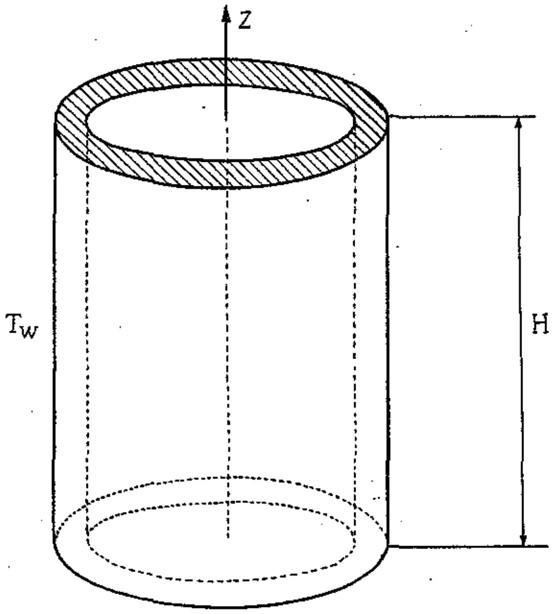
Tạp chí Cơ học Journal of Mechanics, NCNST of Vietnam T. XVIII, 1996, No 3 (23 - 27)

ĐỐI LƯU NHIỆT TỰ DO TRONG KÊNH TRỤ CÓ TÍNH ĐẾN NGUỒN NHIỆT CỦA CHẤT LỎNG QUY LUẬT MŨ

VŨ DUY QUANG, NGUYỄN VĂN QUẾ

1. ĐẶT BÀI TOÁN

Trong [2, 4] đã xét bài toán đối lưu nhiệt tự do trong kênh phẳng có chiều cao hữu hạn không có và có bề dày của chất lỏng quy luật mũ, trong [1, 3] xét bài toán trên kênh trụ. Trong bài toán này chúng tôi xét bài toán kênh trụ có chiều cao hữu hạn có bề dày với nguồn nhiệt trong chất lỏng và trong thành. Toàn bộ kênh được đặt trong khối chất lỏng quy luật mũ vô hạn. Nguồn nhiệt được xem là phân bố đều và không đổi, nhiệt độ thành ngoài cũng không đổi và cho trước (xem hình 1)



Hình 1

2. THIẾT LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Đặt

$$U^* = \left(\frac{k}{\rho}\right)^{1/(2-n)} D^{\frac{1-2n}{2-n}} H^{\frac{n-1}{2-n}}; \quad \bar{z} = \frac{z}{H}; \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{D}$$

$$\bar{r} = \frac{r}{D}; \quad \bar{V}_z = \frac{V_z D}{HU^*}; \quad \bar{V}_r = \frac{V_r}{U^*}; \quad \bar{\lambda}_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda}; \quad \bar{T} = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

$$\bar{p} = \frac{pD^2}{\rho U^{*2} H}; \quad P_{rg} = C_p \rho U^* D \lambda^{-1}; \quad G_{rg} = g\beta(T_w - T_\infty) U^{*-2} H^{-1} D^2$$

$$\overline{\eta} = \frac{\eta}{k(U^*/D)^{n-1}} = \left|\frac{\partial \overline{V}_z}{\partial \overline{r}}\right|^{n-1}$$

$$\overline{s} = \frac{sD^2}{\lambda(T_w - T_\infty)}\ ; \quad \overline{s}_1 = \frac{s_1 D^2}{\lambda_1(t_w - T_\infty)}$$

Ở đây D - đường kính trong của kênh; H - chiều cao kênh; δ - bề dày thành;
T_w - nhiệt độ thành; V_z, V_r - thành phần vận tốc theo phương z và r;
U^* - vận tốc đặc trưng,
k, n hệ số đậm đặc và chỉ số phi tuyến của chất lỏng
ρ, C_p; β - mật độ, nhiệt dung riêng đẳng áp và hệ số nở nhiệt;
λ, λ_1 - hệ số dẫn nhiệt của chất lỏng và của thành
$p' = p + g\rho z - p(0)$ - áp suất kích động, η - hệ số nhớt giả định;
s, s_1 - nguồn nhiệt trong chất lỏng và trong thành
P_{rg}, G_{rg} - số Prantl và Grashof suy rộng;
Ở dạng không thứ nguyên ta có hệ phương trình sau:

$$\frac{\partial r V_r}{\partial r} + \frac{\partial r V_z}{\partial z} = 0 \tag{2.1}$$

$$V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{r \partial r}\Big(r\eta \frac{\partial V_z}{\partial r}\Big) + TG_{rg} \tag{2.2}$$

$$V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \Big[\frac{\partial}{r\partial r}\Big(r\frac{\partial T}{\partial r}\Big) + s\Big] P_{rg}^{-1} \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial}{r\partial r}\Big(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\Big) + s_1 = 0; \quad \frac{1}{2} \le r \le \frac{1}{2} + \delta \tag{2.4}$$

Điều kiện biên:

$$\begin{aligned}
&V_r\Big(\frac{1}{2}, z\Big) = V_z\Big(\frac{1}{2}, z\Big) = 0;\\
&V_r(0, z) = \frac{\partial V_z}{\partial r}(0, z) = \frac{\partial T}{\partial r}(0, z) = 0\\
&T_1\Big(\frac{1}{2} + \delta, z\Big) = 1; \quad T_1\Big(\frac{1}{2}, z\Big) = T\Big(\frac{1}{2}, z\Big)\\
&\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}\Big(\frac{1}{2}, z\Big) = \frac{\partial T}{\partial r}\Big(\frac{1}{2}, z\Big)\\
&p(0) = V_r(r, 0) = T(r, 0) = 0\\
&V_z(r, 0) = V_{z0}; \quad p'(1) = 0\\
&\int_0^{1/2} V_z r dr = \frac{1}{8} V_{z0}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

3. GIẢI SỐ

Đầu tiên ta có thể loại T_1 bằng cách tích phân (2.4) kết hợp với (2.5) ta được điều kiện biên .u đây đối với T tại $r = 1/2$

$$\frac{\partial T}{\lambda_n \partial r}(r, z) = -\frac{s_n}{4} + \frac{2(1 - T) + 0,5 s_n \delta(1 + \delta)}{\ln(1 + 2\delta)} \tag{3.1}$$

Chúng ta giải hệ này bằng sơ đồ sai phân tương tự như trong [1], chỉ khác điều kiện biên loại một cho T được thay bởi điều kiện biên loại hai (3.1) như ở trên.

4. PHÂN TÍCH KẾT QUẢ

a) Nghiệm tiệm cận

Xét trường hợp khi $(H/D) \to \infty$. Khi đó ở xa đầu vào ta có thể tìm nghiệm một chiều của hệ (2.1) - (2.5):

$$V_r = 0; \quad V_z = V_z(r); \quad T = T(r)$$

Thay vào (2.1) - (2.5) ta được hệ phương trình:

$$\begin{aligned}
&-\frac{dp}{dz} + \frac{d}{rdr}\left(r\eta\frac{dV_z}{dr}\right) + TG_{rg} = 0\\
&\frac{d}{rdr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + s = 0; \quad 0 \le r \le \frac{1}{2}\\
&\frac{d}{rdr}\left(r\frac{dT_1}{dr}\right) + s_1 = 0; \quad \frac{1}{2} \le r \le \frac{1}{2} + \delta
\end{aligned}$$

và điều kiện biên:

$$\begin{aligned}
&V_z\left(\frac{1}{2}\right) = 0; \quad T\left(\frac{1}{2}\right) = T_1\left(\frac{1}{2}\right)\\
&T_1\left(\frac{1}{2} + \delta\right) = 1; \quad \lambda_1\frac{dT_1}{dr}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{dT}{dr}\left(\frac{1}{2}\right);\\
&\frac{dV_z}{dr}(0) = \frac{dT}{dr}(0) = 0
\end{aligned}$$

Giải hệ này được

$$T = -ar^2 + b \tag{4.1}$$

$$V_z = G_{rg}^{1/n}\int_r^{r_3} |W|^{1/n}\text{sign}(W)dr \tag{4.2}$$

Với

$$a = \frac{s}{4}$$

$$b = 1 + \frac{s}{16} + \frac{s_n\delta(1+\delta)}{4} - \frac{(s_n - s/\lambda_n)\ln(1+2\delta)}{8} \tag{4.3}$$

$$W = \frac{1}{2}br - \frac{1}{4}ar^3 \tag{4.4}$$

Có thể chứng minh được $W \ge 0$ do đó biểu thức trên có thể viết:

$$V_z = G_{rg}^{1/n}\int W^{1/n}dr$$

Hai đại lượng được quan tâm nhất là vận tốc trung bình V_{z0} và số Nuselt trung bình $\overline{Nu}_D$. Chúng có thể tính như sau:

$$\begin{aligned}
V_{z0} &= 4G_{rg}^{1/n}\int_0^{1/2} W^{1/n}r^2dr\\
\overline{Nu}_D &= 2P_{rg}G_{rg}^{1/n}\int_0^{1/2}\left(\frac{1}{2}br^2 - \frac{1}{4}ar^4\right)W^{1/n}dr
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Đặc biệt trong trường hợp $s = 0$ có thể tính hiển được các đại lượng trên:

$$V_z = \left(\frac{G_{rg}b}{2}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{1+1/n} - r^{1+1/n}\right] \tag{4.6}$$

$$V_{z0} = \frac{n}{3n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{1+1/n}\left(\frac{G_{rg}b}{2}\right)^{1/n} \tag{4.7}$$

$$\overline{Nu}_D = \frac{n}{3n+1} P_{rg} G_{rg}^{1/n} b^{1+1/n}\left(\frac{1}{2}\right)^{3+2/n} \tag{3.8}$$

Để so sánh ta lấy $P_{rg} = 100$, $G_{rg} = 4,795.10^{-2}$; $n = 0,66$; s (ở dạng có thứ nguyên) $= 10000W/m^3$; $s_1 = 0$ thì (4.5) cho

$$V_{z0} = 1,43.10^{-4}; \quad \overline{Nu}_D = 3.71.10^{-3}$$

Giải số cho

$$V_{z0} = 1,40.10^{-4}; \quad \overline{Nu}_D = 3,61.10^{-3}$$

sai khác 2,6%. Điều này chứng tỏ sơ đồ tính chấp nhận được.

b) Ví dụ số

Bài toán được giải với các số liệu sau:

$$\begin{aligned}
&T_w = 25°C; \quad T_\infty = 15°C;\\
&D = 2cm; \quad H = 20cm\\
&\rho = 1000kg/m^3; \quad C_p = 4,18.10^3 J/kg.K;\\
&\lambda = 0,597W/mK; \quad k = 7,35.10^{-2} kg.s^{n-2}m^{-1}\\
&\beta = 1,8.10^{-4}K^{-1}; \quad n = 0,66;\\
&\lambda_1 = 4\lambda; \quad \delta = D/8
\end{aligned}$$

Kết quả số:

$$V_{z0} = 3,02.10^{-2}; \quad \overline{Nu}_D = 2,47 \quad \text{khi} \quad s = 10000W/m^3; \quad s_1 = 0$$

So với khi không có nguồn nhiệt tăng 2,3%

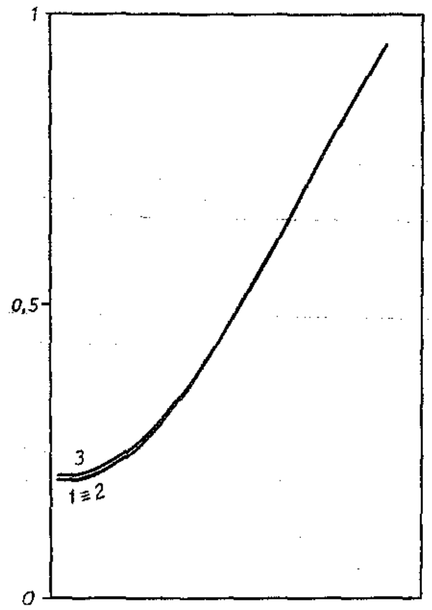
$$V_{z0} = 2,96.10^{-2}; \quad \overline{Nu}_D = 2,37 \quad \text{khi} \quad s = 0; \quad s_1 = 10000W/m^3$$

So với khi không có nguồn nhiệt tăng 0,3%

Đồ thị phân bố T, V_z trong trường hợp không có và có nguồn nhiệt được cho ở hình 2, 3.

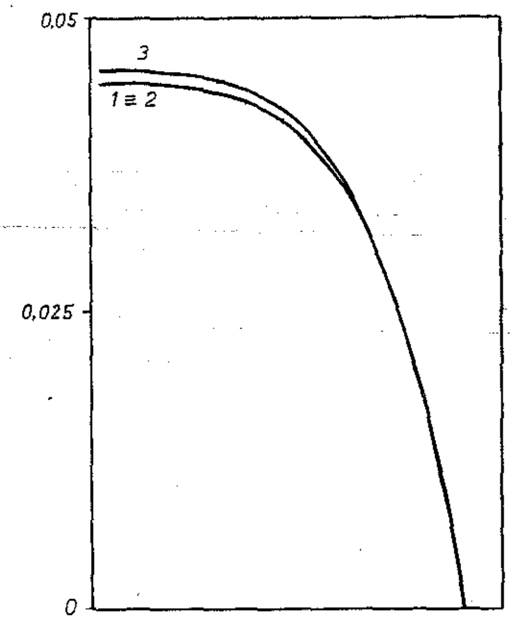
5. KẾT LUẬN

So sánh với trường hợp không có nguồn nhiệt ta thấy nguồn nhiệt làm tăng cường độ dòng đối lưu cũng như trao đổi nhiệt của chất lỏng với thành kênh. Tuy nhiên ảnh hưởng này là bé trong trường hợp nguồn nhiệt chỉ có ở trong thành.



Hình 2. Phân bố nhiệt độ tại $z = h/2$

1. không có nguồn nhiệt
2. có nguồn nhiệt trong thành
3. có nguồn nhiệt trong chất lỏng



Hình 3. Phân bố vận tốc tại $z = h/2$

1. không có nguồn nhiệt
2. có nguồn nhiệt trong thành
3. có nguồn nhiệt trong chất lỏng

Công trình này được hoàn thành với sự hỗ trợ của chương trình nghiên cứu cơ bản trong lĩnh vực khoa học tự nhiên.

Địa chỉ:
Trường đại học Bách khoa HN

Nhận ngày 2/12/1995

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Quế. Chuyển động đối lưu nhiệt tự do trong kênh trụ thẳng đứng của chất lỏng quy luật mũ. Tạp chí Cơ học, số 4, 1995.
2. Irvin Thomas F., Wu K. C. and Schneider Wiliam J. Vertical channel free convection with power law fluid. ASME 82 - WA/HT-69.
3. Nguyen Van Que. Free convection flow in a vertical thin cylinder of finite height with power law fluid. Journal of Mechanics, NCNST of Vietnam, No 1, 1995.
4. Vu Duy Quang, Dang Huu Chung. Numerical analysis of vertical finite channel conjugate natural convection with power law fluid. Proceeding of ICFM 5, 1/95 Cairo Egypt Vol 3, pp. 973-98.

SUMMARY

FREE CONVECTION FLOW IN VERTICAL CYLINDER WITH HEAT SOURCES OF POWER LAW FLUID

In this paper the free convection flow of power law fluid in cylindrical channel with heat sources is investigated. The heat sources are in the fluid as well as inside the channel wall and are assumed constant and uniform distributed.

The problem is solved by finite difference method. An asymptotic solution is given. The results with heat sources and without ones are compared.