

# MÔ PHỎNG DÒNG CHẢY QUA TRỤ TRÒN CÓ TẮM PHẪNG DAO ĐỘNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP BIÊN NHÚNG

Nguyễn Văn Nam<sup>1,\*</sup>, Phan Đức Huynh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường Cao đẳng Kỹ thuật Cao Thắng, Tp. Hồ Chí Minh

<sup>2</sup>Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. Hồ Chí Minh

\*Email: nguyennamkt.2311@gmail.com

Đến Tòa soạn: 24/7/2013; Chấp nhận đăng: 9/7/2014

## TÓM TẮT

Phương pháp biên nhúng (*Immersed boundary*) được sử dụng để mô phỏng dòng chảy qua một trụ tròn có gắn tấm phẳng dao động điều hòa theo một quỹ đạo xác lập trước. Sự tương tác phức tạp giữa các xoáy được hình thành từ trụ tròn và tấm phẳng được khảo sát. Ba dạng xoáy hình thành phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng đó là: xoáy thường, chuỗi xoáy và xoáy từ tấm phẳng. Ngoài ra, mối quan hệ giữa hệ số cản, biên độ và tần số dao động của tấm phẳng cũng được trình bày. Phương pháp biên nhúng sử dụng tổng hợp hai biến: biến Lagrangian cho miền kết cấu và biến Eulerian cho miền lưu chất. Tương tác giữa lưu chất và kết cấu được đặc trưng bởi một lực khối cộng vào phương trình điều khiển. Lực khối được tính độc lập tại các điểm Lagrangian và đưa vào lưới Eulerian lân cận thông qua hàm xấp xỉ Dirac delta.

*Từ khóa:* phương pháp biên nhúng, tấm phẳng dao động, điều khiển bị động dòng chảy.

## 1. GIỚI THIỆU

Khi  $Re \geq 47$  dòng chảy dần chuyển sang trạng thái không ổn định. Bắt đầu xuất hiện các xoáy có chu kỳ ở phía sau trụ tròn. Hiện tượng này được biết như là xoáy von-Karman. Đối với các kết cấu có tiết diện cản lớn thì xuất hiện dao động rất lớn do các xoáy này gây nên áp lực dao động. Hiện tượng này gặp rất nhiều trong thực tế như: hệ thống ống dẫn trong bộ trao đổi nhiệt, các kết cấu trong ngành hàng hải, kết cấu cầu treo,... Do đó, nghiên cứu đặc điểm của các xoáy gây nên dao động để tìm ra cơ chế hình thành cũng như phương pháp điều khiển chúng trong thực tế thì rất quan trọng để tránh các hiện tượng phá hủy xảy ra do dao động gây ra.

Sử dụng các tấm phẳng để phân chia dòng lưu chất như là một phương pháp điều khiển bị động. Khi chiều dài  $L$  của tấm phẳng bằng đường kính  $D$  của trụ tròn, các xoáy này không hoàn toàn mất hẳn nhưng hệ số cản  $C_D$  của kết cấu và số *Strouhal* ( $St$ ) giảm đi một cách đáng kể. Gerrard [1] đã khảo sát tần số xuất hiện của các xoáy tại vị trí phía sau trụ tròn với  $L=2D$ . Nghiên cứu đã kết luận rằng số  $St$  giảm khi  $L$  tăng lên và đạt giá trị cực tiểu khi  $L=D$ . Nếu tiếp tục tăng  $L$  thì số  $St$  sẽ tăng theo.

Các thí nghiệm về dòng chảy qua trụ tròn có gắn tấm phẳng đã được thực hiện bởi Unal và Rockwell [2] với  $140 \leq Re \leq 1600$ . Qua việc quan sát, phân tích hình ảnh, dòng chảy được chia làm 2 khu vực độc lập: cơ chế hình thành trước xoáy (*pre-vortex*) và cơ chế hình thành sau xoáy (*post-vortex*). Cơ chế hình thành trước hoặc sau của xoáy được đặc trưng bởi sự xuất hiện hay biến mất của các xoáy ở phía sau dòng tại vị trí đầu tấm phẳng. Áp lực không ổn định tác dụng lên tấm phẳng thay đổi rất lớn khi tấm phẳng di chuyển từ cơ chế này sang cơ chế khác.

Nakamura [3] đã thực hiện một số thí nghiệm trên các vật cản có tiết diện khác nhau khi gắn thêm tấm phẳng ở phía sau với  $300 \leq Re \leq 500$ . Khi có tấm phẳng thì đặc điểm của xoáy thay đổi từ xoáy von-Karman, xoáy có hai lớp không ổn định, thành một lớp trượt không ổn định tại đầu tấm phẳng. Ngoài ra số *St* xác định tại một vị trí phía sau dòng chảy ít phụ thuộc vào số *Re* và tiết diện của vật cản.

Một hướng nghiên cứu khác nhằm giảm hệ số cản sử dụng tấm phẳng với  $30 \leq Re \leq 160$  và  $L = D$  đã được thực hiện bởi Hwang [4]. Trong nghiên cứu này, một tấm phẳng cố định được đặt song song theo phương dòng chảy tại vị trí cách trụ tròn một khoảng cách là *G*. Kết quả của nghiên cứu đã tìm ra vị trí tối ưu của tấm phẳng. Sự thay đổi đột ngột dòng chảy tự nhiên, hệ số cản  $C_D$  và số *St* tăng nhanh khi tỉ số *G/D* tăng từ 2,6 đến 2,7. Khi  $C/D > 2,6$ , tại đầu tấm phẳng xuất hiện các xoáy tách rời theo chu kì. Sự tương tác phức tạp của các xoáy từ trụ tròn và tấm phẳng khiến cho hệ số cản  $C_D$  và số *St* tăng lên.

Kwon [5] đã sử dụng phương pháp thể tích hữu hạn để khảo sát ảnh hưởng của chiều dài tấm phẳng cố định đến hệ số cản  $C_D$ , số *St* với nhiều giá trị *Re* khác nhau. Ngoài ra, Sudhakar [6] đã mô phỏng bài toán có tấm phẳng dao động sử dụng phương pháp số. Kết quả bài báo cho biết mối quan hệ giữa chiều dài xoáy và số *St* thay đổi khi tấm phẳng dao động. Lai và Peskin [7] đã sử dụng phương pháp biên nhúng để mô tả dòng chảy qua trụ tròn cố định với độ chính xác bậc 2. Các tác giả đã đề xuất một phương pháp mới để xử lý biên cứng trong phương pháp biên nhúng: khi vật thể là biên cứng thì có thể xem là biên đàn hồi nhưng có độ cứng rất lớn.

Trong nội dung bài báo này, đặc điểm của các xoáy khi trụ tròn có gắn tấm phẳng dao động theo một hàm điều hòa sẽ được trình bày. Tấm phẳng dao động với nhiều biên độ và tần số khác nhau. Ảnh hưởng của biên độ và tần số dao động của tấm phẳng đến hệ số cản của kết cấu được khảo sát. Trong phần 2 của bài báo trình bày về phương pháp biên nhúng. Phần 3 trình bày các kết quả đã đạt được.

## 2. PHƯƠNG PHÁP BIÊN NHÚNG

Phương pháp biên nhúng (*Immersed Boundary Method-IBM*) ra đời và đã trở nên phổ biến trong các thập niên gần đây. Phương pháp này có khả năng mô phỏng các bài toán có biên dạng phức tạp, biên di chuyển và đặc biệt là các vật thể đàn hồi nhưng yêu cầu về thời gian tính toán và bộ nhớ ít hơn so với các phương pháp thông thường. Được Peskin C. S [8, 9] giới thiệu năm 1972 khi mô phỏng sự tương tác giữa dòng máu và sự co bóp của các cơ tim đang đập. Các công thức toán học trong *IBM* sử dụng kết hợp hai biến: biến Eulerian và biến Lagrangian. Mối quan hệ giữa hai biến này thông qua hàm xấp xỉ Dirac delta. Biến Eulerian của miền lưu chất được định nghĩa trên lưới cố định Cartesian. Biến Lagrangian của kết cấu được định nghĩa trên lưới đường cong và di chuyển “tự do” trên lưới Cartesian cố định mà không chịu một sự ràng buộc nào. Các điểm lưới của biên nhúng thì được mô hình hóa thành các điểm lực và được đưa vào phương trình Navier – Stokes như là một thành phần của ngoại lực tác dụng lên miền lưu chất.

### 2.1. Công thức toán học

Xét miền 2 chiều:  $\Omega_f = [0, 1_x] \times [0, 1_y]$  có dòng lưu chất nhớt, không nén được chứa biên nhúng là một vòng kín không có khối lượng  $\Gamma_b$ , Hình 1. Biên nhúng có các thông số:  $\mathbf{X}(s, t)$ ,  $0 \leq s \leq L_b$ ,  $\mathbf{X}(0, t) = \mathbf{X}(L_b, t)$  trong đó:  $L_b$  là chiều dài cung kín  $\Gamma_b$  và  $\mathbf{X}(s, t)$  là một hàm cho biết tọa độ các điểm biên nhúng. Ảnh hưởng của biên nhúng đến miền lưu chất được đặc trưng bởi một thành phần lực khối cộng vào trong phương trình Navier-Stokes. Bởi vì biên nhúng tiếp xúc với lưu chất xung quanh, do đó vận tốc của nó phải phù hợp với điều kiện biên không trượt. Do đó, các phương trình tương tác giữa lưu chất và kết cấu trình bày như sau:

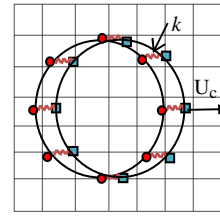
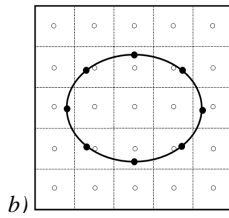
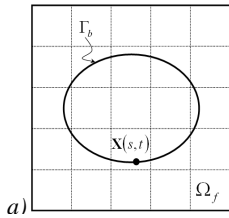
$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \right) + \nabla p(\mathbf{x}, t) = \mu \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{\Gamma_b} \mathbf{F}(s, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(s, t)) ds \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}(s, t)}{\partial t} = \mathbf{u}[\mathbf{X}(s, t)] = \int_{\Omega_f} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(s, t)) d\mathbf{x} \quad (4)$$

trong đó:  $\mathbf{x} = (x, y)$  là tọa độ lưới Cartesian,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ ,  $p(\mathbf{x}, t)$  lần lượt là vận tốc và áp suất của lưu chất, các hệ số  $\rho$  và  $\mu$  lần lượt là khối lượng riêng và độ nhớt động lực học của lưu chất. Ngoài ra,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  là lực khối của biên nhúng tác dụng lên toàn bộ miền lưu chất và  $\mathbf{F}(s, t) = (F_x(s, t), F_y(s, t))$  là lực khối tại các điểm biên nhúng.



■ Điểm mục tiêu  
● Điểm biên thực  
k: Lò xo liên kết

Hình 1. a) Mô hình của hệ lưu chất-biên nhúng  
b) Lưới Eulerian (điểm sáng) và lưới Lagrangian (điểm đen).

Hình 2. Mô hình tính toán của phương pháp biên nhúng.

Trong các phương trình trên, phương trình (1), (2) là phương trình Navier-Stokes cho dòng lưu chất nhớt, không nén được. Phương trình (3) xác định lực khối tác dụng lên toàn bộ miền lưu chất của biên nhúng. Phương trình (4) thể hiện sự di chuyển của biên nhúng theo miền lưu chất.

## 2.2. Xử lý miền kết cấu

Lực khối của biên nhúng được tính tại các điểm lưới Lagrangian và phân bố đến các điểm lưới Cartesian lân cận của miền lưu chất thông qua hàm xấp xỉ Dirac delta. Giá trị của lực khối tác dụng vào toàn bộ miền lưu chất được xác định theo công thức sau:

$$\mathbf{f}_{i,j}^n = \sum_{k=1}^{N_b} \mathbf{F}_k^n(t) \delta_h(\mathbf{x}_{i,j}^n - \mathbf{X}_{i,j}^n) \Delta s_k \quad (5)$$

với  $\delta_h(\mathbf{x}) = (1/h^2)\phi(x/h)\phi(y/h)$  là hàm Dirac delta. Trong đó  $\phi$  là hàm liên tục [8, 9]:

$$\phi(x/h) = \phi(y/h) = \phi(r) = \begin{cases} (3-2|r| + \sqrt{1+4|r|-4r^2})/8, & 0 \leq |r| \leq 1 \\ (5-2|r| - \sqrt{-7+12|r|-4r^2})/8, & 1 \leq |r| \leq 2 \\ 0, & 2 \leq |r| \end{cases} \quad (6)$$

Vấn đề đặt ra là xác định giá trị lực  $\mathbf{F}$  tại các điểm biên nhúng để đảm bảo điều kiện biên không trượt. Gọi  $\mathbf{X}^e(s,t)$  là tọa độ ban đầu các điểm biên nhúng trong hệ tọa độ Lagrangian. Khi tương tác với dòng lưu chất thì các điểm biên này di chuyển theo dòng lưu chất và có tọa độ mới là  $\mathbf{X}(s,t)$ . Nếu biên cứng cố định thì các điểm biên ban đầu  $\mathbf{X}^e(s,t)$  cố định trên lưới Cartesian. Ngược lại, nếu biên cứng di chuyển thì các điểm biên ban đầu  $\mathbf{X}^e(s,t)$  di chuyển theo quỹ đạo xác định trước. Do là biên cứng nên phải luôn đảm bảo khoảng cách giữa hai tọa độ  $\mathbf{X}^e(s,t)$  và  $\mathbf{X}(s,t)$ . Bởi vì biên nhúng là biên đàn hồi [7] nên theo định luật Hooke ta có:

$$\mathbf{F}(s,t) = -k(\mathbf{X}(s,t) - \mathbf{X}^e(s,t)) \quad (7)$$

với  $k$  là độ cứng của lò xo liên kết ảo giữa các điểm biên thực và biên mục tiêu. Nếu có một điểm biên thực rời xa vị trí mong muốn, lực kéo của các lò xo sẽ kéo điểm đó về vị trí ban đầu  $\mathbf{X}^e(s,t)$ . Do đó, tại mỗi bước thời gian, các điểm biên này sẽ luôn luôn bám sát với miền thật của kết cấu, Hình 2. Giải phương trình Navier-Stokes đã có thành phần lực khối để tìm trường áp suất  $p_{i,j}^{n+1}$  và trường vận tốc  $\mathbf{u}_{i,j}^{n+1}$  sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn [10]. Sau đó, trường vận tốc này được nội suy để tìm vận tốc tại các điểm biên nhúng theo phương trình:

$$\frac{d\mathbf{X}_k^{n+1}}{dt} = \sum_{i,j} \mathbf{u}_{i,j}^{n+1} \delta_h(\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{X}_k^{n+1}) h^2. \quad (8)$$

### 2.3. Phương trình Navier-Stokes

Phương trình Navier-Stokes cho dòng lưu chất nhớt, không nén được đã có các thành phần ngoại lực trong miền không gian 2 chiều:

$$\rho[(\mathbf{u}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{u}_{i,j}^n)/\Delta t + [(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}]_{i,j}^n] = -\nabla p_{i,j}^{n+1} + \mu(\Delta \mathbf{u})_{i,j}^{n+1} + \mathbf{f}_{i,j}^n \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{i,j}^{n+1} = 0 \quad (10)$$

Bây giờ giải các phương trình trên tại bước thời gian thứ  $(n+1)$  theo 3 bước chính sau:

#### 2.3.1. Xử lý thành phần phi tuyến, độ nhớt, lực khối

$$(\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n)/\Delta t = -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla)\mathbf{u}^n + (\mu/\rho)(\Delta \mathbf{u}^n) + (1/\rho)\mathbf{f}^n \quad (11)$$

$$(\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*)/\Delta t = -(\nabla p^{n+1})/\rho \quad (12)$$

#### 2.3.2. Điều chỉnh trường áp suất

Hiệu chỉnh trường vận tốc trung gian  $\mathbf{u}^*$  bởi gradient của áp suất  $p^{(n+1)}$ , nhân  $(\nabla \cdot)$  vào hai vế của phương trình (12) ta được một hệ phương trình tuyến tính.

$$(\Delta p^{n+1}) / \rho = (\nabla \cdot \mathbf{u}^*) / \Delta t \quad (13)$$

Phương trình (13) là phương trình *Poisson* của trường áp suất  $p^{n+1}$  tại thời điểm  $(n+1)$ .

### 2.3.3. Cập nhật trường vận tốc

Tính trường vận tốc mới  $\mathbf{u}^{n+1}$  theo phương trình:  $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t (\nabla p^{n+1}) / \rho$  với giá trị áp suất  $p^{n+1}$  đã được tính ở bước trên.

## 2.4. Giải thuật của phương pháp biên nhúng

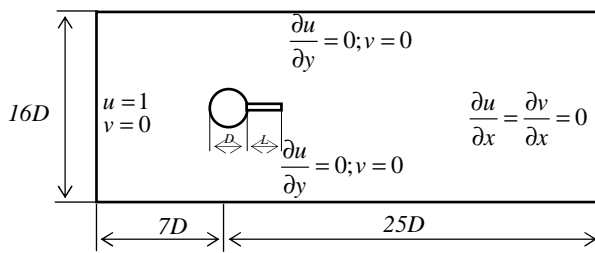
Trong bài báo tác giả sử dụng giải thuật tường minh [7], tức là lực khối tại các điểm Lagrangian được tính tại bước đầu tiên. Toàn bộ giải thuật của phương pháp trình bày như sau:

- (1) Xác định lực  $\mathbf{F}^n(s, t)$  từ biên của kết cấu  $\mathbf{X}^n(s, t)$  theo phương trình (7).
- (2) Áp đặt lực của biên nhúng lên toàn bộ miền lưu chất theo phương trình (5).
- (3) Giải phương trình Navier-Stokes đã có các thành phần ngoại lực.
- (4) Nội suy vận tốc mới của các điểm biên nhúng theo phương trình (8). Quay lại bước (1).

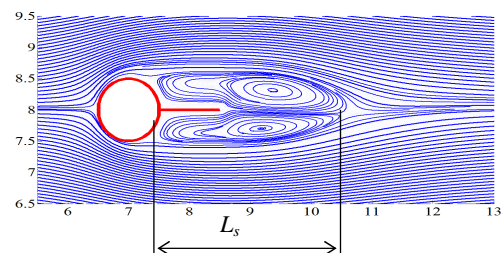
## 3. KẾT QUẢ SỐ

### 3.1. Tấm phẳng cố định

Miền tính toán và các điều kiện biên của bài toán được thể hiện trong Hình 3. Miền lưu chất được rời rạc sử dụng 650 x 325 điểm lưới theo hai phương  $x$  và  $y$ . Tổng số điểm lưới Lagrangian cho miền kết cấu là 46 điểm. Hình 4 thể hiện đường dòng của lưu chất qua trụ tròn với tấm phẳng cố định khi  $L=D$  và  $Re=100$ . Các thông số như: hệ số cản  $C_D$ , số  $St$  và chiều dài vùng xoáy tuần hoàn ( $L_s$ ) được so sánh với kết quả của một số nghiên cứu khác, Bảng 1.



Hình 3. Miền tính toán và các điều kiện biên.



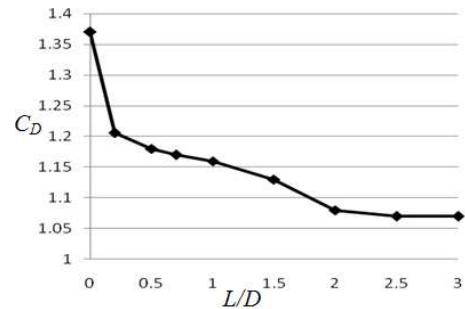
Hình 4. Đường dòng khi tấm phẳng cố định.

Theo Bảng 1, các kết quả này thì khá phù hợp so với các nghiên cứu khác, sai số khoảng 3%. Sự xuất hiện của tấm phẳng làm ổn định các lớp trượt bề mặt được hình thành từ trụ tròn nên cản trở sự hình thành của các xoáy. Điều này được nhận biết khi so sánh số  $St$ , Bảng 1. Khi  $L = D$ , hệ số cản  $C_D$  cũng giảm từ 1,37 còn 1,16 do sự xuất hiện các đuôi xoáy của tấm phẳng.

Tuy nhiên chiều dài của vùng xoáy tuần hoàn thì tăng lên. Hình 5 cho biết ảnh hưởng của chiều dài tấm phẳng cố định đến hệ số cản của kết cấu. Khi chiều dài  $L$  tăng thì hệ số cản  $C_D$  giảm dần. Nếu  $L \geq 2D$  thì  $C_D$  ít thay đổi khi  $L$  tăng thêm. Lúc này giá trị hệ số cản  $C_D$  khoảng 1,07.

Bảng 1. Thông số của dòng chảy khi  $L=D$  và  $Re = 100$ .

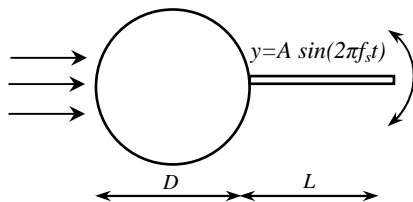
		[4]	[5]	[6]	Hiện tại
Không có tấm phẳng	$C_D$	1,34	--	1,37	1,37
	$St$	0,167	--	0,165	0,160
	$L_s$	1,36	--	1,42	1,36
Có tấm phẳng cố định	$C_D$	1,17	1,18	1,174	1,16
	$St$	0,137	0,137	0,139	0,138
	$L_s$	3,21	3,21	3,30	3,20



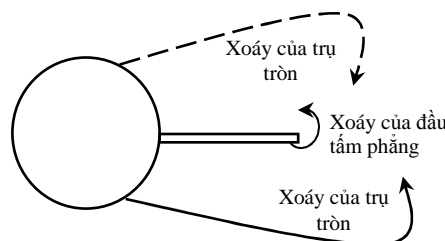
Hình 5. Ảnh hưởng của  $L$  đến hệ số cản  $C_D$

### 3.2. Tấm phẳng dao động tuần hoàn

Tấm phẳng dao động tuần hoàn quanh một điểm cố định như hình 6. Các điều kiện biên của bài toán được mô tả trong Hình 3. Trong nội dung bài báo tác giả chỉ khảo sát trường hợp  $L = D$  vì lúc này số  $St$  cực tiểu [1]. Khi tấm phẳng bắt đầu di chuyển, các xoáy xuất hiện, phát triển và tách ra từ đầu của tấm phẳng. Minh họa các xoáy của tấm phẳng và trụ tròn được thể hiện trong Hình 7. Bài báo chỉ quan tâm sự tương tác giữa hai loại xoáy này. Để rõ hơn về quá trình tương tác này, trường hợp tấm phẳng dao động với biên độ  $A = 0,2D$  và tần số  $f_s = 0,5$  được khảo sát.



Hình 6. Mô hình của bài toán.



Hình 7. Các dạng xoáy trong bài toán.

Hình 8a thể hiện hình dạng xoáy khi tấm phẳng di chuyển xuống biên dưới từ vị trí giữa. Trong trường hợp này, xoáy tại đầu tấm phẳng đang tương tác với xoáy của trụ tròn ở phía trên có chiều quay ngược lại. Khi tiếp tục di chuyển xuống dưới, xoáy tại đầu tấm phẳng có kích thước lớn lên, Hình 8b. Khi tấm phẳng đạt vị trí biên dưới, xoáy này kết hợp với xoáy phía dưới của trụ tròn có cùng chiều quay, Hình 8c. Quá trình này lặp lại khi tấm phẳng di chuyển lên biên trên. Ngoài ra, quan sát Hình 8a ta thấy có sự xuất hiện các lớp trượt được hình thành tại bề mặt dưới của tấm phẳng. Khi tiếp tục di chuyển xuống dưới, các lớp trượt này di chuyển đến đầu của tấm phẳng. Tại thời điểm này, tại bề mặt trên của tấm phẳng thì một lớp trượt mới cũng được hình thành và xoáy tại đầu tấm phẳng cũng kết hợp với các xoáy bên dưới của trụ tròn, Hình 8c. Các lớp trượt hình thành và di chuyển ra đầu của tấm phẳng tích lũy và hình thành xoáy tại đầu trong suốt quá trình di chuyển lên trên tiếp theo của tấm phẳng.

Biên độ và tần số dao động của tấm phẳng ảnh hưởng lớn đến việc hình thành xoáy của tấm phẳng. Xoáy tại đầu tấm phẳng tương tác phức tạp với xoáy hình thành từ trụ tròn nên có các loại xoáy khác nhau mà có thể phân thành 3 loại chính sau:

### 3.2.1. Xoáy thường

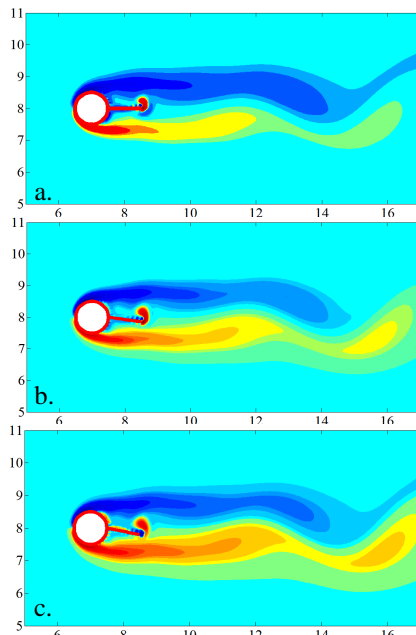
Trong kiểu xoáy này, số lượng các đuôi xoáy tương tự như xoáy von-Karman từ trụ tròn với cùng số  $Re$ , Hình 9a. Các xoáy đơn độc lập được hình thành tại bề mặt trên và bề mặt dưới của trụ tròn. Các xoáy từ đầu của tấm phẳng không làm thay đổi nhiều các đặc tính của các xoáy chính từ trụ tròn.

### 3.2.2. Chuỗi xoáy

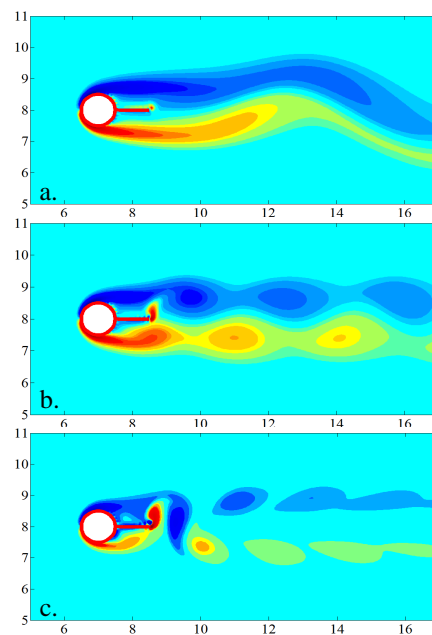
Thay cho các xoáy đơn hình thành tại phía trên và phía dưới của trụ tròn là một chuỗi xoáy được hình thành như Hình 9b. Tại vị trí gần trụ tròn, các xoáy này không kết hợp lại với nhau. Nhưng khi đi chuyển ra xa tính từ vị trí của trụ tròn thì chuỗi xoáy trở thành các xoáy thường.

### 3.2.3. Xoáy từ tấm phẳng

Tại vị trí gần bề mặt của trụ tròn, xuất hiện các đuôi xoáy liên tục giống nhau như các xoáy thường, Hình 9c. Các xoáy này được tách ra từ bề mặt của tấm phẳng dao động hơn là từ bề mặt của trụ tròn. Tuy nhiên, về phía xa của dòng chảy thì các xoáy này tương tự như các chuỗi xoáy.



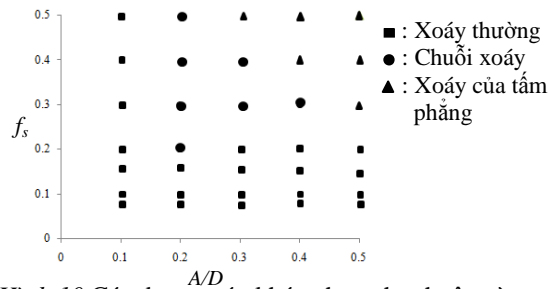
Hình 8. Tương tác giữa các xoáy khi tấm phẳng đi chuyển với  $A=0,2D$  và  $f_s=0,5$ ; hình a: vị trí nằm ngang; hình b: vị trí giữa; hình c: vị trí thấp nhất và đang kết hợp với xoáy của trụ tròn.



Hình 9. Các dạng xoáy khi tấm phẳng ở vị trí giữa trong quá trình đi chuyển xuống; hình a:  $A=0,1D$  và  $f_s=0,1$ ; hình b:  $A=0,2D$  và  $f_s=0,2$ ; hình c:  $A=0,4D$  và  $f_s=0,5$ .

Hình 10 cho biết các dạng xoáy xuất hiện phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng. Khi biên độ và tần số đều nhỏ, các xoáy tương tự như trường hợp không có tấm phẳng, Hình 9a. Bởi vì vận tốc dao động của tấm phẳng nhỏ nên các xoáy hình thành ở đầu của

tấm phẳng chậm và không rõ ràng. Các xoáy này tuy ảnh hưởng đến số  $St$  và  $C_D$  nhưng không làm thay đổi nhiều các đặc điểm của xoáy chính từ trụ tròn. Khi biên độ và tần số dao động tăng, sự khác biệt giữa các xoáy bắt đầu thấy rõ. Thay cho các xoáy đơn là chuỗi xoáy xuất hiện. Quan sát Hình 9b, khi phía trên là một xoáy phình thì tương ứng tại vị trí đó ở phía dưới là một xoáy hẹp. Điều này cho thấy mặc dù hình dạng các xoáy này khác nhau nhưng xoáy được tách ra từ bề mặt của trụ tròn thì có bản chất giống như các xoáy thường. Khi cả biên độ và tần số dao động rất lớn, các xoáy phát triển và tách ra từ đầu của tấm phẳng chiếm ưu thế ở vị trí gần trụ tròn. Các xoáy tách ra từ đầu của tấm phẳng rất nhanh và mạnh. Khi tấm phẳng dao động với  $A = 0,5D$  thì ảnh hưởng rất lớn đến việc hình thành các xoáy của trụ tròn, đặc biệt khi tấm phẳng ở vị trí biên.

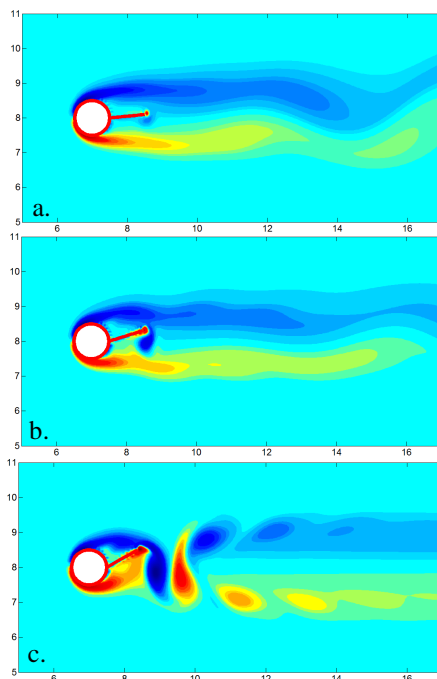


Hình 10. Các dạng xoáy khác nhau phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng

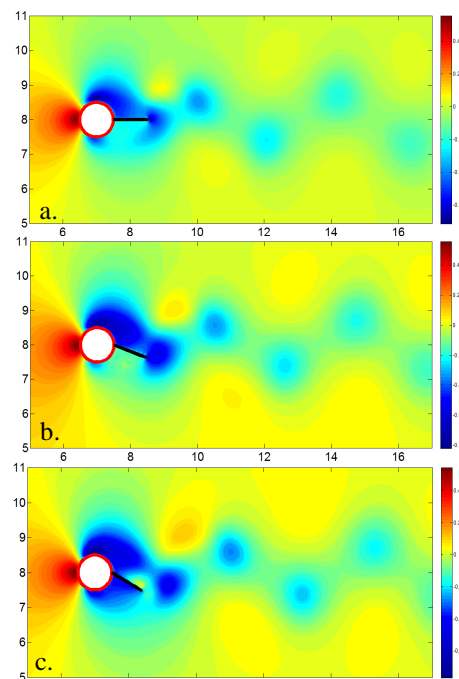
### 3.3. Hệ số cản của kết cấu

Khảo sát hệ số cản của kết cấu là một phần rất quan trọng trong bài toán mô phỏng dòng chảy qua vật thể. Hệ số cản trung bình  $C_D$  của kết cấu được trình bày trong bảng 2. Theo đó, khi tần số dao động  $f_s$  tăng từ 0,0825 đến 0,165 thì  $C_D$  tăng dần. Ngoại trừ trường hợp  $A = 0,5D$ ,  $C_D$  đạt cực đại khi  $f_s = 0,165$ . Điều trùng hợp ngẫu nhiên là số  $St$  của dòng chảy qua trụ tròn không có tấm phẳng cũng là 0,165. Có thể là vì số  $St$  của trụ tròn cố định và tần số dao động của tấm phẳng giống nhau, xoáy từ tấm phẳng cộng hưởng với các xoáy từ trụ tròn nên  $C_D$  đạt giá trị cực đại. Hình 11 là đồ thị hệ số cản theo biên độ và tần số dao động khác nhau của tấm phẳng. Khi  $A \leq 0,3D$ , sau khi đạt giá trị cực đại thì  $C_D$  không thay đổi nhiều nếu  $f_s$  tăng thêm. Ngược lại, khi  $A > 0,3D$ , nếu tăng biên độ thì  $C_D$  tăng theo tần số dao động. Đặc biệt  $A = 0,5D$  thì  $C_D$  tăng liên tục khi  $f_s$  tăng 0,0825 đến 0,5 và đa số các giá trị của  $C_D$  lớn hơn so với trường hợp không có tấm phẳng. Do biên độ dao động lớn, bằng bán kính trụ tròn, nên cản trở các xoáy từ trụ tròn. Do đó  $C_D$  tăng nhanh theo tần số dao động, đặc biệt khi tấm phẳng ở ở vị trí biên.





Hình 10. Các dạng xoáy hình thành khi tấm phẳng ở vị trí cao nhất. Hình a:  $A=0,1D$  và  $f_s = 0,4$ ; Hình b:  $A = 0,3D$  và  $f_s = 0,4$ ; Hình c:  $A = 0,5D$  và  $f_s = 0,4$ .



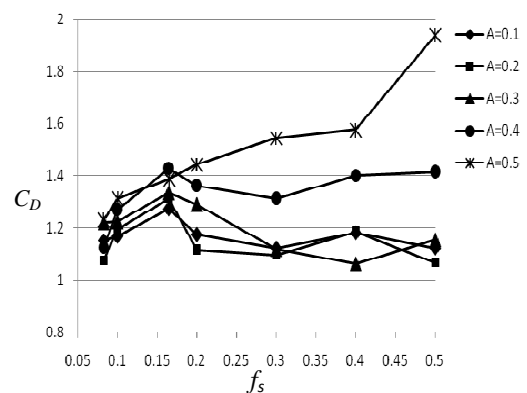
Hình 12. Trường áp suất khi tấm phẳng di chuyển từ vị trí giữa đến vị trí biên dưới với  $A=0,5D$  và  $f_s = 0,2$ . Hình a: vị trí nằm ngang; hình b: vị trí giữa; hình c: vị trí biên dưới.

Theo kết quả của các nghiên cứu [1, 2, 4, 5]: khi có tấm phẳng cố định đặt sau trụ tròn thì làm tăng áp suất nền và kết quả là hệ số cản giảm. Tuy nhiên, trong một vài trường hợp thì hệ số cản lớn hơn so với không có tấm phẳng. Nguyên nhân có thể được giải thích căn cứ vào trường áp suất phát sinh khi tấm phẳng dao động, Hình 12. Theo đó, miền áp suất thấp phát triển tại vị trí gần bề mặt sau của trụ tròn nên áp suất cản tác động lên trụ tròn tăng lên. Dẫn đến hệ số cản tăng. Miền áp suất thấp này được hình thành do sự dao động của tấm phẳng. Do đó, sự xuất hiện của miền áp suất thấp là đặc điểm có liên quan đến dao động của tấm phẳng.

Trong các biên độ và tần số dao động khảo sát, khi  $A = 0,3D$  và  $f_s = 4,5$  thì  $C_D = 1,062$  là giá trị nhỏ nhất đạt được. Hệ số cản này nhỏ hơn khi so sánh với trường hợp tấm phẳng cố định có tỉ số  $L = 3D$  tại cùng một số  $Re = 100$ . Ngoài ra, dựa vào hình 10 và bảng 2 có thể kết luận rằng: khi chuỗi xoáy được hình thành thì  $C_D$  có giá trị nhỏ hơn hai dạng xoáy còn lại.

Bảng 2. Hệ số cản theo các biên độ và tần số dao động.

$f_s$	$A/D$				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0825	1,153	1,076	1,219	1,126	1,231
0,1	1,168	1,194	1,223	1,270	1,314
0,165	1,272	1,312	1,334	1,427	1,389
0,2	1,175	1,114	1,290	1,361	1,443
0,3	1,122	1,095	1,118	1,312	1,545
0,4	1,180	1,184	1,062	1,402	1,577
0,5	1,123	1,065	1,155	1,414	1,941



Hình 11. Đồ thị của hệ số cản theo biên độ và tần số dao động khác nhau.

#### 4. KẾT LUẬN

Khi có tấm phẳng cố định đặt phía sau trụ tròn thì hệ số cản của kết cấu giảm. Chiều dài của tấm phẳng ảnh hưởng rất lớn đến hệ số cản. Khi chiều dài tăng lên thì hệ số cản giảm dần. Nếu  $L \geq 2D$  thì hệ số cản gần như không thay đổi nếu chiều dài  $L$  tăng thêm. Giá trị  $C_D$  lúc này dao động khoảng 1,07. Khi thay thế tấm phẳng cố định bằng tấm phẳng dao động thì có ba dạng xoáy hình thành phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng đó là: xoáy thường, chuỗi xoáy và xoáy của tấm phẳng. Khi chuỗi xoáy hình thành thì hệ số cản thấp hơn so với hai dạng xoáy còn lại. Trong các biên độ và tần số đã khảo sát khi  $L = D$ , tấm phẳng dao động với  $A = 0,3D$  và  $f_s = 0,4$  thì hệ số cản đạt giá trị nhỏ nhất,  $C_D = 1,062$ . Giá trị này nhỏ hơn so với trường hợp sử dụng tấm phẳng cố định có chiều dài  $L=3D$ . Vậy trong các ứng dụng có không gian nhỏ hẹp, để giảm lực cản của kết cấu, chúng ta có thể sử dụng tấm phẳng có chiều dài ngắn hơn nhưng dao động với tần số và biên độ thích hợp để đạt hệ số cản tối ưu hơn. Từ đó giảm các nguy cơ phá hủy kết cấu do các xoáy dao động phía sau gây ra.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Gerrard J. H. - The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies, *J. Fluid. Mech.* **25** (1966) 401–413.
2. Unal M. F., Rockwell D. - On vortex formation from a cylinder. Part 1. The initial instability, *J. Fluid. Mech.* **190** (1988) 491–512.
3. Nakamura Y. - Vortex shedding from bluff bodies with splitter plates, *Journal of Fluids and Structures* **10** (1996) 147–158.
4. Hwang J. H., Yang K. S., Sun S. H. - Reduction of flow induced forces on a circular cylinder using a detached splitter plate, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **95** (2007) 551–564.
5. Kwon. K., Choi. H. - Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plate, *Phys. Fluids* **8** (1996) 479–488.
6. Sudhakar. Y., Vengadesan. S. - Vortex shedding characteristics of a circular cylinder with an oscillating wake splitter plate, *Computers and Fluids* **50** (2012) 40–52.
7. Lai M. C., Peskin C. S. - An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity, *J. Comp. Phys.* **160** (2000) 705–719.
8. Peskin C. S. - The immersed boundary method, *Acta Numer.* **11** (2002) 479–517.
9. Peskin C. S. - Numerical analysis of blood flow in the heart, *J. Comput. Phys.* **25** (1977) 220–252.
10. Griebel M., Dornseifer T. - Numerical simulation in fluid dynamics: A practical introduction, Society for Industrial and App. Math, Philadelphia, PA, USA, 1998.

**ABSTRACT**

**NUMERICAL SIMULATION OF FLOW OVER A CIRCULAR CYLINDER WITH AN OSCILLATING SPLITTER PLATE USING THE IMMERSED BOUNDARY METHOD**

Nguyen Van Nam<sup>1,\*</sup>, Phan Duc Huynh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Cao Thang Technical College, Ho Chi Minh City*

<sup>2</sup>*University of Technical Education Ho Chi Minh City*

\*Email: [nguyennamkt.2311@gmail.com](mailto:nguyennamkt.2311@gmail.com)

Immersed Boundary Method (*IBM*) is applied to the numerical simulation of flow over a circular cylinder with a harmonic oscillating splitter plate. The complex interaction between the vortices shed from the cylinder and the splitter plate is investigated. Three different patterns of vortex shedding are observed depending upon the amplitude and frequency of plate oscillation: normal shedding, chain of vortices and shedding from splitter plate. In addition, the relationships between the drag coefficient, the amplitude and frequency of plate oscillation are also presented. Immersed Boundary method employs a mixture two variables: Lagrangian variable for solid boundary and Eulerian variable for fluid domain. The interactions between the fluid and the structure are represented by forces added to the governing equations. This force densities are computed at Lagrangian markers and are spread to the Cartesian grid points via a Dirac delta function.

*Keywords:* immersed boundary method, oscillating splitter plate, passive flow control.