

VỀ VẬN TỐC TỐI HẠN CỦA Ô TÔ KHI QUA CẦU

Nguyễn Văn Khang*, Nguyễn Thị Vân Hương, Nguyễn Đức Phong

Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, Số 1, Đại Cồ Việt, Hà Nội

*Email: khang.nguyenvan2@hust.edu.vn

Đến Tòa soạn: 1/3/2015; Chấp nhận đăng: 3/2/2016

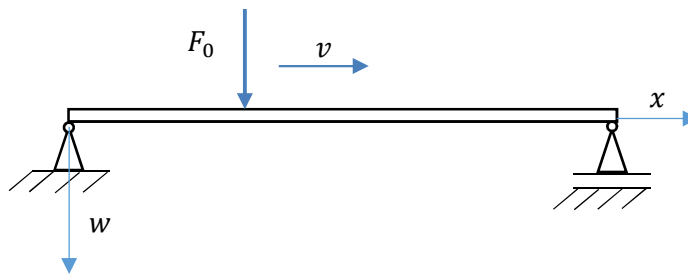
TÓM TẮT

Mô hình dao động của ô tô khi qua cầu được mô hình hóa bởi một hệ khối lượng – lò xo – giảm chấn di chuyển trên dầm đàn hồi. Bài báo trình bày một kết quả nghiên cứu mới về xác định vận tốc tới hạn của ô tô khi qua cầu. Vận tốc tới hạn của ô tô tính theo mô hình mới nhỏ hơn nhiều so với vận tốc tới hạn tính theo công thức cũ.

Từ khóa: dao động đàn hồi, mô hình hóa, vận tốc tới hạn của ô tô, mô phỏng số, dầm ứng suất trước.

1. MỞ ĐẦU

Trong các tài liệu về dao động kỹ thuật và về kỹ thuật cầu đường trước đây khi mô hình hóa dao động của ô tô qua cầu dầm người ta thường sử dụng mô hình một lực di chuyển trên dầm giản đơn có thiết diện không đổi (Hình 1).



Hình 1. Mô hình một lực di chuyển trên dầm.

Bằng tính toán giải tích người ta nhận được công thức xác định vận tốc tới hạn của ô tô [1 - 4]

$$v_{kth} = \frac{k\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

trong đó l là độ dài của dầm, EI là độ cứng chống uốn, μ là khối lượng một đơn vị dài của dầm. Khi tính đến ứng suất trước của dầm bê tông cốt thép công thức xác định vận tốc tới hạn bậc nhất của ô tô có dạng [7]

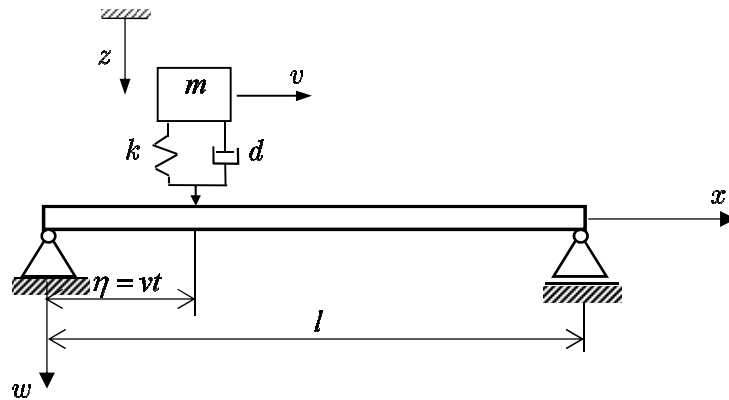
$$v_{th} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{l^2 \mu} + \varepsilon_0 \frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

trong đó E là môđun đàn hồi, EI là độ cứng chống uốn, l là chiều dài dầm, μ là khối lượng một đơn vị dài của dầm, ε_0 là biến dạng dài tỷ đối ban đầu, ρ là bán kính cong của lớp trung hòa của dầm. Việc sử dụng mô hình cơ học giản đơn, thay thế ô tô bằng một lực có độ lớn không đổi di chuyển trên dầm với vận tốc không đổi là quá thô. J. G. Panovko đã chỉ ra nhiều sai lầm khi sử dụng mô hình đơn giản trên [5 - 6].

Trong bài báo này ta thay ô tô bằng một hệ dao động như Hình 2. Ta thiết lập phương trình dao động cho mô hình cơ học này. Sau đó tính toán dao động uốn của cầu dầm bê tông dự ứng lực dưới tác dụng của vật thể di động. Trên cơ sở mô hình chính xác hơn ta rút ra biểu thức xác định vận tốc tới hạn của ô tô khi qua cầu và ảnh hưởng của ứng suất trước tới dao động của cầu.

2. DAO ĐỘNG UỐN CỦA DẦM CÓ ỨNG SUẤT TRƯỚC CHỊU TÁC DỤNG CỦA VẬT THỂ DI ĐỘNG

Trong đoạn này ta sẽ xét bài toán dao động uốn của dầm đơn giản có ứng suất trước, chịu tác dụng của vật thể di động (Hình 2).



Hình 2. Mô hình ô tô đi trên cầu.

Xét dầm đơn giản chiều dài l có ứng suất trước, chịu tác dụng của vật thể di động. Giả thiết khối lượng đơn vị dài của dầm $\mu = \rho A$, độ cứng chống uốn EI là những đại lượng không đổi trên toàn chiều dài của dầm. Trong đó ρ là mật độ khối lượng, A là diện tích mặt cắt ngang, E là môđun đàn hồi, I là mô men quán tính thiết diện của dầm. Ô tô chuyển động trên dầm xem là một vật rắn chuyển động tịnh tiến có khối lượng m đặt trên hệ lò xo - giảm chấn, độ cứng lò xo là k , hệ số giảm chấn là d , vật thể chuyển động trên dầm với vận tốc v không đổi. Giả thiết trong suốt quá trình chuyển động, vật thể không tách khỏi dầm. Chọn hệ tọa độ như Hình 2. Trục Ox trùng với trục của dầm khi dầm chưa bị uốn, trục Ow thẳng đứng hướng xuống dưới. Gọi z là tọa độ tuyệt đối của vật thể theo phương thẳng đứng. Gọi y là khoảng cách tương đối giữa vật thể và dầm, w_η là độ võng của dầm tại điểm vật thể tiếp xúc với dầm. Ta có hệ thức

$$z = y + w_\eta; \quad w_\eta = w(x, t) \Big|_{x=\eta=vt} \quad (3)$$

Để thuận tiện cho việc tính toán dao động tự do của dầm khi vật thể di động không có mặt

trên dầm, ta gắn vào vật thể di động một tín hiệu biểu diễn bằng hàm tín hiệu logic. Hàm tín hiệu logic được định nghĩa như sau

$$L(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } t_0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{khi } t < t_0, t > T \end{cases} \quad (4)$$

trong đó t_0 là thời điểm vật thể bắt đầu chuyển động trên dầm, T là thời điểm vật thể kết thúc chuyển động trên dầm.

Khi đó các phương trình mô tả dao động uốn của dầm có ứng suất trước chịu tác dụng của vật thể di động là một hệ hỗn hợp phương trình đạo hàm riêng và phương trình vi phân thường [7, 8]

$$EI \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + b^i \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + b^e \frac{\partial w}{\partial t} \right) - \varepsilon_0 EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = p(x, z, t) \quad (5)$$

$$L(t)(m\ddot{z} + d\dot{z} + kz) = L(t)(mg + d\dot{w}_\eta + kw_\eta) \quad (6)$$

trong đó

$$p(x, z, t) = L(t)(mg - m\ddot{z})\delta(x - vt) \quad (7)$$

Để giải các phương trình này ta cần biết thêm các điều kiện biên và các điều kiện đầu.

Các điều kiện biên trong bài toán này có dạng

$$x = 0: w(0, t) = 0, \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x^2} = 0, x = l: w(l, t) = 0, \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

Các điều kiện đầu

$$w(x, 0) = g_1(x), \dot{w}(x, 0) = \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = g_2(x), z(0) = z_0; \dot{z}(0) = \dot{z}_0 \quad (9)$$

Áp dụng phương pháp Ritz-Galerkin ta tìm nghiệm của các phương trình (5), (6) với các điều kiện biên (8) dưới dạng

$$w(x, t) = \sum_{r=1}^n q_r(t) \sin \frac{r\pi x}{l} \quad (10)$$

trong đó $\sin \frac{r\pi x}{l}$ là các hàm riêng của dầm hai đầu bản lề có ứng suất trước, còn $q_r(t)$ là các hàm cần tìm.

Thế các biểu thức (10) vào phương trình (5) và (6) và thực hiện một số biến đổi giải tích ta nhận được hệ phương trình vi phân dưới dạng ma trận như sau [7]

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}(t)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(t)\mathbf{q} + \mathbf{f}(t) \quad (11)$$

trong đó

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \\ z \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \\ \dot{z} \end{bmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \\ \ddot{z} \end{bmatrix}$$

Ma trận $\mathbf{B}(t)$ là ma trận vuông cấp $n+1$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \cdots & b_{1(n+1)}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & \cdots & b_{2(n+1)}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{(n+1)1}(t) & b_{(n+1)2}(t) & \cdots & b_{(n+1)(n+1)}(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

trong đó

$$b_{sr}(t) = -L(t) \frac{2d}{l\rho A} \sin \frac{s\pi vt}{l} \sin \frac{r\pi vt}{l} - \delta_r^s \left(\frac{EIb^i}{\rho A} \left(\frac{s\pi}{l} \right)^4 + b^e \right) \quad (r, s = 1, \dots, n)$$

$$b_{s(n+1)}(t) = L(t) \frac{2d}{l\rho A} \sin \frac{s\pi vt}{l} \quad (s=1, \dots, n)$$

$$b_{(n+1)r}(t) = L(t) \frac{d}{m} \sin \frac{r\pi vt}{l} \quad (r=1, \dots, n)$$

$$b_{(n+1)(n+1)}(t) = -L(t) \frac{d}{m}$$

Ma trận $\mathbf{C}(t)$ là ma trận vuông cấp $n+1$ và có dạng

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \cdots & c_{1(n+1)}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & \cdots & c_{2(n+1)}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{(n+1)1}(t) & c_{(n+1)2}(t) & \cdots & c_{(n+1)(n+1)}(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

trong đó

$$c_{sr}(t) = -\frac{2kL(t)}{l\rho A} \sin \frac{s\pi vt}{l} \sin \frac{r\pi vt}{l} - \delta_r^s \left(\frac{EI}{\rho A} \left(\frac{s\pi}{l} \right)^4 + \varepsilon_0 \frac{E}{\rho} \left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 \right), \quad r, s = 1, \dots, n$$

$$c_{s(n+1)}(t) = L(t) \frac{2k}{l\rho A} \sin \frac{s\pi vt}{l}, \quad s = 1, \dots, n$$

$$c_{(n+1)r}(t) = L(t) \frac{k}{m} \sin \frac{r\pi vt}{l}, \quad r = 1, \dots, n$$

$$c_{(n+1)(n+1)}(t) = -L(t) \frac{k}{m}$$

Vectơ $\mathbf{f}(t)$ có dạng

$$\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_{n+1}]^T \quad (14)$$

trong đó $f_s = 0, s = 1, \dots, n; f_{n+1} = g$,

Để giải hệ phương trình vi phân (11) ta cần phải biết các điều kiện đầu. Các điều kiện đầu này được suy ra từ (9)

$$q_i(0) = q_{i0}, \quad \dot{q}_i(0) = \dot{q}_{i0} \quad (i = 1, \dots, n), \quad q_{i+1}(0) = z_0, \quad \dot{q}_{i+1}(0) = \dot{z}_0 \quad (15)$$

Để tính toán dao động uốn của cầu dầm dưới tác dụng của thể thể di động chúng tôi đã xây dựng một chương trình tính VIBEAM 01 - BKHN dựa trên phần mềm đa năng MATLAB.

3. XÁC ĐỊNH VẬN TỐC TỐI HẠN CỦA Ô TÔ KHI QUA CẦU BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ

Sử dụng chương trình VIBEAM 01 – BKHN [7] tính toán dao động của hai loại cầu dầm bê tông dự ứng lực điển hình ở Việt Nam. Đó là các cầu Đông Hà dài 32,4 m và cầu Bùng dài 20,4 m.

3.1 Tính toán dao động uốn của cầu Đông Hà

Số liệu cầu Đông Hà:

$$\begin{aligned} l &= 32.4 \quad (m) & \rho &= 2.5 \times 10^3 \quad (kg / m^3) \\ \mu &= \rho A = 2352 (kg / m) & E &= 0.315 \times 10^{11} \quad (N / m^2) \\ EI &= 7656920000 (Nm^2) & b^e &= 0, \quad b^i = 0 \end{aligned}$$

Số liệu các ô tô: Trong bài báo này ta sẽ tính toán dao động uốn của cầu dưới tác dụng của 6 loại xe

ô tô khác nhau được đánh số như sau:

Xe số 1: xe ô tô MITSUBISHI PAJERO SPORT KG4WGNMZLVT5

$$M = 2100 \text{ (kg)}, \quad k = 85799 \text{ (N/m)}, \quad d = 5068 \text{ (Ns/m)}.$$

Xe số 2: xe ô tô MATIZ

$$M = 1024 \text{ (kg)}, \quad k = 46154 \text{ (N/m)}, \quad d = 2660 \text{ (Ns/m)}.$$

Xe số 3: xe ô tô HINO FG8JJSB

$$M = 9880 \text{ (kg)}, \quad k = 646160 \text{ (N/m)}, \quad d = 39596 \text{ (Ns/m)}.$$

Xe số 4: xe ô tô HINO XZU720L

$$M = 5872 \text{ (kg)}, \quad k = 451810 \text{ (N/m)}, \quad d = 22996 \text{ (Ns/m)}.$$

Xe số 5: xe ô tô HUYNDAI HD170

$$M = 13032 \text{ (kg)}, \quad k = 871210 \text{ (N/m)}, \quad d = 52692 \text{ (Ns/m)}.$$

Xe số 6: xe ô tô ZIL 130

$$M = 6120 \text{ (kg)}, \quad k = 463590 \text{ (N/m)}, \quad d = 22812 \text{ (Ns/m)}.$$

Các kết quả tính toán cho trên và Bảng 1 và Hình 3.

Bảng 1. Vận tốc tới hạn mới v_{th}^* / vận tốc tới hạn lí thuyết v_{th} của ô tô trên Cầu Đông Hà, khi $\varepsilon_0 = 0$.

Số thứ tự xe	v_{th}^* [km/h]	v_{th} [km/h]	$\eta = v_{th}^* / v_{th}$
1	174,5	629,82	0,28
2	185,5	629,82	0,30
3	207,3	629,82	0,33
4	218,2	629,82	0,35
5	218,2	629,82	0,35
6	218,2	629,82	0,35

3.2. Tính toán dao động uốn của cầu Bùng

Số liệu cầu Bùng:

$$l = 20.4 \quad (m) \quad \rho = 2.5 \times 10^3 \quad (kg / m^3)$$

$$\mu = \rho A = 2277 (kg / m) \quad E = 0.315 \times 10^{11} \quad (N / m^2)$$

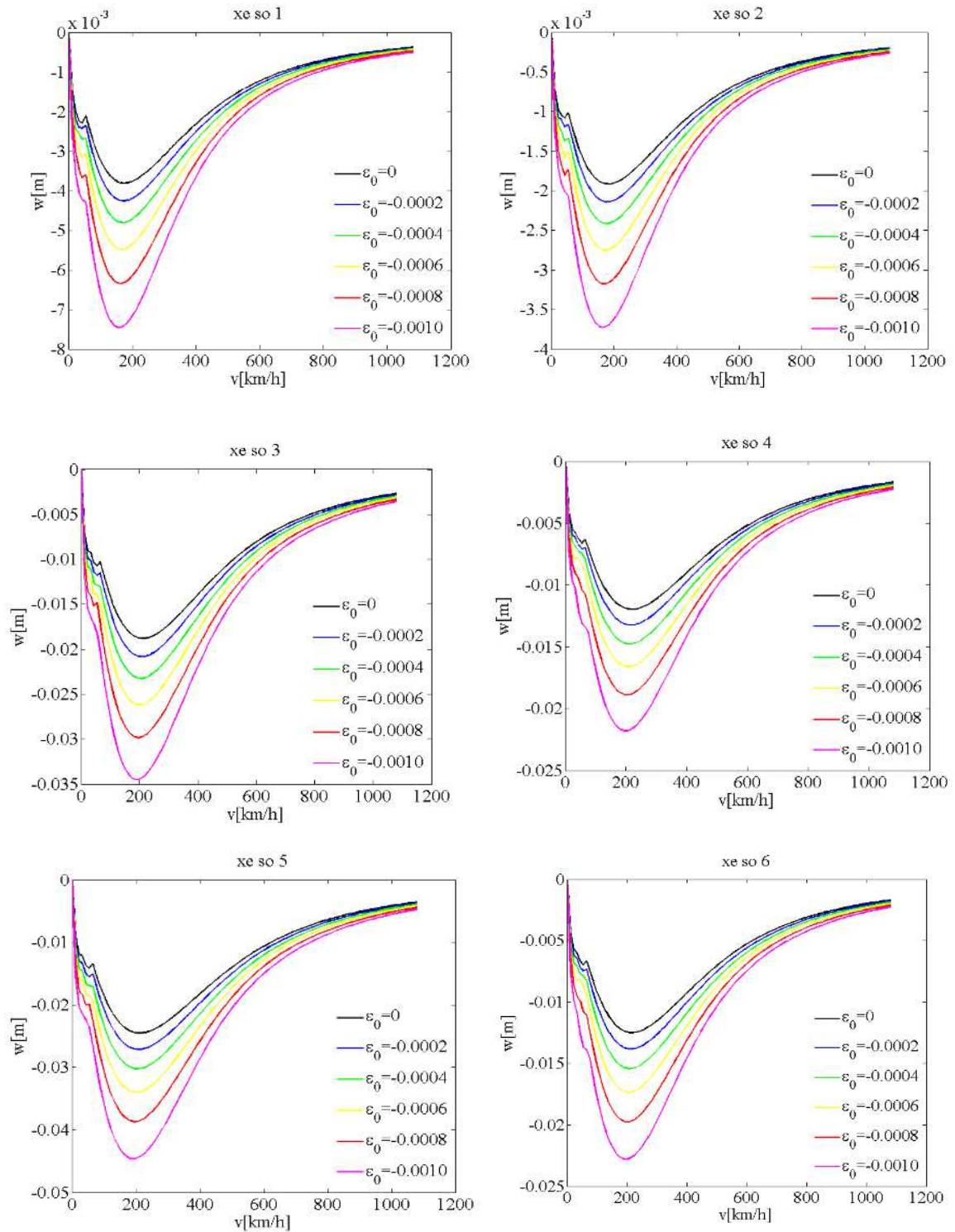
$$EI = 4157000800 (Nm^2) \quad b^e = 0, b^i = 0$$

Các kết quả tính toán trình bày trên Bảng 2 và Hình 4.

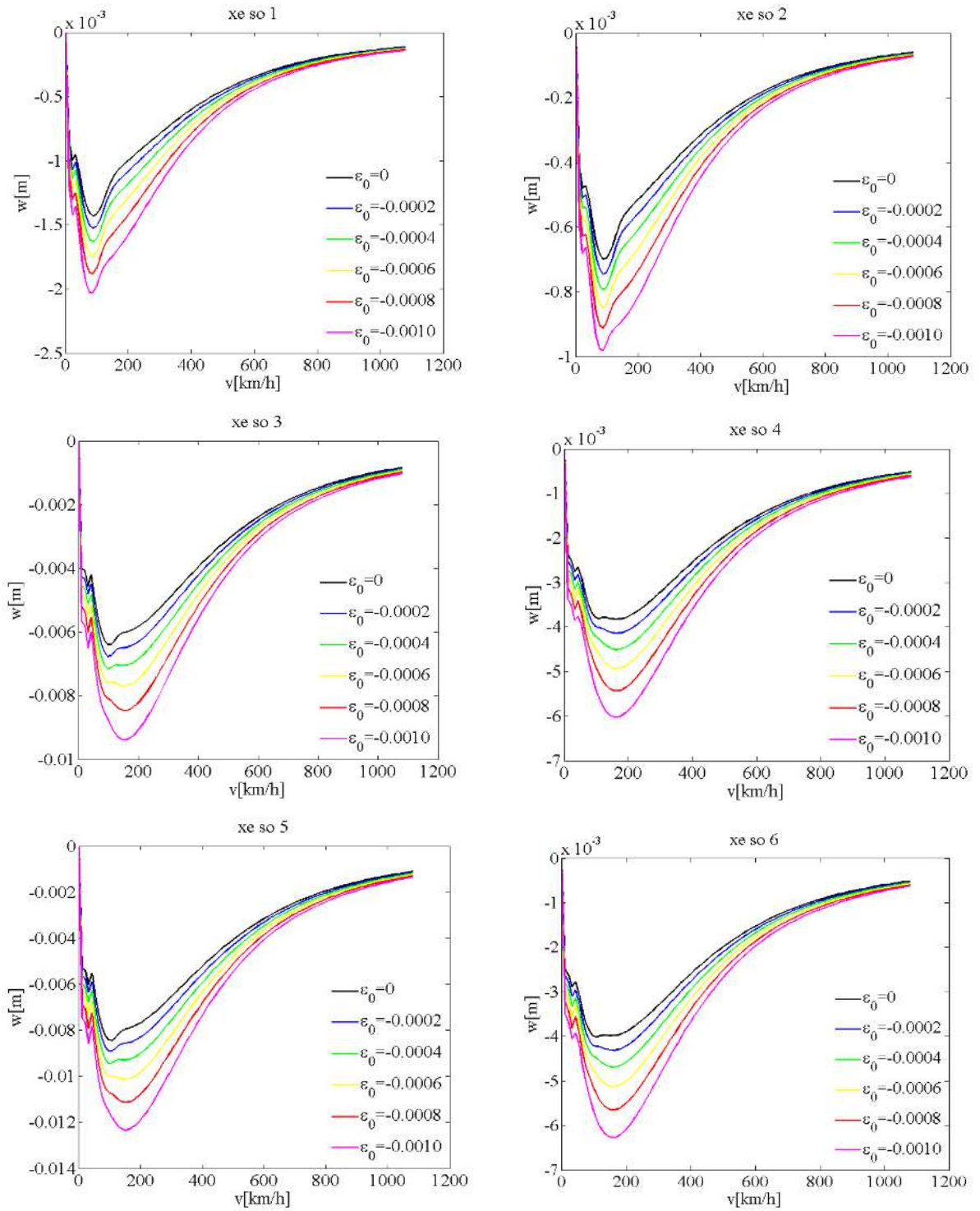
Bảng 2. Vận tốc tới hạn mới v_{th}^* / vận tốc tới hạn lí thuyết v_{th} của ô tô trên Cầu Bùng, khi $\varepsilon_0 = 0$.

Số thứ tự xe	v_{th}^* [km/h]	v_{th} [km/h]	$\eta = v_{th}^* / v_{th}$
1	87,27	749,09	0,12
2	87,27	749,09	0,12
3	98	749,09	0,13
4	163,6	749,09	0,22
5	109,1	749,09	0,15
6	109,1	749,09	0,15

Qua kết quả tính toán cho hai loại cầu và với sáu loại ô tô khác nhau trình bày trên Hình 3 và Hình 4 cũng như trên các Bảng 1 và 2 ta rút ra một số kết luận sau: Vận tốc tới hạn mới của ô tô nhỏ hơn vận tốc tới hạn tính toán gần đúng theo các công thức (1) và (2). Tỷ lệ giữa vận tốc tới hạn của ô tô tính theo mô hình chính xác hơn v_{th}^* và vận tốc tới hạn lí thuyết cũ v_{th} của cầu Đông Hà, khi $\varepsilon_0 = 0$, khoảng 30 – 35 %, còn cầu Bùng là 12 – 15 %.



Hình 3. Độ võng tại mặt cắt giữa cầu Đông Hà khi ô tô đi qua.



Hình 4. Độ võng tại mặt cắt giữa cầu Bùng khi ô tô đi qua.

4. ẢNH HƯỞNG CỦA ỨNG SUẤT TRƯỚC ĐẾN ĐỘ VĨNG ĐỘNG LỰC CỦA CẦU

Để nghiên cứu ảnh hưởng của ứng suất trước đến độ võng động lực của cầu khi ô tô đi qua ta xét hai mô hình dao động: Cầu Đông Hà và cầu Bùng.

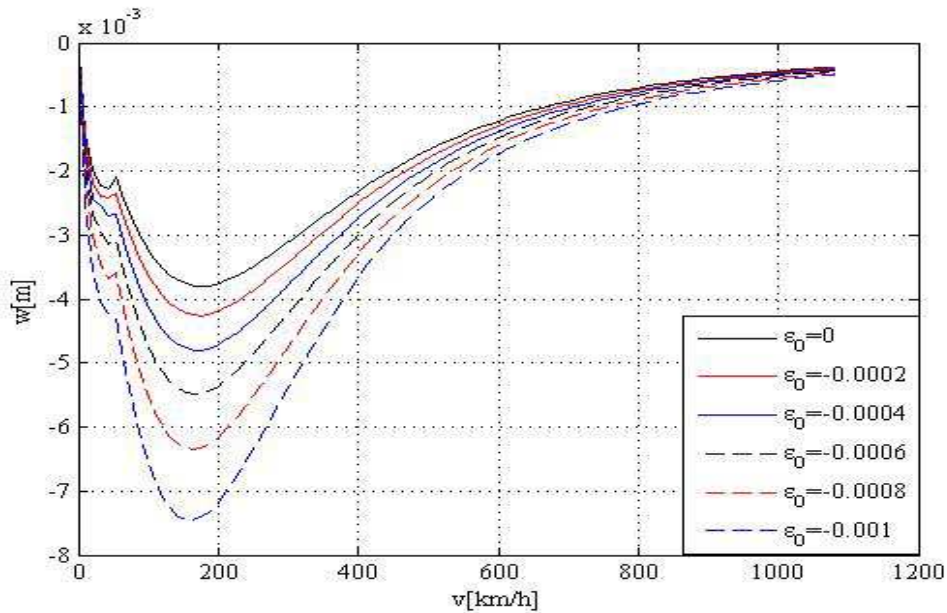
a) **Cầu Đông Hà:** Ta cho một số giá trị của ε_0 từ đó tính được vận tốc tối hạn của dầm theo công thức

$$\Omega_1 = \omega_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi v}{l} = \sqrt{\frac{\pi^4 EI}{l^4 \mu} + \varepsilon_0 \frac{\pi^2 E}{l^2 \rho}}, \quad v_{th} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{l^2 \mu} + \varepsilon_0 \frac{E}{\rho}}$$

Các kết quả tính được ghi lại trong bảng sau

ε_0	0	-0,0002	-0,0004	-0,0006	-0,0008	-0,001
ω_1 (rad/s)	16,96	16,25	15,50	14,72	13,89	13,01
v_{th} (m/s)	174,95	167,59	159,90	151,81	143,27	134,19
(km/h)	(629,82)	(603,32)	(575,64)	(546,52)	(515,77)	(483,1)

Các kết quả tính cho trên Hình 5.



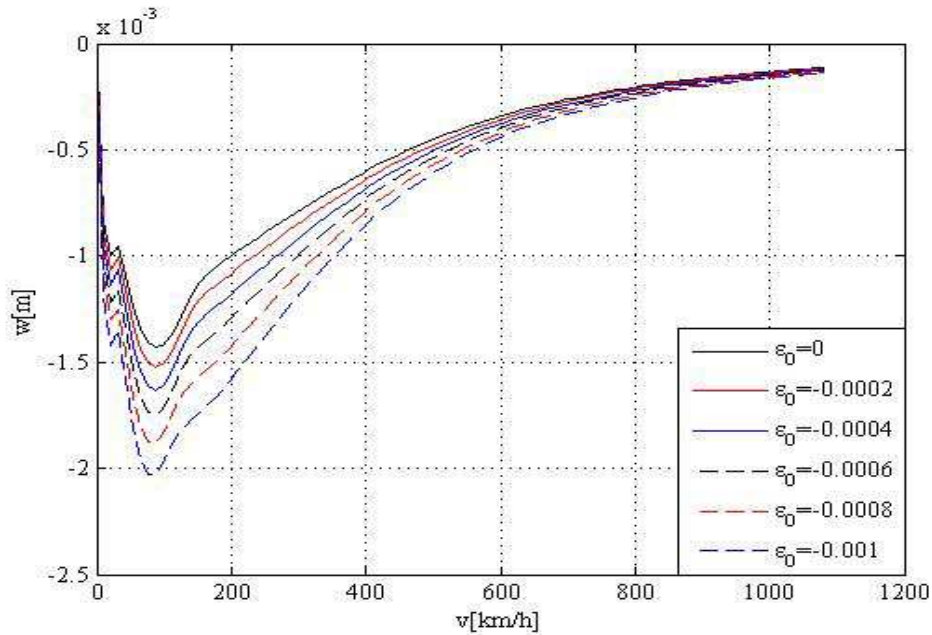
Hình 5. Biên độ dao động lớn nhất tại giữa cầu Đông Hà theo vận tốc với $n = 1$.

Từ đồ thị ta thấy: Khi hệ số ứng suất trong dầm càng lớn (dấu âm) thì biên độ dao động lớn nhất lại mất giữa dầm càng lớn. Ứng suất trước có ảnh hưởng lớn ở lân cận giá trị vận tốc tối hạn. Khi xa vận tốc tối hạn ảnh hưởng của ứng suất trước không đáng kể.

b) **Cầu Bùng:** Tính toán tương tự ta có bảng vận tốc tối hạn của ô tô tính theo công thức (2) như sau

ε_0	0	- 0,0002	- 0,0004	- 0,0006	- 0,0008	- 0,001
ω_1 (rad/s)	32,04	31,10	30,12	29,11	28,07	26,98
v_{th} (m/s)	208,08	201,93	195,59	189,04	182,25	175,21
(km/h)	(749,09)	(726,95)	(704,12)	(680,54)	(656,10)	(630,76)

Đồ thị độ võng động tại mặt cắt giữa cầu Bùng được biểu diễn trên Hình 6.



Hình 6. Biên độ dao động lớn nhất tại giữa cầu Bùng theo vận tốc với $n = 1$.

Từ các kết quả trên ta suy ra các kết luận sau:

- Khi giá trị của hệ số ứng suất trong dầm càng lớn (với dấu âm) thì biên độ dao động lớn nhất lại mặt cắt giữa dầm càng lớn.
- Ứng suất trước có ảnh hưởng lớn ở lân cận giá trị vận tốc tới hạn. Khi xa vận tốc tới hạn ảnh hưởng của ứng suất trước không đáng kể.

4. KẾT LUẬN

Khi sử dụng mô hình dao động của dầm dưới tác dụng của vật thể di động, vận tốc tới hạn của ô tô chỉ vào khoảng 10 đến 40 % vận tốc tới hạn tính theo lý thuyết cũ. Vận tốc tới hạn này phụ thuộc vào chiều dài của cầu và các tham số động lực khác như độ cứng chống uốn, khối lượng đơn vị chiều dài của dầm,...

Ứng suất trước có ảnh hưởng lớn ở lân cận giá trị vận tốc tới hạn. Khi xa vận tốc tới hạn ảnh hưởng của ứng suất trước không đáng kể.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Khang - Dao động kỹ thuật (in lần thứ 4), NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2005.
2. Ch. Petersen - Dynamik der Baukonstruktionen. Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1996.
3. Hoàng Hà - Nghiên cứu dao động uốn của kết cấu nhịp cầu dây văng trên đường ô tô chịu tác dụng của hoạt tải khai thác, Luận án Tiến sĩ, Trường Đại học Giao thông Vận tải, Hà Nội, 1999.
4. Timoshenko S. P., Young D. H., Weaver W. - Vibration Problems in Engineering (4. Edition), John Wiley and Sons, New York, 1974.
5. Panovko J. G. - Mechanik des deformierbaren festen Koerper – Moderne Konzeptionen, Fehler und Paradoxe. Moskau, Nauka“ 1985 (in Rus.).
6. Panovko J. G. - Fehler und Misserfolge in Veroeffentlichungen ueber die Wirkung sich bewegender Lasten auf elastische Konstruktionen – aus der 150-jaehrigen Entwicklungsgeschichte des Problems. Forschungsbericht Nr.13, Institut fuer Mechanik, TU Berlin 2001.
7. Nguyễn Thị Vân Hương - Dao động uốn của dầm có ứng suất trước dưới tác dụng của vật thể di động. Luận văn Thạc sỹ khoa học, Trường ĐH Bách Khoa Hà Nội, 2007.
8. Nguyen Van Khang, Nguyen Phong Dien, Nguyen Thi Van Huong - Transverse vibrations of prestressed continuous beams on rigid supports under the action of moving bodies, Archive of Applied Mechanics **79** (2009) 939-953.

ABSTRACT

ON THE CRITICAL VELOCITY OF A VEHICLE MOVING ON THE BRIDGE

Nguyen Van Khang, Nguyen Thi Van Huong, Nguyen Duc Phong

Hanoi University of Science and Technology, No. 1, Dai Co Viet, Hanoi

*Email: khang.nguyenvan2@hust.edu.vn

Vibration model of a vehicle on the bridge is modeled by a mass - spring - damper system moving on an elastic beam. This paper presents the results of a new study on determining the critical velocity of a vehicle moving on the beam bridge. The critical velocity of the vehicle calculated according to the new model is much smaller than that calculated according to the old formula.

Keywords: elastically vibration, modeling, critical velocity of the vehicle, numerical simulation, prestressed beam.