Tạp chí Cơ học Journal of Mechanics, NCNST of Vietnam T. XIX, 1997, No 3 (45 – 51)

XÁC ĐỊNH CÁC THAM SỐ MÔ HÌNH HỆ CỌC-NỀN ĐẤT BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỬ NGHIỆM ĐỘNG

NGUYỄN TIẾN KHIÊM

Trong xây dựng các công trình cao tầng, trên thế giới và ngay cả ở Việt Nam đang được sử dụng rộng rãi hệ thống móng cọc, đặc biệt là ở khu vực nền đất yếu không ổn định. Sau khi cọc đã được lắp đặt nhiều vấn đề thử nghiệm được đặt ra một cách bắt buộc như đánh giá khả năng chịu lực, kiểm tra chất lượng cọc, xác định các tham số của nền v.v... Trong một số trường hợp cần phải xác định chiều dài thực của cọc. Tất cả những vấn đề này đều có thể đưa về bài toán chẩn đoán kỹ thuật. Ở đây chúng ta tạm thời chia một cách tương đối các vấn đề thành ba nhóm chính:

1. Xác định các tham số mô hình của hệ cọc + nền (chiều dài cọc, hệ số đàn hồi nền, đất,...)
2. Đánh giá khả năng chịu lực và những đặc tính cơ học khác của cọc
3. Chẩn đoán hư hỏng, sự cố trong quá trình thi công.

Rõ ràng là để giải quyết các vấn đề này không có con đường nào khác ngoài phương pháp thí nghiệm một + một (trên mô hình thực). Từ trước tới nay, ở nước ta phổ biến dùng phương pháp thử tĩnh. Mặc dù việc tính toán trong phương pháp này đơn giản nhưng lại vô cùng tốn kém về kinh tế. Hơn nữa phương pháp thử tĩnh cũng chỉ cho được rất ít thông tin và với độ chính xác thấp. Trên thế giới phương pháp thử nghiệm động đã và đang được ứng dụng rộng rãi. Ưu điểm của nó là: - Việc thử nghiệm đơn giản, rẻ tiền, - Sử dụng triệt để các thiết bị hiện đại về đo đạc, - Độ chính xác cao hơn, - Cho phép đánh giá được nhiều tham số hơn.

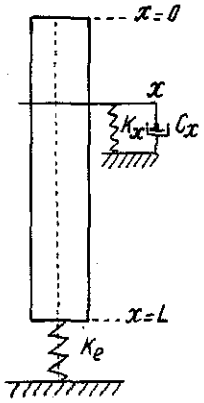
Bài báo này nhằm xây dựng thuật toán và chương trình máy tính để giải quyết các vấn đề thuộc nhóm thứ nhất nêu trên. Mục đích là sử dụng các thiết bị đo đạc phổ cập hiện nay có thể xác định được các tham số của hệ cọc + nền, mà các kỹ sư xây dựng có thể áp dụng một cách dễ dàng. Những kết quả nghiên cứu và áp dụng phương pháp được trình bày ở đây cũng nhằm khuyến cáo với các nhà xây dựng nên áp dụng phương pháp thử nghiệm động thay vì cho phương pháp tĩnh cổ điển. Các bài toán thuộc nhóm thứ hai và thứ ba sẽ được tiếp tục trình bày trong các bài báo tiếp theo. Nội dung của bài báo gồm những phần: Mô hình cơ học hệ cọc + nền; Cơ sở cho việc đo đạc các đặc trưng động học của hệ; Xác định chiều dài cọc và các hệ số đàn hồi và cản của nền.

1. Mô hình cơ học của hệ cọc + nền

Giả thiết hệ cọc + nền là đàn hồi tuyến tính. Cọc có chiều dài L, tiết diện F, mô đun đàn hồi E, mật độ khối ρ, hệ số đàn hồi của đất ở mũi cọc K_e; hệ số đàn hồi và hệ số cản nhớt của đất xung quanh cọc là K_x và C_x. Mô hình của hệ được mô tả như trong hình 1.

Giả sử ở đầu cọc tác dụng một lực dọc trục là $P(t)$. Nếu ký hiệu $W(x,t)$ là chuyển vị dọc trục của cọc tại mặt cắt x và thời điểm t, phương trình dao động của hệ có dạng:

$$\rho F\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + C_x\frac{\partial W}{\partial t} + K_x W - EF\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = P(t)\delta(x) \qquad (1.1)$$



Hình 1

($\delta(x)$ là hàm Delta-Dirac), với các điều kiện biên:

$$EF\frac{\partial W}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0; \quad \left(EF\frac{\partial W}{\partial x} + K_e W\right)\Big|_{x=L} = 0. \tag{1.2}$$

Mô hình toán học (1.1), (1.2) của hệ cọc + nền có thể sử dụng để giải nhiều bài toán khác nhau. Dưới đây ta sẽ áp dụng chúng để thiết lập cơ sở cho việc đo đạc thử nghiệm động và tính toán các tham số mô hình của hệ.

2. Các đặc trưng động lực học của hệ cọc + nền

2.1. Tần số, dạng dao động riêng của hệ

Phương trình dao động riêng của hệ có dạng

$$\rho F\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + K_x W - EF\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \tag{2.1}$$

với điều kiện biên (1.2).

Đưa vào các ký hiệu $k_x = \dfrac{K_x}{EF}$ - hệ số đàn hồi tương đối của nền so với độ cứng cọc, $a_0 = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$ - vận tốc truyền sóng đàn hồi trong cọc, $k_e = \dfrac{K_e}{EF}$ - hệ số đàn hồi tương đối của đất ở mũi cọc so với độ cứng của cọc.

Giả thiết: $W(x,t) = \phi(x)\exp\{i\omega t\}$; ω - tần số và $\phi(x)$ - dạng dao động riêng; ta có thể đưa phương trình (2.1) cùng điều kiện biên (1.2) về dạng

$$\phi''(x) + \lambda^2\phi(x) = 0; \quad \lambda^2 = \frac{\omega^2}{a_0^2} - k_x; \quad \phi'(0) = 0; \quad \phi'(L) + k_e\phi(L) = 0. \tag{2.2}$$

Giải bài toán biên (2.2) ta được $\phi_n(x) = A_n\cos\lambda_n x$ với λ_n là nghiệm của phương trình tần số

$$\lambda \mathrm{tg}\lambda L = k_e. \tag{2.3}$$

A_n là hằng số tùy ý, có thể chọn để chuẩn hóa hàm $\phi_n(x)$, ví dụ chọn A_n để

$$\int_0^L \phi_n^2(x)dx = 1 \quad \text{khi đó} \quad A_n = 2\sqrt{\frac{\lambda_n}{2\lambda_n L + \sin 2\lambda_n L}}.$$

Dễ dàng chứng minh được rằng hàm $\phi_n(x)$ như vậy có tính chất trực giao

$$\int_0^L \phi_n(x)\phi_m(x)dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases}$$

Tóm lại, để tìm tần số và dạng riêng ta chỉ cần giải phương trình tần số (2.3). Trong trường hợp đặc biệt, khi $k_e = \infty$ ứng với nền cứng tuyệt đối ở mũi cọc, phương trình tần số (2.3) cho ta nghiệm:

$$\lambda_n^\infty = \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{L}; \quad n = 1,2,3,... \tag{2.4}$$

Nếu $k_e = 0$ tức mũi cọc tự do thì phương trình này cho ta

$$\lambda_n^0 = \frac{n\pi}{L}; n = 0,1,2,3,... \tag{2.5}$$

Dễ dàng nhận thấy nghiệm của phương trình (2.3) trong trường hợp tổng quát nằm giữa các trường hợp tới hạn nêu trên, Tức

$$(n-1)\frac{\pi}{L} < \lambda_n < \left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{L}\,. \tag{2.6}$$

2.2. Đặc trưng phổ của cọc + nền

Trong thực tế thử nghiệm động, búa lực được dùng phổ biến cùng với máy đo dao động nhiều kênh. Lợi thế nổi bật của việc dùng búa lực là phản ứng đo được sẽ không phụ thuộc vào cường độ lực ngoài tác dụng. Chính vì lẽ đó số liệu đo được cho phép ta dễ dàng xác định được các đặc trưng động lực học như tần số riêng, dạng riêng, hệ số cản của hệ. Ở đây ta sẽ xem xét cơ sở của việc đo đạc các đặc trưng động lực học dùng thiết bị đo dao động có bộ phân tích phổ và búa lực.

Nếu $P(t) = P_0\delta(t)$, P_0 là cường độ của lực xung (phụ thuộc vào trọng lượng và tốc độ của búa). Khi đó phương trình tổng quát (1.1) có thể viết lại ở dạng

$$\rho F\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + C_x\frac{\partial W}{\partial t} + K_x W - EF\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = P_0\delta(t)\delta(x). \tag{2.7}$$

Nghiệm của phương trình này thỏa mãn điều kiện biên (1.2) có thể tìm được ở dạng

$$W(x,t) = \sum_n \phi_n(x)\xi_n(t), \tag{2.8}$$

khi đó, không có gì khó khăn, có thể nhận được phương trình tách biến cho $\xi_n(t)$

$$\ddot{\xi}_n(t) + 2h_n\omega_n\dot{\xi}_n(t) + \omega_n^2\xi_n(t) = \frac{A_n}{\rho F}P_0\delta(t) \tag{2.9}$$

với $h_n = \dfrac{C_x}{2\rho F\omega_n}$, $\omega_n = a_0\sqrt{\lambda_n^2 + k_x}$ là tần số riêng . Biến đổi Fourier hai vế phương trình (2.9) ta được

$$\xi_n(\omega) = \frac{\overline{A}_n P_0}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2ih_n\omega_n\omega}\,,$$

trong đó

$$\overline{A}_n = \frac{A_n}{\rho F}\,, \quad \xi_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}\xi_n(t)e^{i\omega t}dt.$$

Tương tự biến đổi Fourier hai vế đẳng thức (2.8) theo t, ta được

$$M(x,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}W(x,t)e^{i\omega t}dt = P_0\sum_n\frac{\overline{A}_n\phi_n(x)}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2ih_n\omega_n\omega}\,.$$

Từ đây có thể nhận được các đặc trưng phổ của hệ cọc + nền. Hàm số $H(x,\omega) = M(x,\omega)/P_0$ gọi là hàm truyền của hệ tại mặt cắt x. Ý nghĩa vật lý của hàm truyền chính là tỷ số giữa biên độ dao động tại mặt cắt x và cường độ lực tác dụng tại đầu cọc, $H(x,\omega)$ là một hàm phức của hai biến thực x và ω và có dạng

$$H(x,\omega) = \sum_n\frac{\overline{A}_n\phi_n(x)}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2ih_n\omega_n\omega}\,. \tag{2.10}$$

Do đó

$$\mathrm{Re}\,H(x,\omega) = \sum_n H_n(\omega)\overline{A}_n\phi_n(x)(\omega_n^2 - \omega^2); \quad \mathrm{Im}\,H(x,\omega) = \sum_n H_n(\omega)\overline{A}_n\phi_n(x)2h_n\omega_n\omega$$

là phần thực và phần ảo của $H(x,\omega)$ với $H_n(\omega) = \left[\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4h_n^2\omega_n^2\omega^2\right]^{-1}$. Cuối cùng ta được các đặc trưng phổ tần số biên độ và đặc trưng pha của hệ cọc + nền

$$AFC(x,\omega) = \left|H(x,\omega)\right|^2 =$$

$$\sum_{n,m} \overline{A}_n\overline{A}_m\phi_n(x)\phi_m(x)H_n(\omega)H_m(\omega)\left[(\omega_n^2 - \omega^2)(\omega_m^2 - \omega^2) + 4h_nh_m\omega_n\omega_m\omega^2\right]$$

$$PEC(x,\omega) = -\text{arctg}\frac{2\sum H_n(\omega)\overline{A}_n\phi_n(x)h_n\omega_n\omega}{\sum H_n(\omega)\overline{A}_n\phi_n(x)(\omega_n^2 - \omega^2)}. \tag{2.11}$$

Trong thực tế các thiết bị đo dao động hiện đại có bộ xử lý phổ FFT luôn cung cấp cho ta biểu đồ của các đặc trưng phổ (2.11) trên miền tần số ω. Giá trị của x tương ứng với giá trị đặt điểm đo. Thông thường, đối với cọc ta chỉ có thể đo được ở đầu cọc tức $x = 0$. Khi đó trong biểu thức (2.11) các hàm $\phi_n(x)$ được thay bằng hằng số A_n. Các đặc trưng phổ này cho phép ta tính toán xác định tần số riêng ω_n, hệ số cản h_n từ số liệu đo. Việc tính toán này đã được trình bày trong bài báo trước [1] của tác giả, vì vậy ở đây sẽ không nhắc lại. Như vậy chúng ta có phương pháp và thiết bị để xác định được tần số riêng ω_n và hệ số cản h_n. Giả sử chúng là ω_n^*, h_n^*, $n = 1, 2, \ldots, M$. Từ số liệu này ta sẽ xác định các tham số mô hình cọc + nền.

3. Xác định hệ số nền và chiều dài cọc từ tần số riêng và hệ số cản

Bài toán đặt ra là: Từ các số liệu nhận được qua việc đo đạc thực nghiệm ω_n^*, h_n^*, $n = 1, 2, \ldots, M$ xác định các tham số mô hình của hệ. Tổng số các tham số mô hình bao gồm: E, F, ρ, K_x, K_e, C_x. Nhưng trong thực tế không thể xác định được hết các tham số này và cũng không cần thiết. Ở đây quan tâm đến việc xác định các tham số L, K_x, K_e, C_x. Còn các tham số E, F, ρ, sẽ được xem xét trong các bài toán chẩn đoán khuyết tật. Vì vậy ta giả thiết là chúng đã biết. Cụ thể là giả sử hai trong ba hằng số: $e_0 = EF$; $a_0 = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$; $m_0 = \rho F$ đã biết. Hằng số thứ ba sẽ được tính từ hai hằng số đã biết vì: $a_0^2 = e_0/m_0$. Ta coi ở đây a_0 và m_0 đã biết. Để tìm các tham số L, K_x, K_e, C_x ta có các quan hệ:

$$K_x = e_0k_x; \quad K_e = e_0k_e; \quad C_x = 2m_0\omega_nh_n; \quad \omega_n = a_0\sqrt{\lambda_n^2 + k_x}$$

và phương trình tần số đối với λ_n là:

$$\lambda_n\text{tg}\lambda_nL = k_e; \quad n = 1, 2, \ldots.$$

Về nguyên tắc, hệ số cản nhớt của đất C_x có thể tính ngay được từ kết quả đo:

$$C_x = 2m_0\omega_n^*h_n^*; \quad n = 1, \ldots, M.$$

Hiển nhiên là trong trường hợp này phải thỏa mãn điều kiện

$$\omega_n^*h_n^* = \omega_m^*h_m^*, \quad n, m = 1, \ldots, M.$$

Đây chính là điều kiện ràng buộc lên số liệu đo và độ chính xác của mô hình. Vì trong đo đạc và mô hình hóa bao giờ cũng có sai số, nên điều kiện ràng buộc chỉ có thể thỏa mãn một cách gần đúng, tức:

$$\sum_{n=1}^{M}\left(\frac{C_x}{2m_0} - \omega_n^*h_n^*\right)^2 \to \min.$$

Từ đây ta có thể tính được gần đúng:

$$C_x = \frac{2m_0}{M}\sum_{n=1}^{M}\omega_n^* h_n^*. \tag{3.1}$$

Độ chính xác của (3.1) được kiểm tra bằng điều kiện

$$\sum_{n=1}^{M}\omega_n^{*2}h_n^{*2} - \frac{1}{M}\Big(\sum_{n=1}^{M}\omega_n^* h_n^*\Big)^2 = 0. \tag{3.2}$$

Như vậy hệ số cản nhớt của đất có thể xác định được từ số liệu đo được về tần số riêng và hệ số cản kết cấu. Số lượng tần số và hệ số cản đo được không ảnh hưởng đến quy trình tính toán. Còn lại ba tham số cần tìm là L, K_x, K_e. Ở đây ta có các quan hệ: $\omega_n = a_0\sqrt{\lambda_n^2 + k_x}$ và $\lambda_n \mathrm{tg}\,\lambda_n L = k_e$, $n = 1, \ldots, M$ có sự tham gia của ba tham số cần tìm. Về nguyên tắc ta phải đo được ba tần số tức là $M = 3$. Thực vậy, dưới đây sẽ đưa ra một quy trình đơn giản để tìm ba tham số L, k_x, k_e nếu biết ω_1^*, ω_2^*, ω_3^* và a_0.

Đưa vào các ký hiệu: $\beta = \lambda L$, $x = k_e L$, $y = L^2/a_0^2$; $z = L^2 k_x$ khi đó phương trình tần số có dạng: $\beta \mathrm{tg}\beta = x$. Phương trình này có thể giải được một cách tổng quát trên máy tính, kết quả cho ta số lượng tùy ý các nghiệm là hàm của x. Trên hình 2 cho ta đồ thị của 5 nghiệm đầu tiên phụ thuộc vào x. Trong trường hợp này ta cần ba nghiệm, tức ba hàm: $\beta_1(x)$, $\beta_2(x)$, $\beta_3(x)$. Sử dụng các nghiệm này cùng với các ký hiệu x, y, z đã đưa vào ta có ba phương trình

$$\beta_n^2(x) - \omega_n^{*2} y + z = 0, \quad n = 1, 2, 3 \tag{3.3}$$

để xác định x, y, z. Thật vậy, từ hai phương trình đầu ta có thể biểu diễn y, z qua x:

$$y = \frac{\beta_2^2(x) - \beta_1^2(x)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}}\,; \quad z = \frac{\omega_1^{*2}\beta_2^2(x) - \omega_2^{*2}\beta_1^2(x)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}}\,. \tag{3.4}$$

Thay (3.4) vào phương trình thứ ba còn lại trong (3.3) ta được

$$f(x) \equiv \big(\omega_1^{*2} - \omega_2^{*2}\big)\beta_3^2(x) + \big(\omega_2^{*2} - \omega_3^{*2}\big)\beta_1^2(x) + \Big(\omega_3^{*2} - \omega_1^{*2}\Big)\beta_2^2(x) = 0. \tag{3.5}$$

Đây chính là phương trình để xác định x. Phương trình này dễ dàng giải được cùng phương trình tần số: $\beta \mathrm{tg}\beta = x$. Giả sử nghiệm của phương trình đó là x_*, khi đó y_* và z_* sẽ được tính theo (3.4) với $x = x_*$. Khi biết x_*, y_* và z_* không có gì khó khăn ta có ngay:

$$L = a_0\sqrt{y_*}; \quad k_e = \frac{x_*}{a_0\sqrt{y^*}}; \quad k_x = \frac{z_*}{a_0^2 y_*} \tag{3.6}$$

và do đó

$$L_* = a_0\sqrt{y_*}; \quad K_e^* = \frac{m_0 a_0 x_*}{\sqrt{y_*}}\,, \quad K_x^* = \frac{m_0 z_*}{y_*}\,. \tag{3.7}$$

Cùng với (3.1), (3.7) cho ta lời giải của bài toán đặt ra ban đầu. Cần phải nhấn mạnh ở đây rằng, việc đặt ra tìm chỉ các tham số L, K_x, K_e, C_x không phải là ngẫu nhiên. Thực chất mô hình này, sử dụng chỉ tần số đo và hệ số cản kết cấu đo được, ta chỉ có thể xác định được các tham số đó mà thôi. Muốn tìm thêm các tham số khác, ví dụ a_0, m_0, e_0 ta phải sử dụng thêm các số đo về dạng riêng. Công việc này thuộc lĩnh vực thứ ba sẽ được nghiên cứu tiếp.

4. Ví dụ minh họa

Thuật toán trên đã được lập thành một Chương trình máy tính thử nghiệm cọc.

Số liệu vào của chương trình bao gồm:

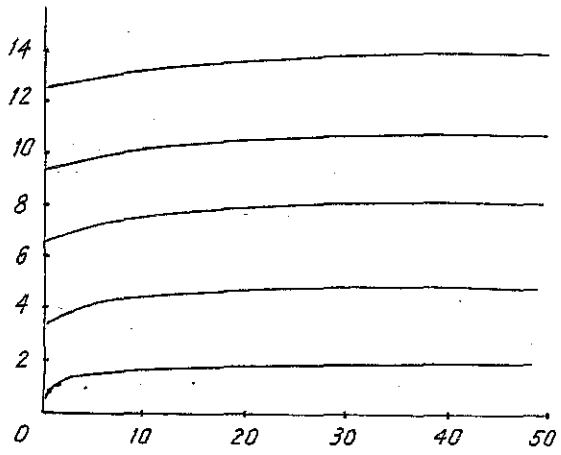
Vận tốc truyền sóng trong cọc $a_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; Khối lượng của một mét dài cọc $m_0 = \rho F$; Ba tần số riêng liên tục ω_1^*, ω_2^*, ω_3^* và tương ứng với ba hệ số cản h_1^*, h_2^*, h_3^*.

Số liệu ra gồm:

Chiều dài cọc L_*, hệ số đàn hồi của đất ở mũi cọc K_e^*, hệ số đàn hồi của đất xung quanh cọc K_x^* và hệ số cản nhớt của đất xung quanh C_x.

Chương trình được thử nghiệm cho trường hợp $a_0 = 3500 m/s$; $M_0 = 24 kg/m$ với ba phương án chính:

1) L thay đổi, K_e, K_x giữ nguyên;
2) K_e thay đổi, L, K_x giữ nguyên;
3) K_x thay đổi, L, K_e giữ nguyên.



Hình 2

Kết quả chẩn đoán cho trong bảng 1. Các giá trị cho trước của L, K_e nằm trong ba cột đầu, ba cột sau là kết quả chẩn đoán của chúng. Kết quả này cho thấy độ chính xác rất cao của thuật toán và phương pháp.

Bảng 1

	Giá trị cho trước			Kết quả chẩn đoán		
	L (m)	K_e $(\times 10^7 N/m)$	K_x $(\times 10^6 N/m^2)$	L_* (m)	K_e^* $(\times 10^7 N/m)$	K_x^* $(\times 10^6 N/m^2)$
			Phương án 1			
1	10	2.94	2.94	9.99997	2.94955	2.94022
2	20	2.94	2.94	20.0002	2.94021	2.94002
3	30	2.94	2.94	29.9999	2.94010	2.94002
4	40	2.94	2.94	40.0006	2.94067	2.93999
5	50	2.94	2.94	50.0006	2.94070	2.93998
			Phương án 2			
1	20	1.47	2.94	19.99992	1.46975	2.94006
2	20	2.94	2.94	20.00017	2.94024	2.94002
3	20	4.41	2.94	19.99990	4.41001	2.94005
4	20	5.88	2.94	20.00030	5.88132	2.93995
5	20	7.35	2.94	20.00029	7.35182	2.93986
			Phương án 3			
1	20	1.47	2.94	19.99994	1.46977	2.94006
2	20	1.47	5.88	19.99904	1.46976	5.88006
3	20	1.47	8.82	19.99990	1.46976	8.82006
4	20	1.47	11.76	19.99990	1.46978	11.76006
5	20	1.47	14.70	19.99990	1.46977	14.70005

5. Kết luận

Kết quả chính của bài báo này là:

• Đưa ra một mô hình tương đối đầy đủ để mô tả hệ cọc + nền sát với thực tế hơn các mô hình đang sử dụng hiện nay.

• Xây dựng được các đặc trưng phổ của hệ cọc + nền làm cơ sở để đo đạc phân tích số liệu đo bằng máy rung động có bộ xử lý phổ.

• Đưa ra thuật toán đơn giản và đã được chương trình hóa để xác định chiều dài cọc, hệ số đàn hồi của đất ở mũi cọc và xung quanh cọc, hệ số cản nhớt của đất xung quanh. Việc phân biệt hai hệ số đàn hồi của đất để tính đến cả trường hợp cọc đứng trên một lớp đất cứng khác với đất xung quanh ví dụ như đá, sỏi,...

• Kết quả thử nghiệm toán học cho thấy độ chính xác của thuật toán, chương trình rất cao.

• Vì chương trình cơ bản phải giải là phương trình (3.5) phụ thuộc vào hiệu bình phương các tần số đo, vì vậy sai số trong đo đạc nói chung là đã được giảm đi tối đa. Độ chính xác này ổn định với sai số đo đạc.

Việc tính toán và lập chương trình do Thạc sĩ Đào Như Mai và Kỹ sư Nguyễn Việt Khoa thực hiện.

Công trình này được hoàn thành dưới sự tài trợ của Chương trình nghiên cứu cơ bản nhà nước về khoa học tự nhiên.

Địa chỉ:
Viện Cơ học

Nhận ngày 20/8/1997

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Tiến Khiêm, Đào Như Mai, Nguyễn Văn Đắc, Nguyễn Việt Khoa. Xác định các đặc trưng động lực học của hệ vô số bậc tự do từ số liệu đo đạc dao động. Tạp chí Cơ học, số 1, 1995, trang 35-44.
2. Nguyễn Tiến Khiêm. Một số bài toán về vấn đề đồng nhất hóa dầm đàn hồi bằng các đặc trưng động lực học. Tạp chí Cơ học, số 3. 1995, trang 20-26.
3. Daniel J. Inman. Engineering Vibration. Printice-hall. Inc, New Jersey, 1996, 560p.

SUMMARY

PARAMETER IDENTIFICATION OF SOIL-PILE SYSTEM BY THE DYNAMIC TESTING METHOD

This paper deals with a problem to determinate parameters of soil and pile by measurements of natural frequencies and damping ratios of the system. There was suggested a model of soil-pile system, which includes more unknown parameters of soil to be determined. Here is given also mathematical base for extraction of modal parameters from measured spectral characteristics. The most important result obtained in this study is a procedure and program carried out to determinate the pile length (L), elastic coefficients of soil around pile and at the bottom end of pile and also the damping coefficient of soil. Numerical test by the program shows high accuracy and validates effectiveness of the procedure.