

# DÉTERMINATION DE L'INFLUENCE DU TRAJET DE DÉFORMATION SUR LA COURBE LIMITE DE FORMAGE

NGUYEN NHAT THANG  
*Institut Polytechnique de Hanoi*

**SUMMARY.** The aim of this study is to predict the strain path influence on the forming limit diagram, from the limit stress curve. We consider two types of path, composed of two straight segments corresponding to stretching - tension and tension-stretching sequences.

## 1. INTRODUCTION

La notion de la courbe limite de formage (C.L.F.) a été introduite par Keeler [1] en 1965. Cette courbe initialement limitée au quadrant  $\epsilon_2 > 0$  a été complétée par les travaux de Goodwin [2] qui ont permis de couvrir le domaine de déformation  $\epsilon_2 < 0$ .

Les courbes limites de formage sont de plus en plus fréquemment utilisées dans l'industrie pour évaluer les chances de réussite ou d'échec d'un embouti et pour essayer de diagnostiquer les causes d'un échec éventuel. Cependant, une des limitations à l'emploi généralisé des C.L.F. est du au fait qu'elles dépendent largement de l'histoire de déformation du matériau caractérisée par la trajectoire de déformation.

Un avantage important du raisonnement en contraintes est de pouvoir prédire la striction d'une tôle pour un trajet de déformation quelconque, ce qui intéresse les emboutisseurs qui auront relevé des trajets de déformations lors l'emboutissage d'une pièce quelconque, et les numériciens qui auront modélisé l'opération de la mise en forme.

## 2. COURBE LIMITE DE FORMAGE ET DIAGRAMME DES CONTRAINTES LIMITES

Le matériau que nous avons utilisé pour cette étude est une feuille de l'acier de 0,67 mm d'épaisseur. Ce matériau présente des coefficients d'anisotropie suivants:

$$\begin{aligned}r_0 &= 1,8 \\r_{90} &= 2\end{aligned}$$

A l'aide d'un essai de traction, nous avons déterminé la courbe d'écrouissage  $\sigma = f(\epsilon)$ . Nous l'avons modélisée en adoptant la formulation analytique de Hollomon  $\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n$ , pour laquelle  $n$  est le coefficient d'écrouissage et  $K$  est une constante. La loi obtenue est la suivante:

$$\bar{\sigma} = 520 \bar{\epsilon}^{0,22}$$

La courbe limite de formage a été déterminée à l'aide d'un poinçon à fond plat [3], [4]. Les valeurs des déformations à l'apparition de la striction ont été déterminées par la méthode Bragard [5].

Les courbes limites de formage à 0° et 90° par rapport au sens du laminage sont reportées sur la figure 1.

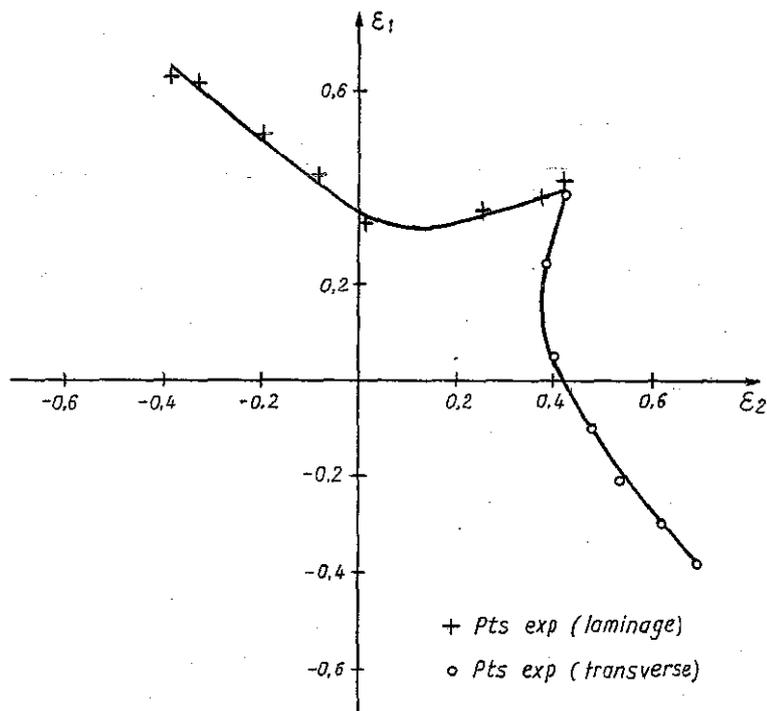


Fig. 1. Courbes limites de formage

Le calcul des contraintes est effectué à partir de relations de forme suivante [6]:

$$\sigma_x = \left\{ [(F + H)d\varepsilon_x + Hd\varepsilon_y]\bar{\sigma}_{/y} \right\} / \left[ (G + (HF/(F + H))d\bar{\varepsilon}_{/y}) \right]$$

$$\sigma_y = (H\sigma_x)/(F + H) + \bar{\sigma}_{/y}/(d\bar{\varepsilon}_{/y} d\varepsilon_y)$$

Ces relations d'écoulement plastique sont obtenues dans le cadre du critère de Hill [7].

Les résultats du calcul à partir des différents points de la courbe limite de formage nous permettent de tracer le diagramme des contraintes limites de formage. Celui-ci est reporté sur la figure 2.

Ce résultat est intéressant, puisqu'il indique les courbes des contraintes limites forment un critère intrinsèque pour une tôle donnée [6]: ce critère ne dépend pas du trajet de chargement qu'a pu subir la tôle. Il ne dépend que des caractéristiques du matériau c'est à dire de la courbe d'écrouissage  $\sigma = K\varepsilon^n$  et des coefficients de Hill  $F, G, H$  déterminés à partir des coefficients de Lankford  $r_0$  et  $r_{90}$ .

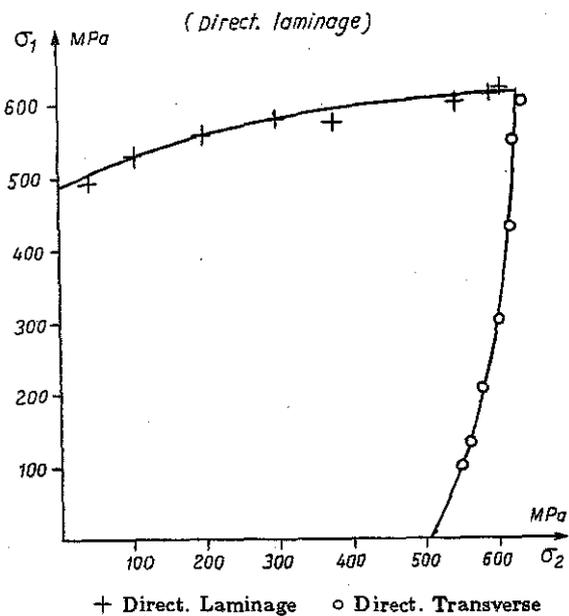


Fig. 2. Courbes des contraintes limites de formage

### 3. DÉTERMINATION DE L'INFLUENCE DES TRAJECTOIRES DE DÉFORMATION

Pour mieux apprécier l'influence de la prédéformation sur les courbes limites de formage, on a calculé les C.L.F. relatives à des prédéformations en traction ou en expansion appartenant à la même droite. Il s'agit de la droite de déformation symétrique ( $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ ) pour la prédéformation en expansion, et la droite de traction ( $\varepsilon_y = -2\varepsilon_x$ ), pour les prédéformations en traction.

A partir des contraintes limites de formage, on fait le calcul inverse pour étudier l'influence du type de sollicitation.

Les C.L.F. sont déterminées à partir du diagramme des contraintes limites pour deux types de prédéformation: traction uniaxiale et expansion symétrique.

Dans le premier cas, on étudie trois niveaux de prédéformation ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ):  $(-0, 1; 0, 2)$ ,  $(-0, 15; 0, 3)$ ,  $(-0, 2; 0, 4)$  suivant l'orientation  $0^\circ$  par rapport à la direction du laminage.

Pour le deuxième cas, les trois niveaux de prédéformation ( $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ ): 0,1; 0,2; 0,3 seront étudiés dans cette direction.

Les résultats du calcul sont mentionnés sur les figures 3 et 4 correspondant respectivement aux prédéformations en traction uniaxiale et expansion.

Sur ces figures, on observe que plus le niveau de prédéformation augmente, plus la courbe limite de formage se creuse quelles que soient les déformations finales en traction ou expansion.

D'autre part, dans la phase traction-expansion (fig. 3), on a remarqué que pour un point donné sur une courbe des contraintes, on a des points sur les différentes C.L.F. recalculées appartenant à une même droite (séquence traction-expansion). Pour des matériaux isotropes, cette droite a une pente de  $-0,5$  [8]. Pour notre matériau, le calcul de cette droite se fait de la manière suivante:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x &= G\sigma_x - H(\sigma_y - \sigma_x)d\bar{\varepsilon}_{/y} / [(F + H)\bar{\sigma}_{/y}] \\ d\varepsilon_y &= F\sigma_y + H(\sigma_y - \sigma_x)d\bar{\varepsilon}_{/y} / [(F + H)\bar{\sigma}_{/y}] \end{aligned}$$

Pour la phase prédéformation en traction, on note  $\varepsilon_{xpr}$  et  $\varepsilon_{ypr}$  les déformations, avec  $\varepsilon_{ypr} = -2\varepsilon_{xpr}$ . On peut écrire pour le deuxième trajet en expansion:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x - \varepsilon_{xpr} &= [G\sigma_x - H(\sigma_y - \sigma_x)](\bar{\varepsilon}_{/y} - \bar{\varepsilon}_{/y}^{pr}) / (F + H)\bar{\sigma}_{/y} \\ \varepsilon_y - \varepsilon_{ypr} &= [F\sigma_y + H(\sigma_y - \sigma_x)](\bar{\varepsilon}_{/y} - \bar{\varepsilon}_{/y}^{pr}) / (F + H)\bar{\sigma}_{/y} \end{aligned}$$

(dans ce cas  $\bar{\varepsilon}_{/y}^{pr}$ , la déformation équivalente à la prédéformation, est égale à  $\varepsilon_{ypr}$ , sachant que  $y$  est la direction de traction).

Pour  $\sigma_x, \sigma_y$  fixées, on a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x + 0,5\varepsilon_{ypr} &= A_1(\bar{\varepsilon}_{/y} - \varepsilon_{ypr}) \\ \varepsilon_y - \varepsilon_{ypr} &= A_2(\bar{\varepsilon}_{/y} - \varepsilon_{ypr}) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} A_1 &= [G\sigma_x - H(\sigma_y - \sigma_x)] / (F + H)\bar{\sigma}_{/y} \\ A_2 &= [F\sigma_y + H(\sigma_y - \sigma_x)] / (F + H)\bar{\sigma}_{/y} \end{aligned}$$

nous obtenons une relation linéaire entre  $\varepsilon_x$  et  $\varepsilon_y$  en éliminant  $\varepsilon_{ypr}$ :

$$\varepsilon_y = -[(1 - A_2)/(A_1 + 0,5)]\varepsilon_x + [(A_1 + 0,5A_2)/2]/(A_1 + 0,5)\bar{\varepsilon}_{/y}$$

$\bar{\varepsilon}_{/y}$  est facilement calculée à partir de la loi d'écroutissage.

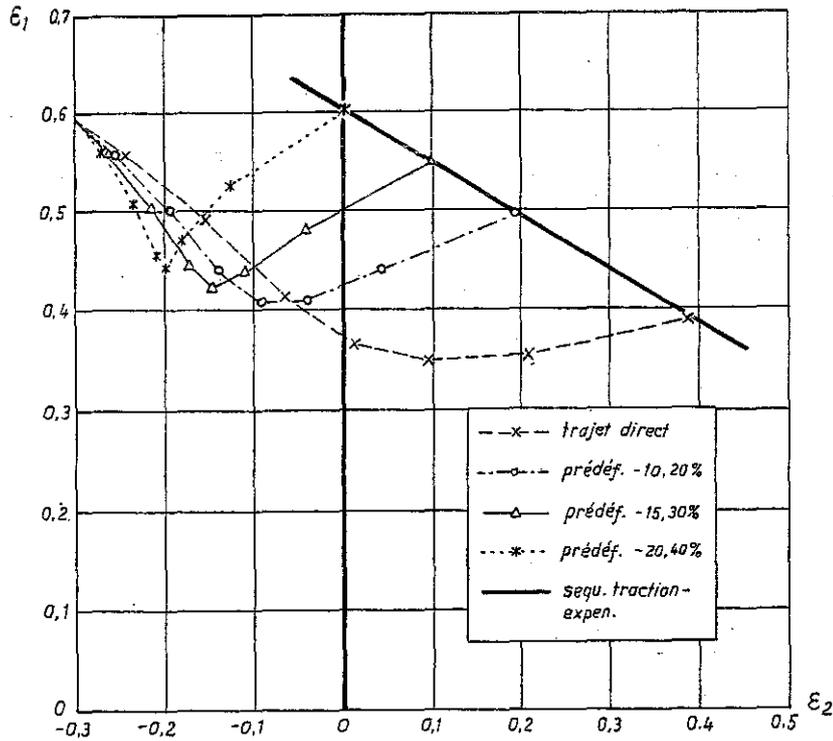


Fig. 3. Influence de la prédéformation en traction uniaxiale

Après plusieurs calculs pour différents points sur la courbe des contraintes, nous avons pu constater que la pente de cette droite est proche de  $-0,5$  ( $-0,54$ ).

De la même manière, si la prédéformation est en expansion symétrique ( $\varepsilon_{xpr} = \varepsilon_{ypr}$ ), on peut facilement démontrer que la déformation équivalente de cette phase s'écrit:

$$\bar{\varepsilon}_{/y}^{pr} = a\varepsilon_{ypr}$$

où  $a$  est une constante qui dépend de  $F, G, H$ .

Pour notre matériau  $a = 2,27$  ( $a = 2$  pour un matériau isotrope,  $a = 2,26$  pour l'acier ULC/Ti [8]).

Pour un dixième trajet effectué en traction, on peut écrire:

$$\varepsilon_x - \varepsilon_{ypr} = A_1(\bar{\varepsilon}_{/y}^T - a\varepsilon_{ypr})$$

$$\varepsilon_y - \varepsilon_{ypr} = A_2(\bar{\varepsilon}_{/y}^T - a\varepsilon_{ypr})$$

où  $\bar{\varepsilon}_{/y}^T$  est la déformation équivalente totale calculée à partir de la loi d'écroutissage.

$A_1$  et  $A_2$  sont constants pour  $\sigma_x, \sigma_y$  fixées et s'écrivent de la même manière que précédemment.

De la même manière que ci-dessus, nous éliminons  $\varepsilon_{ypr}$  entre les deux équations et nous trouvons la relation linéaire entre  $\varepsilon_x$  et  $\varepsilon_y$ :

$$\varepsilon_y = [(A_2 a - 1)/(A_1 a - 1)]\varepsilon_x + [(A_1 - A_2)/(A_1 a - 1)]\bar{\varepsilon}_{/y}^T$$

par exemple, pour  $\sigma_x = 40$  MPa et  $\sigma_y = 575$  MPa, on a:

$$\varepsilon_y = -0,57\varepsilon_x + 0,43$$

D'autres calculs sont effectués pour d'autres niveaux de contrainte, on a toujours trouvé une pente proche de  $-0,5$  (valeur pour un matériau isotrope [8]).

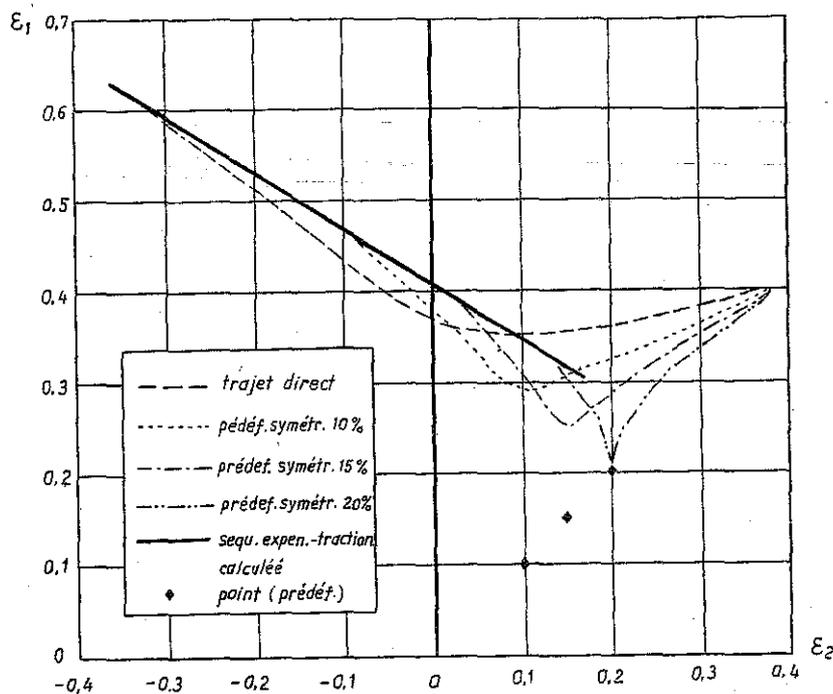


Fig. 4. Influence de la prédéformation en expansion symétrique

Sur les figures 3, 4, on observe que plus le niveau de prédéformation augmente, plus la courbe limite de formage se creuse quelles que soient les déformations finales en traction ou expansion.

Une prédéformation par expansion conduit à une courbe nettement plus basse que la courbe obtenue en chemins directs, par contre une prédéformation en traction donne une courbe plus élevée.

#### 4. CONCLUSION

Le diagramme des contraintes limites de formage nous permet de déterminer simplement la forme analytique des courbes limites de formage pour les deux type de séquences: traction - expansion et expansion - traction. Il s'agit de deux segments de droite de pente proche de  $-0,5$  et dont l'ordonnée à l'origine ne dépend que de la contrainte équivalente limite le long du trajet de chargement final, et des caractéristiques  $K$  et  $n$  du matériau.

#### RÉFÉRENCES

1. Keeler S. P. Sheet metal industrie, 42 (1965), 683.
2. Goodwin G. M. La metallurgia Italiana, 8 (1968), 767.
3. Marciniak Z., Kuczynski K., Pokora T. Ins J. Mech. Sci. 15 (1973), 789.
4. Arrieux R., Bedrine E., Boivin M. Proceeding of the 12th IDDRG Congress, May 1982, 61.
5. Bragard A., Baret J. A simplified method to determine the F. L. D on set of localized necking, Liège CRM, 1972, No 33, 35p.
6. Nguyen Nhat Thang. Contribution à la détermination des C.L.F. des contraintes limites de formage hors-axes. Thèse Doct. INSA de Lyon, 1994, 161p.

(xem tiếp trang 48)