# LỌC NHIỀU VÀ PHÁT HIỆN BIÊN ẢNH TRONG KHUẾCH TÁN PHI TUYẾN KHÔNG ĐẢNG HƯỚNG

#### NGUYỄN HẢI HÀ, PHẠM TRẦN NHU

# 1. GIỚI THIỆU

Trong phân tích ảnh, mắt người rất nhậy cảm với cấu trúc ảnh có tần số cao, vì vậy bảo toàn đường biên, các góc của ảnh là rất quan trọng [1, 4]. Perona-Malik đã đề xuất một công cụ hữu ích cho làm trơn và không mất mát các thông tin hữu ích của ảnh, đó là phương pháp giải phương trình khuếch tán phi tuyến không đẳng hướng. Cơ sở toán học của NAD là phương trình đạo hàm riêng (PDE) được áp dụng để giải các bài toán liên qua tới lọc nhiễu, phân vùng, bảo toàn và tăng cường biên ảnh,.... nghiệm của PDE chính là kết quả của ảnh được xử lí [1].

Khả năng phát hiện biên ảnh trong mô hình NAD được dựa vào hàm dừng biên là một hàm phi tuyến, phụ thuộc vào độ lớn của gradient cục bộ [1, 3, 6, 7, 8]. Để xây dựng một hàm dừng biên tối ưu, nhiều đề xuất đã được đưa ra, đó là hàm dừng biên Perona-Malik, hàm dừng biên Tukey,.... Tuy nhiên những hàm dừng biên này đều có những hạn chế nhất định, như không dừng điểm biên hay không phân biệt được nhiễu với điểm biên, do đó biên bị làm mờ hoặc điểm ảnh và nhiễu tại biên cùng tồn tại thay vì phải làm trơn [5]. Để bảo toàn biên ảnh và phân biệt điểm nhiễu, mô hình NAD cần phải lựa chọn một hàm dừng biên thích hợp, đáp ứng được các yêu cầu dừng biên tự động, chính xác, ổn định và độ phức tạp tính toán không được quá lớn.

#### 2. ĐÁNH GIÁ CÂU TRÚC CỤC BỘ DỰA VÀO GRADIENT CỦA ẢNH

Gradient cho thông tin về hướng của từng điểm ảnh, trung bình bình phương gradient làm trơn nhiễu lẫn trong gradient, do vậy trích chọn được hướng trội giữa các điểm lân cận của ảnh. Độ lớn và hướng gradient của ảnh I(x, y) trong miền không gian  $\Omega$  không đổi và có đường biên  $\partial \Omega$  là các hàm ảnh liên tục được tính dựa trên hai hạt nhân: gradient theo hướng ngang I(x) và gradient theo hướng dọc I(y). Biên độ của gradient cho điểm ảnh I(x, y) bất kì được tính dựa trên sự khác nhau giữa điểm ảnh trung tâm với các điểm ảnh lân cận được biểu diễn [5]:

$$\left|\nabla I\right| = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \tag{1}$$

trong đó:  $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}, I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$  là đạo hàm của ảnh theo x, y.

## 3. HÀM DÙNG BIÊN TRONG MÔ HÌNH KHUẾCH TÁN PHI TUYẾN KHÔNG Đ**ẳng Hướng**

Phương trình khuếch tán phi tuyến không đẳng hướng với một hàm dừng biên  $g(\|\nabla I\|)$  là hàm suy biến phụ thuộc vào độ lớn của gradient  $(|\nabla I|)$  [1, 3, 6, 7, 8]. Mô hình NAD tính toán

ånh lọc I(x, y, t) từ ảnh lẫn nhiễu ban đầu I(x, y, 0) như một nghiệm của phương trình đạo hàm riêng (PDE) có dạng [1, 3, 6, 7, 8]:

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = div \left( g \left\| \nabla I \right\| \nabla I \right) \qquad (x, y, t) \in \Omega$$
(2)

 $\nabla I$  - gradient cường độ của ảnh I; div - toán tử divergence:

$$div(g \|\nabla I\| \nabla I) = \left(\frac{\partial}{\partial x} g(I)^2 \frac{\partial}{\partial x} I\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y} g(I)^2 \frac{\partial}{\partial y} I\right)$$

Phân tích phương trình (2) thành tổng của hai quan hệ khuếch tán theo hai hướng tiếp tuyến (T) và pháp tuyến (N) với đường biên ảnh (hình 1) [1, 7, 8]:



Hình 1. Minh họa các hướng lọc ảnh

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = div \left\{ g\left( \left\| \nabla I \right\| \right) \nabla I \right\} = g\left( \left\| \nabla I \right\| \right) I_{TT} + h\left( \left\| \nabla I \right\| \right) I_{NN}$$
(3)

Trường hợp khuếch tán một chiều và làm sắc nét biên ảnh, phương trình (3) là nghịch biến theo hướng pháp tuyến (N) của gradient với đường biên ảnh. Nghĩa là:  $h(\|\nabla I\|) = g(\|\nabla I\|) + 2|\nabla I|g'(\|\nabla I\|) < 0$  khi  $|\nabla I| > K$ , K - tham số ngưỡng gradient (tương phản) cho trước, với  $(0 < K \le 1)$ . Nếu chỉ quan tâm tới biên ảnh, phương trình (3) có thể được coi là hàm một biến [1, 7]):

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = g\left( \left\| \nabla I \right\| \right) I_{TT}$$
(4)

Perona-Malik đề xuất hàm dừng biên [1, 5 - 8]:

$$g_{P-M}\left(\left\|\nabla I\right\|\right) = \frac{1}{1 + \frac{\left\|\nabla I\right\|}{\kappa^2}}$$
(5)

Hàm dừng biên được Tukey đề xuất [3, 4]:

$$g_{Tukey}\left(\left\|\nabla I\right\|\right) = \begin{cases} \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{\left\|\nabla I\right\|}{K^2}\right)^2, & |\nabla I| \le K \\ 0, & |\nabla I| > K \end{cases}$$
(6)

Một trong những phương pháp cài đặt thông dụng để bảo toàn biên ảnh là hàm dừng biên  $g(\|\nabla I\|)$ được xác định sao cho:  $g(\|\nabla I\|) \rightarrow 0$  khi  $|\nabla I| \rightarrow \infty$  và  $g(\|\nabla I\|) \rightarrow 1$  khi  $|\nabla I| \rightarrow 0$ . Ý tưởng là làm giảm dần sự khuếch tán khi gần tới biên ảnh mà tại đó gradien  $(\nabla I)$  trở nên lớn [1,

3, 8].

Tốc độ hội tụ của hàm dừng biên (5) dần tới 0 phụ thuộc vào việc chọn hằng số *K*. Tuy nhiên, tại thời điểm  $|\nabla I| \approx K$ , hàm  $g(||\nabla I||) \gg 0$ , thậm chí tại thời điểm  $|\nabla I| \to \infty$  khi  $g(||\nabla I||) \approx 0$ , dòng khuếch tán trong hàm (4) chưa dừng hoàn toàn, vì vậy biên ảnh có thể bị mờ.

Hàm dừng biên (6) có khả năng dừng biên tự động do tiến trình khuếch tán dừng ngay khi  $|\nabla I| \approx K$ , do vậy biên ảnh được duy trì. Nhưng nhược điểm chính của hàm là khi  $|\nabla I| > K \rightarrow g(||\nabla I||) = 0$ , hàm không có tác dụng làm trơn nhiễu tại biên, do hạn chế khả năng phân biệt điểm nhiễu cũng có tần số cao giống như điểm ảnh tại biên.

Do đó, cần biến đổi hàm  $g(\|\nabla I\|)$  để điều khiển dòng khuếch tán dừng tại biên khi  $|\nabla I| \rightarrow \infty$  và không làm mờ biên ảnh, đồng thời phân biệt chính xác điểm nhiễu trên ảnh và tăng tốc độ hội tụ của hàm .

# 4. HÀM DÙNG BIÊN TÍCH CỰC

Hàm dừng biên (5) và (6) được biến đổi thành hàm dừng biên tích cực trong mô hình NAD cho cài đặt như sau:

$$g_{act}\left(\left\|\nabla I\right\|\right) = \begin{cases} e^{\frac{\left\|\nabla I\right\|}{K^{2}}} \times \left(1 - \frac{\left\|\nabla I\right\|}{K^{2}}\right)^{2}, & \left|\nabla I\right| \le K\\ 0, & \left|\nabla I\right| > K \end{cases}$$
(7)

trong hàm (7)  $g_{act} \left( \left\| \nabla I \right\| \right)$  phụ thuộc hoàn toàn vào độ lớn của gradient vùng ảnh cục bộ với hai thành phần  $\frac{\left\| \nabla I \right\|}{\kappa^2}$  và  $e^{\frac{\left\| \nabla I \right\|}{\kappa^2}}$ .

Tuỳ thuộc vào vùng ảnh là đồng nhất hay không đồng nhất, mà bộ lọc sẽ tự động điều chỉnh giá trị của gradient cho phù hợp với hướng biến thiên cực đại và cực tiểu. Hàm dừng biên tích cực là hàm phi tuyến với giá trị lớn khi gradient nhỏ (vùng cấu trúc ảnh đồng nhất) và giá trị nhỏ khi gradient lớn (các điểm biên ảnh).

Thực vậy, khi  $|\nabla I| < K \rightarrow e^{\frac{\|\nabla I\|}{K^2}} \rightarrow 1$ ,  $\frac{\|\nabla I\|}{K} \rightarrow 0$ , nghĩa là  $g_{act}(\|\nabla I\|) \rightarrow 1$ , sự khuếch tán trở thành đẳng hướng và tỉ lệ nghịch với nội dung thông tin. Khi  $|\nabla I| \approx K \rightarrow g_{act}(\|\nabla I\|) \rightarrow 0$ , dòng khuếch tán dừng hoàn toàn khi tới biên ảnh, trong khi nhiễu vẫn tiếp tục được làm trơn. Khi  $|\nabla I| \rightarrow \infty$  vùng ảnh là phản xạ hoàn toàn (vùng biên của ảnh),  $g_{act}(\|\nabla I\|) = 0$ .

Có nghĩa hàm dừng biên (7) có khả năng bảo toàn một số đặc trưng của biên ảnh và tốc độ suy giảm (hội tụ) của hàm (7) tăng lên so với hàm (5). Đồng thời hàm dừng biên (7) duy trì làm

trơn nhiễu ngay cả khi  $|\nabla I| \approx K$ , tức là khả năng phân biệt được điểm nhiễu và điểm biên ảnh tốt hơn so với hàm dừng biên (6).

## 5. KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM

#### 5.1. Đánh giá chất lượng ảnh

Ånh quan sát lưu trữ là hàm hai chiều I(x, y), với (x, y) là biến cục bộ không gian và  $(x, y) \in R^2$ . Ta có thể biểu diễn hàm ảnh [1 - 4]):

$$I(x, y) = u(x, y) + \eta_a(x, y)$$
(8)

trong đó: u(x, y)- anh gốc (anh sạch không lẫn nhiễu);  $\eta_a(x, y)$ - nhiễu Gauss có trung bình không.

Khi ảnh quan sát có phân bố như biểu thức (8), lúc này nhiễu Gauss độc lập, không phụ thuộc vào tín hiệu ảnh sạch u(x, y). Chất lượng ảnh sau xử lí từ ảnh lẫn nhiễu được xác định dựa vào sự tính toán chỉ tiêu sai số trung bình bình phương (MSE), tỉ số tín hiệu/nhiễu (SNR) và đỉnh tỉ số tín hiệu/nhiễu (PSNR) (xem [8]). Với:

$$MSE = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \left[ I_{original}\left(i, j\right) - I_{denoised}\left(i, j\right) \right]^{2}$$

$$\tag{9}$$

$$SNR(dB) = 10 \log_{10} \frac{\sigma_{s}^{2}}{\sigma_{n}^{2}} = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} I_{original}^{2}(i, j)}{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \left[ I_{original}(i, j) - I_{denoised}(i, j) \right]^{2}}$$
(10)  
$$PSNR(dB) = -10 \log_{10} \frac{MSE}{I_{max}^{2}}$$
(11)

N M

trong đó: *M*, *N* là kich thước của ảnh;  $\sigma_s, \sigma_n$  lần lượt là phương sai của ảnh sạch và nhiễu.

#### 5.2. Lựa chọn tham số ngưỡng gradient K cho hàm dừng biên

Tham số ngưỡng tương phản *K* của hàm dừng biên tích cực được sử dụng để cân bằng sự đồng biến và nghịch biến trong tiến trình khuếch tán của các điểm ảnh. Nếu chọn  $K > |\nabla I|$ , việc làm trơn ảnh trở nên trội. Chọn  $K \le |\nabla I|$ , tiến trình khuếch tán giới hạn chủ yếu vào việc phát hiện biên ảnh.

Hiệu quả của hàm dừng biên tích cực trong mô hình đề xuất được đánh giá thông qua các chỉ tiêu chất lượng của ảnh y tế X.Q (hình 2) có mức xám  $\in (0 \div 255)$ , kích thước  $512 \times 512$  pixel, nhiễu Gauss ( $\sigma = 10$ ). Các chỉ tiêu chất lượng ban đầu của ảnh thực nghiệm: tỉ số tín hiệu/nhiễu (SNR = 20,18 dB), đỉnh tỉ số tín hiệu/nhiễu (PSNR = 28,04 dB) và sai số trung bình bình phương (MSE = 102,11).



(a) Ånh XQ sạch



(b) Ảnh XQ lẫn nhiễu Gauss ( $\sigma$ =10)



(c) Ảnh XQ sau xử lí cài đặt  $g_{act} \left( \left\| \nabla I \right\| \right)$  với K = 0,005



(d) Ảnh XQ sau xử lí cài đặt  $g_{act} \left( \left\| \nabla I \right\| \right)$  với K = 0,02



(e) Ảnh XQ sau xử lí cài đặt  $g_{act} \left( \left\| \nabla I \right\| \right)$  với K = 0,04



(f) Phân đoạn ảnh XQ *a*, *b*, *c*, *d*, *e Nhận xét.* Ảnh (c) K=0,005 biên ảnh được bảo toàn, nhiễu tồn tại tại biên; Ảnh (d) K = 0,02 nhiễu được làm trơn, đồng thời các đường viền được bảo toàn; Ảnh (e) K = 0,04 nhiễu được làm trơn, nhưng làm mờ biên.

*Hình 2.* Kết quả lọc nhiễu Gauss-bảo toàn biên ảnh XQ dùng  $g_{act}(\|\nabla I\|)$ trong mô hình NAD với tham số *K* khác nhau Trong thực nghiệm chọn giá trị của tham số  $K \in [0,1]$ , mỗi giá trị của K tương ứng với một chỉ tiêu đánh giá chất lượng ảnh được xử lí liệt kê trong bảng 1 và minh họa bằng hình 3.

K	MSE	SNR (dB)	PSNR (dB)
0,001	97,29	20,30	28,25
0,005	65,48	22,02	29,97
0,01	53,47	22,90	30,85
0,02	<mark>44,88</mark>	<mark>23,66</mark>	<mark>31,61</mark>
0,04	43,26	23,82	31,77
0,05	41,98	24,02	31,90
0,1	41,50	24,07	31,95
0,2	41,31	24,09	31,97
0,5	41,22	24,10	31,98
1	41,22	24,10	31,98

Bảng 1. Chỉ tiêu đánh giá chất lượng ảnh biến thiên theo tham số K



Hình 3. Biểu diễn độ dốc của SNR và PSNR theo tham số ngưỡng K (K = 0,001 ÷ 0,02 độ dốc SNR, PSNR lớn; K = 0,04 ÷ 0,1 độ dốc SNR, PSNR nhỏ)

Số liệu trong bảng 1 và hình 3 biểu diễn với giá trị của  $K = 0,001 \div 0,02$  các chỉ tiêu đánh giá chất lượng ảnh SNR, PSNR và MSE biến thiên nhanh, tương ứng với vùng ảnh có gradient lớn, tăng độ tương phản của ảnh. Trái lại, vùng ảnh có gradient nhỏ (K > 0,02), các chỉ tiêu trên biến thiên chậm, nghĩa là làm trơn tuyến tính ảnh.

Mục đích của bộ lọc khuếch tán phi tuyến không đẳng hướng tập trung vào vấn đề bảo toàn biên, do vậy trong thực nghiệm chọn K = 0,02 cho cài đặt các hàm dừng biên.

(a) Ảnh Hoa-cửa sổ sạch (b) Ảnh Hoa-cửa sổ lẫn nhiễu Gauss ( $\sigma =$ 15) (c) Ảnh Hoa-cửa sổ sau xử cài đặt  $g_{P-M} \left( \left\| \nabla I \right\| \right)$ với K = 0,02 (d) Ånh Hoa-cửa số -sa-cưa sổ sau xử lí cài đặt  $g_{Tukey}(\|\nabla I\|)$ (e) Ảnh Hoa-cửa sổ sau xử lí cài đặt  $g_{act}\left(\left\| \nabla I \right\|\right)$ với K = 0,02

*Hình 4.* Kết quả lọc nhiễu Gauss - bảo toàn biên ảnh Hoa-cửa số với K = 0,02 và cài đặt các hàm dừng biên khác nhau

#### 5.3. Đánh giá hiệu quả giảm nhiễu-bảo toàn biên ảnh của các hàm dừng biên

Ånh thực nghiệm dùng đánh giá hiệu quả của hàm dừng biên tích cực so với các hàm dừng biên P-M và Tukey trong mô hình NAD được đánh giá thông qua các chỉ tiêu chất lượng của ảnh Hoa-cửa sổ (hình 4). Ảnh Hoa-cửa sổ có mức xám  $\in (0 \div 255)$ , kích thước 512 × 512 pixels, mức nhiễu Gauss ( $\sigma = 15$ ) với các chỉ tiêu chất lượng ban đầu: SNR = 16,52dB, PSNR = 24,61dB và MSE = 224,95.

Để đánh giá hiệu quả của hàm dừng biên tích cực, hàm dừng biên (5), (6), (7) lần lượt được cài đặt trong kĩ thuật lọc khuếch tán phi tuyến không đẳng hướng với tham số K = 0,02. Chỉ tiêu đánh giá chất lượng ảnh của từng hàm dừng biên cài đặt trong bộ lọc NAD được biểu diễn trong bảng 2 và minh họa trong hình 4.

Hàm	MSE	SNR (dB)	PSNR (dB)
Dừng biên Perona-Malik: $g_{PM}(\ \nabla I\ )$	90,17	20,49	28,58
Dừng biên Tukey: $g_{Tukey}(\ \nabla I\ )$	93,56	20,33	28,42
Dừng biên tích cực: $g_{act} \left( \left\  \nabla I \right\  \right)$	87,92	20,60	28,69

Bảng 2. Chỉ tiêu đánh giá chất lượng ảnh với các hàm dừng biên khác nhau

Trong mô hình NAD, hàm dừng biên tích cực có tốc độ hội tụ nhanh hơn so với hàm dừng biên P-M khi  $|\nabla I| \rightarrow \infty$  do  $g_{act}(\|\nabla I\|) = 0$  tức thời và đảm bảo khả năng làm trơn nhiễu trong khi hàm dừng biên Tukey bỏ qua các điểm nhiễu tại biên ảnh. Kết quả cho thấy, trong mô hình cài đặt hàm dừng biên tích cực ảnh sau xử lí có các chỉ tiêu đánh giá chất lượng tốt hơn so với trường hợp cài đặt hàm dừng biên Perona-Malik và hàm dừng biên của Tukey. Nghĩa là, hàm  $g_{act}(\|\nabla I\|)$  đáp ứng yêu cầu làm trơn ảnh, dừng biên tự động và không làm mờ biên ảnh.

# 6. KẾT LUẬN

Hàm dừng biên tích cực đã kết hợp ru thế tăng độ tương phản biên ảnh nhờ suy giảm hàm mũ (exp) với khả năng dừng biên tức thời của hàm dừng biên Tukey trong mô hình NAD. Sự kết hợp này đã khắc phục được hạn chế làm mờ biên của hàm dừng biên Perona-Malik và không phân biệt được điểm nhiễu và điểm biên ảnh của hàm dừng biên Tukey.

Khả năng thích nghi của bộ lọc được đảm bảo do hàm dừng biên tích cực trong mô hình NAD biến đổi theo độ lớn gradient của vùng ảnh cục bộ. Việc điều chỉnh ngưỡng K trong hàm dừng biên tích cực có ý nghĩa lớn trong việc chọn lựa mục đích xử lí hàm ảnh, K đủ nhỏ bộ lọc chủ yếu bảo toàn biên ảnh, K lớn lọc vùng đồng nhất. Với sự biến đổi của  $(|\nabla I|)$  và sự điều chỉnh tham số ngưỡng tương phản K, hàm dừng biên tích cực đáp ứng được các yêu cầu dừng biên tự động, chính xác, ổn định và độ phức tạp tính toán không quá lớn so với các hàm dừng biên đã được đề xuất.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1. Joachim Weickert Anisotropic Diffution in Image Processing, Stutgart-Germany, Teubnex, 1998.
- 2. Yehuda Pinchover, Jacob Rubinstein An Introduction to Partial Differential Equations, Cambridge University Press, 2005.
- Khaled Z. Abd-Elmoniem, Abou-Bakr M. Youssef NAD Yasser M. Kadah Real-Time Speckle Reduction NAD Coherence Enhancement in Ultrasound Imaging via Nonlinear Anisotropic Diffusion, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 49 (9) (2002) 997-1014.
- 4. Sigurd Angenent, Eric Pichon, Allen Tannenbaum Mathematical Methods in Medical Image Processing, Bulletin of the American Mathematical Society **43** (3) (2006) 365-396.
- 5. Laura Fritz Interactive Diffusion-Based Volume Segmentation using Cg, a High-Level Shading Language, Vienna University of Technology, 2006.
- Antoni Buades, Bartomeu Coll, Jose-Luis Lisani NAD Catalina Sbert Conditional images diffusion, Inverse Problems NAD Imaging, American Institute of Mathematical Sciences 1 (4) (2007) 593–608.
- 7. Selim Esedoglu An Analysis the Perona-Malik Scheme, Communications on Pure NAD Applied Mathematics, John Wiley & Son, Inc., Vol. LIV, 0001-0046 (2001).
- C. P. Loizou, C. S. Pattichis, C. I. Christodoulou, R. S. H. Istepanian, M. Pantziarits, A. Nicolaides Comparative Evalution of Despeckle Filtering in Ultrasound Imaging of the Carotid Artery, IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics, NAD Frequency Control 52 (10) (2005).

#### SUMMARY

# NOISE FILTERING AND DETECTING EDGE IMAGE IN NONLINEAR ANISOTROPIC DIFFUSION

Nonlinear Anisotropic Diffusion (NAD) is a smoothing while edge preserving process, which itself depends on local properties of the image. In order to avoid blurring of edges, automated problem for detecting edge pixels also differentiate between edge noise is important in NAD method. The main contribution in this paper to introduce an active stopping-function instead of Perona-Malik's stopping-function and Tukey's stopping-function in NAD model. Numerical experimental results are demonstrated for comparing effective of these stopping-functions to image quality evaluation criteria.

Địa chỉ:

Nhận bài ngày 10 tháng 5 năm 2009

Nguyễn Hải Hà , Trường Cao đẳng Kĩ thuật Thiết bị Y tê – Bộ Y tế.

Phạm Trần Nhu,

Trường Đại học Thành Đô;

Viện CNTT- Viện KH & CN VN.