^2}{I_0} < 2 \quad (2.10)$$

Trường hợp hai rôto quay ngược chiều, việc khảo sát cũng tương tự và cho ta một chế độ lắc đồng bộ luôn ổn định là chế độ tịnh tiến thẳng theo trục x:

$$x = \frac{2\mu}{M} \cos(\omega t + \alpha), \quad y = 0, \quad \theta = 0 \quad (2.11)$$

Trong chế độ này, hai bán kính lệch tâm luôn đối xứng qua trục x và tạo hợp lực ly tâm nằm theo trục x.

### §3. MỘT SỐ QUAN SÁT TRÊN MÔ HÌNH THỰC NGHIỆM

Quan sát hiện tượng đồng bộ được tiến hành trên một mô hình thực nghiệm tương ứng với mô hình lý thuyết vừa trình bày. Đó là một giá đỡ khung chữ nhật, treo cân bằng ở vị trí nằm gang nhau bốn dây mềm thẳng đứng tại bốn góc. Toàn hệ được bố trí đối xứng qua hai mặt  $Oxy$  và  $Oyz$ , hai trục  $Ox$ ,  $Oy$  là hai trục quán tính chính trung tâm, mặt  $Oxy$  qua bốn điểm treo trên khung và chứa hai khối lệch tâm. Các số liệu: chiều dài dây  $\ell = 140$  cm, cạnh dài của khung  $a = 80$  cm; cạnh rộng  $2b = 45$  cm, khoảng cách hai trục rôto  $2\rho = 40$  cm, khối lượng toàn hệ  $M = 15$  kg. Giả thiết dao động nhỏ để tuyến tính hóa được các liên kết dây, khung có chuyển động phẳng trong mặt  $Oxy$  với ba bậc tự do  $x, y, \theta$ .

Tốc độ quay của các rôto được chỉnh trong vùng 360 vòng/phút. Các tần số vòng riêng có thể tính được theo các hệ thức:

$$\omega_x^2 = \omega_y^2 = \frac{g}{\ell}, \quad \omega_\theta^2 = \frac{Mg(a^2 + b^2)}{I_0 \ell} \quad (3.1)$$

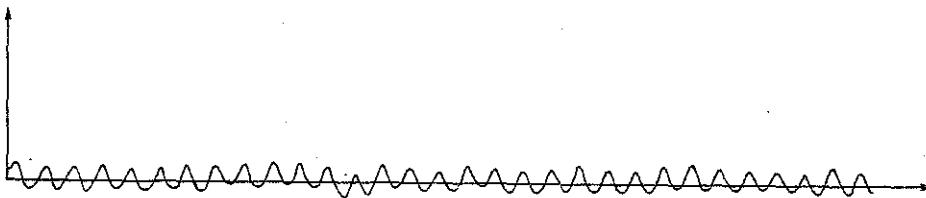
Dễ dàng thấy hệ làm việc ở sau và khá xa công hưởng. Kết quả đo trực tiếp cho biết dao động riêng trong chuyển động lắc  $\theta$  xấp xỉ 42 lần/phút. Từ đó suy ra:

$$\frac{MP^2}{I_0} \approx 0,52 < 2 \quad (3.2)$$

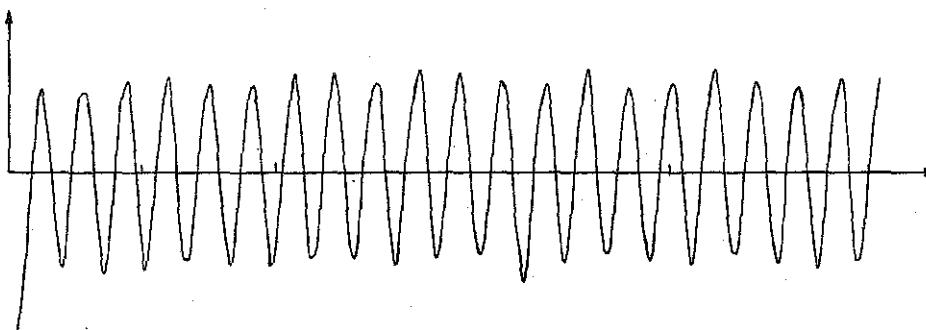
Vậy, khi hai động cơ đủ gần động nhất sẽ xảy ra một trong hai chế độ đồng bộ sau:

- 1 - dao động lắc quanh O khi hai rôto quay cùng chiều
- 2 - dao động tịnh tiến theo trục x khi hai rôto quay ngược chiều.

Để phân biệt và nhận ra hai chế độ đồng bộ này, có thể dựa vào dao động theo phương x tại điểm giữa và điểm đầu mút trên cạnh dài của khung. Kết quả cho thấy khi chỉnh hai tốc độ quay riêng của từng động cơ cho xấp xỉ bằng nhau, hai chế độ đồng bộ lắc và tịnh tiến đã xảy ra ở mô hình thực nghiệm. Các hình 3a, 3b tương ứng cho dao động hai điểm nói trên ở trường hợp hai động cơ quay cùng chiều: điểm giữa dao động yếu hơn nhiều so với dao động điểm đầu mút, khung dao động lắc quanh O.



Hình 3a. Biên độ max : 0,00005 m,  $t = 5,13$  s

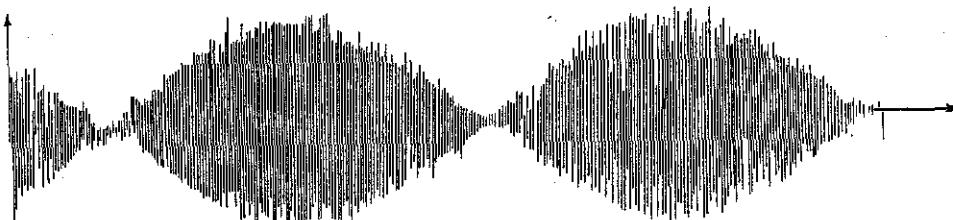


Hình 3b. Biên độ max : 0,0003 m,  $t = 3,41$  s

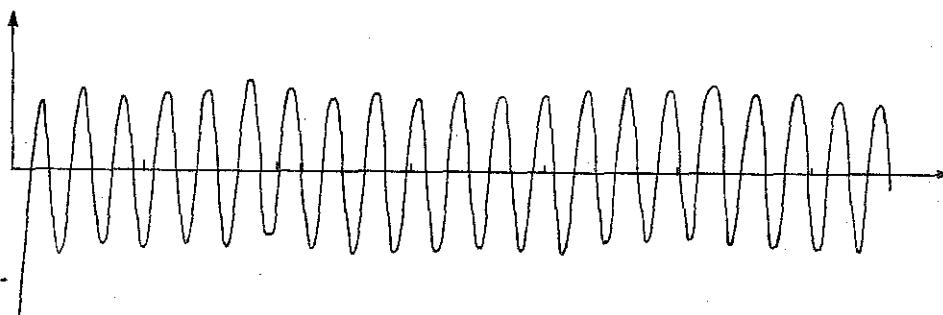
Cũng hai điểm đó ở trường hợp hai động cơ quay ngược chiều, đã ghi nhận được các dao động cùng biên độ: khung dao động tịnh tiến.

Các hiện tượng đồng bộ không xảy ra khi hai động cơ không còn “gần đồng nhất”, điều này có thể thực hiện bằng cách chỉnh áp để hai tốc độ quay riêng của hai động cơ đủ lệch nhau. Khi đó nếu rôto quay theo tốc độ riêng của nó, góc lệch giữa hai bán kính lệch tâm tăng đều theo thời gian, khung sẽ dao động phẳng phức tạp. Nếu tốc độ quay riêng của hai động cơ còn tương đối gần nhau, dao động điểm giữa của cạnh dài của khung có tính phách có chu kỳ phụ thuộc độ lệch giữa hai tốc độ quay riêng.

Trên các hình 4a, 4b tương ứng cho dao động điểm giữa và điểm đầu mứt ở trường hợp hai động cơ quay ngược chiều khi không có đồng bộ.



Hình 4a. Biên độ cực đại 0,00035 m, chu kỳ phách  $T = 14$  s



Hình 4b. Biên độ 0,00033 m, thời gian ghi 3,41 s

### KẾT LUẬN

Những quan sát còn có phần định tính tiến hành trên một mô hình thực nghiệm đơn giản, thô sơ vừa trình bày cho thấy hiện tượng đồng bộ của các động cơ lệch tâm lắp đặt độc lập trên một hệ chấn động có thể thực hiện tương đối dễ dàng trong điều kiện kỹ thuật thông thường. Điều đó cho phép đặt nhiều hy vọng thành công nếu hiện tượng đồng bộ được ứng dụng để thiết kế chế tạo lắp máy chấn động không đòi hỏi hệ truyền động giữa các động cơ lệch tâm.

Công trình này được hoàn thành với sự hỗ trợ tài chính của Chương trình nghiên cứu cơ bản trong lĩnh vực khoa học tự nhiên

Địa chỉ:

Nhận ngày 18/12/1995

Viện Cơ học TT KHTN & CNQG

## *TÀI LIỆU THAM KHẢO*

- [2] Кононенко В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. "Наука", Москва, 1964.
- [2] Блехман И. И. Синхронизация динамических систем. Изд. "Наука", Москва 1971.

## **SUMMARY**

### **AUTOSYNCHRONIZATION OF TWO UNBALANCE MOTORS**

In the present paper, are presented some observations about the phenomenon of autosynchronization of two unbalance motors on a platform moving in a plane.