Tạp chí Cơ học Journal of Mechanics, NCNST of Vietnam T. XIX, 1997, No 4 (39 - 47)

DAO ĐỘNG UỐN CỦA DẦM MỘT NHỊP CHỊU TÁC DỤNG CỦA NHIỀU VẬT THỂ DI ĐỘNG

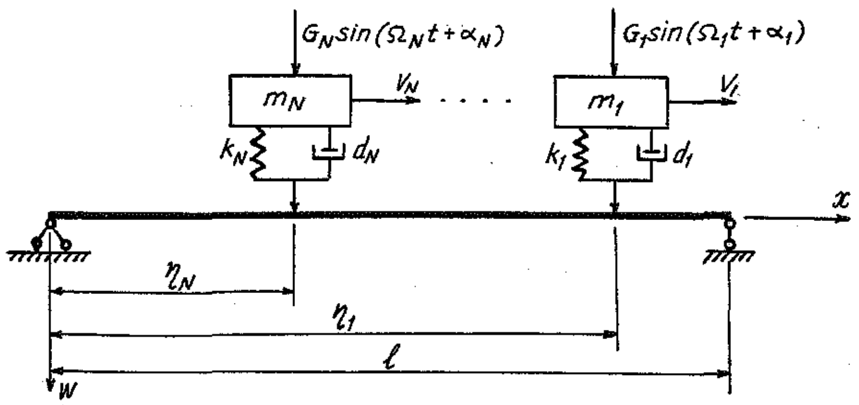
NGUYỄN VĂN KHANG, ĐỖ XUÂN THỌ, HOÀNG HÀ

1. Mở đầu

Trong các công trình [2, 3, 4, 6] đã xét bài toán dao động của dầm dưới tác dụng của một vật thể di động. Trong [5, 6] cũng đã đề cập đến bài toán dao động của dầm dưới tác dụng của nhiều vật thể di động, nhưng tác giả sử dụng mô hình còn thô và còn phải sử dụng giả thiết vận tốc các vật thể là như nhau. Trong công trình này trên cơ sở ý tưởng của [1, 2, 3], chúng tôi tiến hành nghiên cứu dao động uốn của dầm một nhịp chịu tác dụng của nhiều vật thể di động với vận tốc khác nhau tùy ý.

2. Thành lập các phương trình dao động

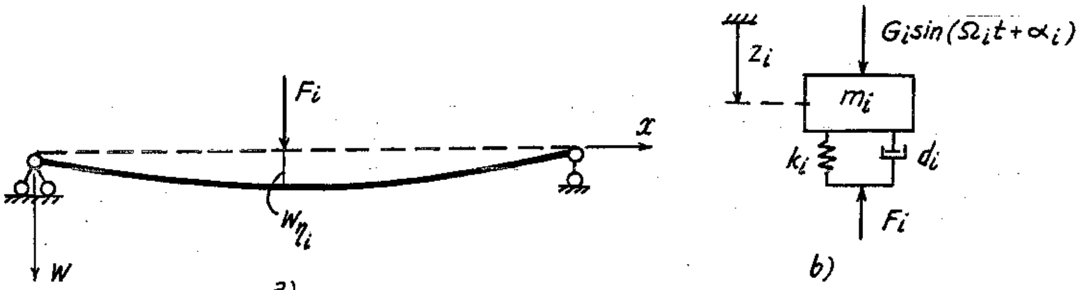
Xét mô hình dầm đơn giản chiều dài ℓ, chịu tác dụng của N vật thể di động (hình 1).



Hình 1

Giả thiết khối lượng đơn vị dài của dầm (μ), độ cứng chống uốn (EI) là các đại lượng không đổi. Vật thể thứ i có khối lượng m_i ($i = 1, 2, \dots, N$) đặt trên lò xo có độ cứng k_i ($i = 1, \dots, N$) và giảm chấn tỷ lệ bậc nhất với vận tốc có hệ số cản nhớt là d_i ($i = 1, \dots, N$). Vận tốc của vật thể thứ i là hằng số v_i. Các v_i có thể khác nhau. Giả sử trong quá trình chuyển động qua dầm các vật thể không tách khỏi dầm và các vận tốc của chúng thỏa mãn điều kiện sao cho các vật thể không va đập vào nhau.

Để thiết lập phương trình chuyển động của hệ dầm và các vật thể di chuyển trên nó, ta áp dụng phương pháp các cấu trúc con. Tách hệ dầm - các vật thể di động thành $N + 1$ cấu trúc con. Trong đó cấu trúc con thứ nhất là dầm, N cấu trúc con còn lại là các vật thể m_i (hình 2).



Hình 2

Chọn hệ tọa độ như hình 2. Trục Ox trùng với trục hình học của dầm khi dầm chưa bị võng, trục Ow hướng thẳng đứng xuống dưới. Tọa độ tuyệt đối xác định vị trí của vật thể m_i theo phương thẳng đứng là z_i.

Gọi τ_i là thời điểm vật thể thứ i bắt đầu vào cầu, v_i là vận tốc của vật thể thứ i ($v_i = \text{const}$). Ta có hệ thức

$$\eta_i = v_i(t - \tau_i). \tag{2.1}$$

Để thuận tiện ta đưa vào tọa độ tương đối của vật thể m_i (y_i) xác định bởi hệ thức

$$z_i = y_i + w_{\eta_i}; \qquad w_{\eta_i} = w(x,t)\big|_{x=\eta_i}. \tag{2.2}$$

Khi tách hệ thành các cấu trúc con, ta thay liên kết bằng các phản lực liên kết và điều kiện bằng nhau của các dịch chuyển ở điểm liên kết. Lực liên kết tác dụng lên vật thể m_i (hình 2b) có dạng:

$$F_i = k_i y_i + d_i \dot{y}_i. \tag{2.3}$$

Áp dụng nguyên lý d'Alembert, phương trình vi phân chuyển động của vật thể m_i có dạng:

$$m_i \ddot{z}_i = m_i g + G_i \sin\varphi_i - F_i, \tag{2.4}$$

trong đó $\varphi_i = \Omega_i t + \alpha_i$.

Chú ý đến các công thức (2.2), (2.3) phương trình (2.4) có thể viết dưới dạng:

$$m_i \ddot{z}_i + d_i \dot{z}_i + k_i z_i = m_i g + G_i \sin\varphi_i + d_i \dot{w}_{\eta_i} + k_i w_{\eta_i} \tag{2.5}$$

với $\tau_i \le t \le T_i + \tau_i, \quad i = \overline{1, N}$.

trong đó T_i là thời gian vật thể m_i đi qua cầu: $T_i = \dfrac{\ell}{v_i}$.

Bây giờ ta chuyển sang xây dựng phương trình vi phân dao động uốn của dầm. Quá trình thiết lập hoàn toàn tương tự như thiết lập phương trình dao động uốn của dầm chịu tác dụng của một vật thể di động [2, 3, 4]. Kết quả ta nhận được phương trình đạo hàm riêng mô tả dao động uốn của dầm:

$$EI\Big(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \alpha\frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t}\Big) + \mu\Big(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta\frac{\partial w}{\partial t}\Big) = p(x,z,t). \tag{2.6}$$

Để xác định cường độ áp lực $p(x,z,t)$ ở vế phải của phương trình (2.6) ta sử dụng các hàm tín hiệu logic và hàm Denta - Dirắc.

Hàm tín hiệu logic $\ell_i(t)$ là hàm được xác định bởi hệ thức sau:

$$\ell_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi} \quad \tau_i \le t \le T_i + \tau_i \\ 0 & \text{khi} \quad t < \tau_i \text{ và } t > T_i + \tau_i, \end{cases} \tag{2.7}$$

trong đó τ_i là thời điểm vật thể m_i bắt đầu vào dầm, $T_i = \dfrac{\ell}{v_i}$ là thời gian vật thể m_i chuyển động trên dầm. Đạo hàm theo thời gian của hàm $\ell_i(t)$ bằng không.

Hàm Denta-Dirắc $\delta(x - \eta_i)$ là hàm được xác định bởi hệ thức sau:

$$\delta(x - \eta_i) = \lim_{\varepsilon \to 0} \delta_\varepsilon(x - \eta_i) \tag{2.8}$$

với

$$\delta_\varepsilon(x - \eta_i) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\varepsilon} & \text{khi} \quad |x - \eta_i| \le \varepsilon \\ 0 & \text{khi} \quad |x - \eta_i| > \varepsilon. \end{cases} \tag{2.9}$$

Với các khái niệm hàm tín hiệu logic và hàm Denta-Dirắc xác định như trên, cường độ áp lực của các vật thể tác dụng lên dầm có dạng:

$$p(x, z, t) = \sum_{i=1}^{N} \ell_i(t)\big[m_i g + G_i \sin\varphi_i - m_i \ddot{z}_i\big]\delta(x - \eta_i). \tag{2.10}$$

Như thế hệ phương trình vi phân mô tả dao động uốn của dầm dưới tác dụng của nhiều vật thể di chuyển trên dầm có dạng:

$$EI\Big(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \alpha\frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t}\Big) + \mu\Big(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta\frac{\partial w}{\partial t}\Big) = p(x, z, t) \tag{2.11}$$

$$\ell_i(t)(m_i \ddot{z}_i + d_i \dot{z}_i + k_i z_i) = \ell_i(t)(m_i g + G_i \sin\varphi_i + d_i \dot{w}_{\eta_i} + k_i w_{\eta_i}) \quad (i = \overline{1, N}) \tag{2.12}$$

Hệ các phương trình (2.11), (2.12) là một hệ hỗn hợp gồm một phương trình đạo hàm riêng và N phương trình vi phân thường. Để giải bài toán trên ta cần biết các điều kiện biên và các điều kiện đầu. Các điều kiện biên đối với mô hình dầm như hình 1 có dạng:

$$x = 0: \quad w(0, t) = \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x^2} = 0 \tag{2.13}$$

$$x = \ell: \quad w(\ell, t) = \frac{\partial^2 w(\ell, t)}{\partial x^2} = 0 \tag{2.14}$$

Các điều kiện đầu có dạng:

$$t = \tau_i: \quad w(x, \tau_i) = f_i^{(1)}(x), \quad \frac{\partial w(x, \tau_i)}{\partial t} = f_i^{(2)}(x) \tag{2.15}$$

$$z_i(\tau_i) = z_{i,0}, \qquad \dot{z}_i(\tau_i) = \dot{z}_{i,0} \tag{2.16}$$

3. Biến đổi hệ phương trình vi phân hỗn hợp (2.11), (2.12) về hệ phương trình vi phân thường

Áp dụng phương pháp Ritz suy rộng, ta tìm nghiệm của hệ phương trình (2.11), (2.12) với các điều kiện biên (2.13), (2.14) dưới dạng:

$$w(x,t)=\sum_{r=1}^{n}q_r(t)\sin\frac{r\pi x}{\ell}. \tag{3.1}$$

Từ đó suy ra:

$$w_{\eta_i}=\ell_i(t)w(x,t)\big|_{x=\eta_i}=\ell_i(t)\sum_{r=1}^{n}q_r(t)\sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell} \tag{3.2}$$

$$\dot{w}_{\eta_i}=\ell_i(t)\sum_{r=1}^{n}\Big(\dot{q}_r\sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell}+q_r\frac{r\pi v_i}{\ell}\cos\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big) \tag{3.3}$$

Thế biểu thức (3.1) vào phương trình (2.11) ta được:

$$\begin{aligned}
&EI\Big[\sum_{r=1}^{n}\Big(\frac{r\pi}{\ell}\Big)^4 q_r\sin\frac{r\pi x}{\ell}+\alpha\sum_{r=1}^{n}\Big(\frac{r\pi}{\ell}\Big)^4\dot{q}_r\sin\frac{r\pi x}{\ell}\Big]\\
&\quad+\mu\Big[\sum_{r=1}^{n}\ddot{q}_r\sin\frac{r\pi x}{\ell}+\beta\sum_{r=1}^{n}\dot{q}_r\sin\frac{r\pi x}{\ell}\Big]=p(x,z,t)\\
&\Rightarrow\sum_{r=1}^{n}\Big\{\ddot{q}_r+\Big[\frac{EI\alpha}{\mu}\Big(\frac{r\pi}{\ell}\Big)^4+\beta\Big]\dot{q}_r+\frac{EI}{\mu}\Big(\frac{r\pi}{\ell}\Big)^4 q_r\Big\}\sin\frac{r\pi x}{\ell}\\
&=\frac{1}{\mu}p(x,z,t).
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Nhân cả hai vế phương trình trên với $\sin\dfrac{s\pi x}{\ell}$ rồi lấy tích phân cả hai vế theo x từ 0 đến ℓ. Do hệ thức

$$\int_0^{\ell}\sin\frac{r\pi x}{\ell}\sin\frac{s\pi x}{\ell}dx=\begin{cases}0 & \text{nếu } r\neq s\\ \dfrac{\ell}{2} & \text{nếu } r=s\end{cases}$$

ta nhận được từ (3.4) hệ phương trình vi phân:

$$\ddot{q}_s+\Big[\frac{EI\alpha}{\mu}\Big(\frac{s\pi}{\ell}\Big)^4+\beta\Big]\dot{q}_s+\frac{EI}{\mu}\Big(\frac{s\pi}{\ell}\Big)^4 q_s=\frac{2}{\mu\ell}\int_0^{\ell}p(x,z,t)\sin\frac{s\pi x}{\ell}dx\quad(s=\overline{1,n}) \tag{3.5}$$

Tích phân ở vế phải phương trình (3.5) có dạng

$$\begin{aligned}
\int_0^{\ell}p(x,z,t)\sin\frac{s\pi x}{\ell}dx&=\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)(m_ig+G_i\sin\varphi_i-m_i\ddot{z}_i)\int_0^{\ell}\delta(x-\eta_i)\sin\frac{s\pi x}{\ell}dx\\
&=\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)(m_ig+G_i\sin\varphi_i-m_i\ddot{z}_i)\sin\frac{s\pi x}{\ell}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Thay (3.6) vào phương trình (3.5) ta có:

$$\begin{aligned}
&\ddot{q}_s+\Big[\frac{EI\alpha}{\mu}\Big(\frac{s\pi}{\ell}\Big)^4+\beta\Big]\dot{q}_s+\frac{EI}{\mu}\Big(\frac{s\pi}{\ell}\Big)^4 q_s\\
&=\frac{2}{\mu\ell}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)(m_ig+G_i\sin\varphi_i-m_i\ddot{z}_i)\sin\frac{s\pi x}{\ell}\quad(s=\overline{1,n})
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Thế các biểu thức (3.2) và (3.3) vào phương trình (2.12) ta được:

$$m_i\ddot{z}_i + d_i\dot{z}_i + k_i m_i = m_i g + G_i \sin\varphi_i + \ell_i(t)\sum_{r=1}^{n}\Big(d_i \sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big)\dot{q}_r +$$

$$+\ell_i(t)\sum_{r=1}^{n}\Big(k_i \sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell} + d_i\frac{r\pi v_i}{\ell}\cos\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big)q_r \quad (i=\overline{1,N}) \tag{3.8}$$

Như thế, nhờ biểu thức (3.1) ta đưa được hệ phương trình vi phân hỗn hợp gồm một phương trình đạo hàm riêng (2.11) và N phương trình vi phân thường (2.12) về hệ $(n+N)$ phương trình vi phân thường (3.7) và (3.8). Các hàm cần tìm ở đây là q_s $(s=1,\dots,n)$ và z_i $(i=1,\dots,N)$

4. Phương pháp số giải hệ phương trình vi phân dao động

Để tích phân bằng số hệ phương trình vi phân (3.7) và (3.8) một cách thuận tiện, ta viết hệ phương trình (3.8) lại dưới dạng như sau:

$$\ddot{z}_i = \ell_i(t)\sum_{r=1}^{n}\Big(\frac{d_i}{m_i}\sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big)\dot{q}_r - \frac{d_i}{m_i}\dot{z}_i +$$

$$+\ell_i(t)\sum_{r=1}^{n}\Big(\frac{k_i}{m_i}\sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell} + \frac{d_i r\pi v_i}{\ell m_i}\cos\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big)q_r - \frac{k_i}{m_i}z_i +$$

$$+g + \frac{G_i}{m_i}\sin\varphi_i \quad (i=\overline{1,N}) \tag{4.1}$$

Thay $\ddot{z}_i$ trong phương trình (3.7) bởi biểu thức (4.1) ta được

$$\ddot{q}_s = -\sum_{r=1}^{n}\Big\{\delta_r^s\Big[\frac{EI\alpha}{\mu}\Big(\frac{\pi}{\ell}\Big)^4 s^4 + \beta\Big] + \frac{2}{\ell\mu}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)d_i\sin\frac{s\pi\eta_i}{\ell}\sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big\}\dot{q}_r$$

$$+\frac{2}{\ell\mu}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)\Big(d_i\sin\frac{s\pi\eta_i}{\ell}\Big)\dot{z}_i - \sum_{r=1}^{n}\Big\{\delta_r^s\frac{EI}{\mu}\Big(\frac{\pi}{\ell}\Big)^4 s^4$$

$$+\frac{2}{\ell\mu}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)\Big(d_i\frac{r\pi v_i}{\ell}\sin\frac{s\pi\eta_i}{\ell}\cos\frac{r\pi\eta_i}{\ell} + k_i\sin\frac{s\pi\eta_i}{\ell}\sin\frac{r\pi\eta_i}{\ell}\Big\}q_r$$

$$+\frac{2}{\ell\mu}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)\Big(k_i\sin\frac{s\pi\eta_i}{\ell}\Big)z_i \quad (s=\overline{1,n}) \tag{4.2}$$

Trong các phương trình (4.1) và (4.2):

$$\delta_r^s = \begin{cases} 1 & \text{khi} \quad r=s \\ 0 & \text{khi} \quad r\neq s \end{cases} \tag{4.3}$$

$$\varphi_i = \Omega_i t + \alpha_i; \quad \eta_i = v_i(t-\tau_i) \tag{4.4}$$

Nếu ta đưa vào ký hiệu

$$\vec{q} = [q_1,\dots,q_n,z_1,\dots,z_N]^T, \tag{4.5}$$

thì hệ các phương trình (4.2) và (4.1) có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\ddot{\vec{q}} = \underline{B}(t)\dot{\vec{q}} + \underline{C}(t)\vec{q} + \vec{f}(t), \tag{4.6}$$

trong đó $\underline{B}(t)$ và $\underline{C}(t)$ là các ma trận vuông cấp $(n+N)$, còn $\vec{f}(t)$ là véc tơ có $(n+N)$ phần tử.

Ma trận $\underline{B}(t)$ có dạng

$$\underline{B}(t) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} b_{11} & \dots & b_{1n} & b_{1,n+1} & \dots & b_{1,n+N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} & b_{n,n+1} & \dots & b_{n,n+N} \\ \hline b_{n+1,1} & \dots & b_{n+1,n} & b_{n+1,n+1} & \dots & b_{n+1,n+N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n+N,1} & \dots & b_{n+N,n} & b_{n+N,n+1} & \dots & b_{n+N,n+N} \end{array}\right]$$

với

$$b_{sr} = -\delta_r^s\left[\frac{EI\alpha}{\mu}\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 s^4 + \beta\right] - \frac{2}{\mu\ell}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)d_i \sin\frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}\sin\frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}, \quad (s, r = \overline{1,n})$$

$$b_{s,n+i} = \frac{2}{\ell\mu}\ell_i(t)d_i\sin\frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}, \ (s = \overline{1,n}, i = \overline{1,N})$$

$$b_{n+i,r} = \ell_i(t)\frac{d_i}{m_i}\sin\frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}, \ (i = \overline{1,N}, r = \overline{1,n})$$

$$b_{n+i,n+j} = -\delta_i^j\frac{d_i}{m_i}, \ (i, j = \overline{1,N})$$

Ma trận $\underline{C}(t)$ có dạng

$$\underline{C}(t) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} c_{11} & \dots & c_{1n} & c_{1,n+1} & \dots & c_{1,n+N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} & c_{n,n+1} & \dots & c_{n,n+N} \\ \hline c_{n+1,1} & \dots & c_{n+1,n} & c_{n+1,n+1} & \dots & c_{n+1,n+N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n+N,1} & \dots & c_{n+N,n} & c_{n+N,n+1} & \dots & c_{n+N,n+N} \end{array}\right]$$

với

$$\begin{aligned} c_{sr} = &-\frac{2}{\ell\mu}\sum_{i=1}^{N}\ell_i(t)\left[d_i\frac{r\pi v_i}{\ell}\cos\frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell} + k_i\sin\frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}\right]\sin\frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell} \\ &-\delta_r^s\frac{EI}{\mu}\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 s^4, \ (s, r = \overline{1,n}) \end{aligned}$$

$$c_{s,n+i} = \frac{2}{\ell\mu}\ell_i(t)k_i\sin\frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}, \ (s = \overline{1,n};\ i = \overline{1,N})$$

$$c_{n+i,r} = \ell_i(t)\left[\frac{d_i}{m_i}\,\frac{r\pi v_i}{\ell}\cos\frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell} + \frac{k_i}{m_i}\sin\frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{\ell}\right], \ (r = \overline{1,n};\ i = \overline{1,N})$$

$$c_{n+i,n+j} = -\delta_i^j\frac{k_i}{m_i}, \quad (i, j = \overline{1,N})$$

véc tơ $\vec{f}(t)$ có dạng:

$$\vec{f} = [f_1, \dots, f_n, f_{n+1}, \dots, f_{n+N}]^T$$

với $f_s = 0$, $(s = \overline{1,n})$, $f_{n+i} = g + \dfrac{G_i}{m_i}\sin(\Omega_i t + \alpha_i)$, $(i = \overline{1,N})$.

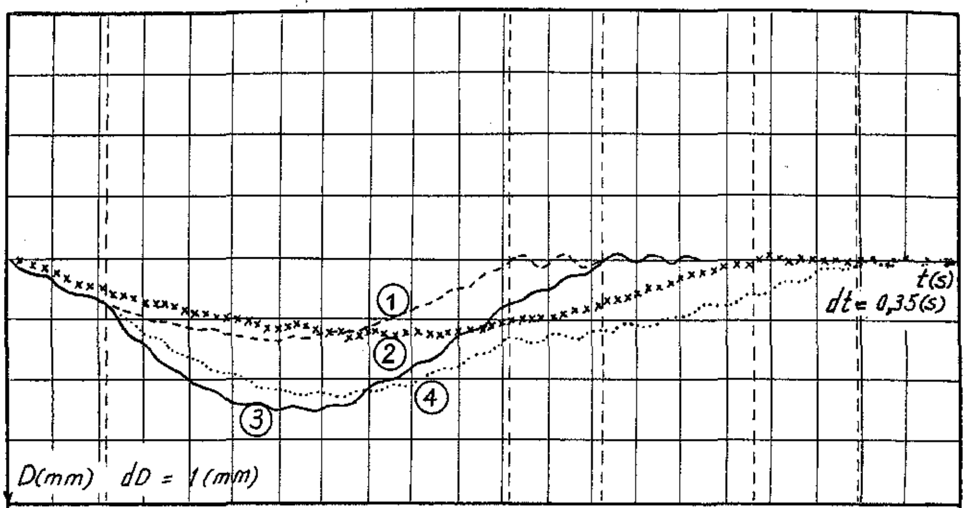
Trên cơ sở thuật toán trình bày ở trên, một hệ chương trình tính toán dao động uốn của dầm dưới tác dụng của nhiều vật thể di động đã được xây dựng. Trên hình 3 cho ta kết quả tính toán độ võng động lực tại mặt cắt giữa dầm khi có một xe và khi có đồng thời hai xe qua dầm với các vận tốc khác nhau. Trên hình 4 là kết quả tính toán ứng suất động lực tại mặt cắt giữa dầm.

SỐ LIỆU ĐẦU VÀO

$L = 32{,}400$ m
$\mu = 2532{,}00$ kg/m
$M_{ku} = 0{,}6223$ m^3
$EI = 13\ 410\ 508\ 000$ Nm^2
$m_1 = m_2 = 2543$ kg

$k_1 = k_2 = 3\ 500\ 000$ N/m
$d_1 = d_2 = 420\ 000$ Ns/m
$G_1 = G_2 = 0$ N
$\Omega_1 = \Omega_2 = 0$ rad/s
$g = 9{,}810$ m/s^2

$\alpha = 0$
$\beta = 0$
btg = 1000
$\tau_1 = 0.777$ (s)



① - - - • Một xe qua dầm vận tốc $v = 30$ km/h

② xxxxx • Một xe qua dầm vận tốc $v = 20$ km/h

③ ——— • Hai xe qua dầm vận tốc $v_1 = v_2 = 30$ km/h

④ .... • Hai xe qua dầm vận tốc $v_1 = 30$ km/h, $v_2 = 20$ km/h

Yếu tố khảo sát	Đơn vị	Trường hợp			
		1	2	3	4
Mặt cắt	m	16,200	16,200	16,200	16,200
D max	mm	1,363	1,346	2,534	2,244
Thời điểm	bước	511	493	377	366

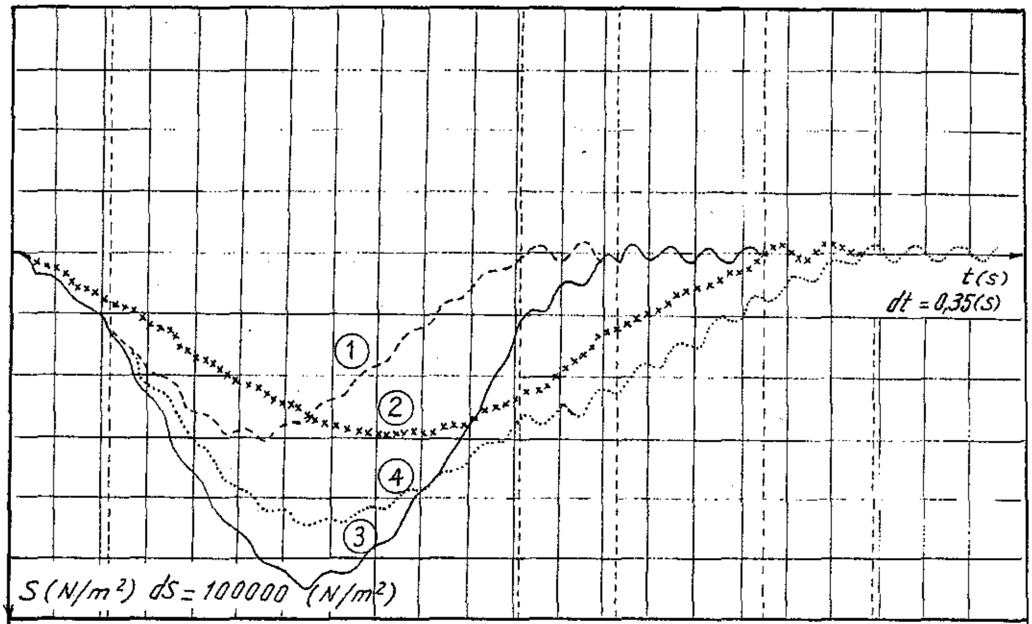
Hình 3. Độ võng động lực tại mặt cắt giữa dầm $x = 16,200$ m

SỐ LIỆU ĐẦU VÀO

$L = 32,400$ m
$\mu = 2532,00$ kg/m
$M_{ku} = 0,6223$ m^3
$EI = 13\ 410\ 508\ 000$ Nm^2
$m_1 = m_2 = 2543$ kg

$k_1 = k_2 = 3\ 500\ 000$ N/m
$d_1 = d_2 = 420\ 000$ Ns/m
$G_1 = G_2 = 0$ N
$\Omega_1 = \Omega_2 = 0$ rad/s
$g = 9,810$ m/s^2

$\alpha = 0$
$\beta = 0$
btg = 1000
$\tau_2 = 0.777$ (s)



① – – – • Một xe qua dầm vận tốc $v = 30$ km/h

② ×××××× • Một xe qua dầm vận tốc $v = 20$ km/h

③ ——— • Hai xe qua dầm vận tốc $v_1 = v_2 = 30$ km/h

④ ······ • Hai xe qua dầm vận tốc $v_1 = 30$ km/h, $v_2 = 20$ km/h

Yếu tố khảo sát	Đơn vị	Trường hợp			
		1	2	3	4
Mặt cắt	m	16,200	16,200	16,200	16,200
S max	N/m^2	30 2053,79	298 662,06	543 591,37	453 267,37
Thời điểm	bước	511	493	377	366

Hình 4. Kết quả tính toán ứng suất động lực tại mặt cắt 16,200 m

Kết luận

Trong bài báo này sử dụng phương pháp các cấu trúc con đã thiết lập hệ phương trình dao động của dầm dưới tác dụng của nhiều vật thể di động. Áp dụng phương pháp Ritz suy rộng đã đưa hệ phương trình hỗn hợp đạo hàm riêng và vi phân thường về hệ phương trình vi phân thường.

Các tính toán bằng số cho thấy độ võng của dầm khi có nhiều vật thể di chuyển trên nó lớn hơn nhiều so với độ võng của dầm khi chỉ có một vật thể di chuyển.

Các kết quả nghiên cứu thu được là cơ sở cho việc tính toán động lực học cầu dầm được xây dựng khá nhiều ở Việt Nam.

Công trình này được hoàn thành với sự trợ giúp kinh phí của Chương trình nghiên cứu khoa học cơ bản.

Địa chỉ:

Trường Đại học Bách khoa HN

Nhận ngày 17/9/1997

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyen Van Khang. Anwendung der Substrukturtechnik bei der dynamischen Analyse ebener Mechanismen mit elastischen Gliedern. ZAMM 75 (1995), Supplement 1, S. 119-120.
2. Nguyễn Văn Khang, Vũ Văn Khiêm, Đỗ Xuân Thọ. Về áp dụng phương pháp các cấu trúc con trong động lực học hệ nhiều vật hỗn hợp. Tuyển tập công trình khoa học ĐHBKHN, phân ban Cơ khí kỹ thuật cơ sở, tr. 19-25, Hà Nội 1996.
3. Đỗ Xuân Thọ. Tính toán dao động uốn của dầm liên tục chịu tác dụng của vật thể di động. Luận án PTS KHKT, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, 1996.
4. Nguyễn Văn Khang, Hoàng Hà. Xác định các tham số của mô hình dao động uốn cho một số dạng cầu dầm trên đường ô tô. Tạp chí Khoa học và Công nghệ, Trung tâm Khoa học và Công nghệ Quốc gia, 1998.
5. Popp K., Schiehlen W. Fahrzeugdynamik. B. G. Teubner, Stuttgart 1993.
6. Филиппов А. П., Кохманюк С. С., Воробыв Ю. С. Воздйствие динамических нагрузок на элементы конструкций. Изд. Наукова Думка, Киев 1974.

SUMMARY

ON THE TRANSVERSE VIBRATION OF BEAM UNDER THE ACTION OF SOME MOVING BODY

In this work the structure method is applied for establishing the vibration equations of beam under the action of some moving body. An algorithm is build to solve the vibration equations of the considerable system. From this algorithm a computer program is set up with TURBO PASCAL 6.0 language.