

ĐÁNH GIÁ MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP NỘI SUY DỊ THƯỜNG ĐỘ CAO TRÊN MÔ HÌNH

PHẠM HOÀNG LÂN, BÙI KHẮC LUYẾN

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Dị thường độ cao là một trong các đặc trưng cơ bản của thể trọng trường và hình dạng Trái Đất. Biết đại lượng này, ta có thể xác định được độ cao trắc địa, nếu có độ cao geoid (quasigeoid) từ kết quả đo cao hình học kết hợp với số liệu đo trọng lực dọc tuyến, và ngược lại, nếu đã có độ cao trắc địa, ta có thể xác định được độ cao geoid, không cần đo cao hình học kết hợp với việc sử dụng số liệu đo trọng lực. Dị thường độ cao cũng rất cần thiết cho lĩnh vực hải văn trong việc xác định khoảng chênh giữa mặt geoid và mặt biển trung bình, cho các nghiên cứu khảo sát địa vật lý, cho mục đích quân sự...

Các giá trị dị thường độ cao có thể được xác định trực tiếp thông qua các số liệu trắc địa, thiên văn, trọng lực và quan sát vệ tinh nhân tạo của Trái Đất. Song, để tiết kiệm công sức, tiền của và thời gian, người ta thường chỉ áp dụng cách làm này cho một số điểm rời rạc trong một khu vực giới hạn nhất định, còn với hàng loạt điểm bất kỳ trong khu vực xét sẽ tiến hành xác định gián tiếp thông qua các phương pháp nội suy khác nhau.

Rõ ràng là để đánh giá độ chính xác của kết quả nội suy, cần có các điểm kiểm tra (đối chứng) đã biết trước, và càng có nhiều điểm như thế càng tốt. Trong bài báo này chúng tôi khảo sát một số phương pháp nội suy dị thường độ cao gần đây thường được nhắc tới, nhưng trên cơ sở sử dụng mô hình. Cách làm này cho độ tin cậy cao hơn trong việc đánh giá độ chính xác của kết quả nội suy, vì chúng ta có thể có được rất nhiều điểm kiểm tra, thêm vào đó trị số dùng để kiểm tra là hoàn toàn chính xác, không chứa sai số đo đạc, tính toán mà số liệu thực tế vốn có.

II. XÂY DỰNG MÔ HÌNH DỊ THƯỜNG ĐỘ CAO

Ta hãy giả sử mặt đẳng thế trọng trường chuẩn là một mặt phẳng. Bề mặt này sẽ bị xê dịch đi thành

mặt đẳng thế mới, nếu xuất hiện nguồn vật chất gây nhiễu. Khoảng chênh về độ cao giữa hai mặt đó chính là dị thường độ cao.

Cho nguồn nhiễu có khối lượng vật chất m_i được bố trí ở độ sâu a_i so với mặt đẳng thế chuẩn và có toạ độ x_i, y_i ($i = 1 \div k$). Khi đó dị thường độ cao ζ_i tại điểm xét có toạ độ x, y do điểm nhiễu thứ i gây ra sẽ được xác định theo biểu thức sau [1]:

$$\zeta_i = \frac{f \cdot m_i}{\gamma [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + a_i^2]^{3/2}} \quad (1)$$

trong đó: $f = 6672 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3/\text{Kg} \cdot \text{s}^2$ là hằng số hấp dẫn, $\gamma = 980 \text{ gal}$ là giá trị trọng lực bình thường trung bình trên Trái Đất.

Giá trị dị thường độ cao tổng hợp do k nguồn nhiễu i gây ra tại điểm xét sẽ bằng:

$$\zeta(x, y) = \sum_{i=1}^k \zeta_i \quad (2)$$

Như vậy ta sẽ có hàng loạt điểm xét với giá trị dị thường độ cao chính xác. Đó chính là mô hình dị thường độ cao trên đó ta sẽ khảo sát các phương pháp nội suy khác nhau. Lấy một số điểm trong số các điểm như thế làm điểm "gốc" để từ đó nội suy cho các điểm còn lại, ta sẽ có sai số nội suy được đánh giá như sau:

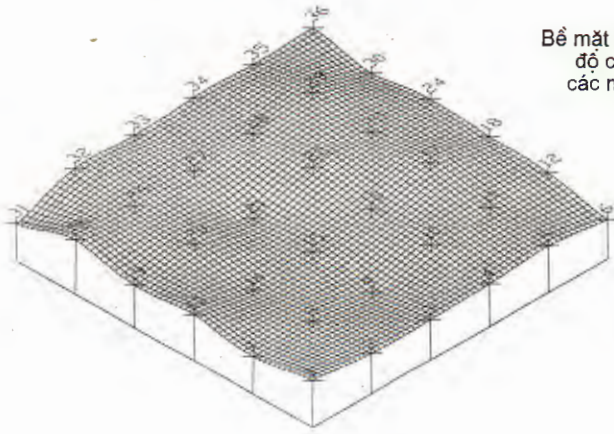
$$\Delta \zeta_j = \zeta_j - \zeta_{j \text{ nội suy}}; \quad j = 1 \div n \quad (3)$$

trong đó n - số lượng điểm được nội suy, ζ_j - giá trị dị thường độ cao chính xác của điểm j trên mô hình, $\zeta_{j \text{ nội suy}}$ - giá trị dị thường độ cao được nội suy cho điểm j .

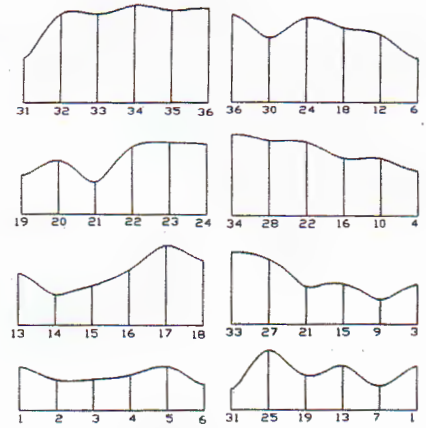
Chúng tôi đã xét 3 mô hình dị thường độ cao với mức độ biến đổi phức tạp khác nhau. Các mô hình có kích thước mỗi chiều là 120 km. Các giá trị dị thường độ cao được cho tại các mắt lưới 2 km \times 2 km. Vị trí và số thứ tự của các nguồn nhiễu

được cho trên các mô hình tương ứng dưới đây. Bề mặt địa thường độ cao, các mặt cắt và một số đặc

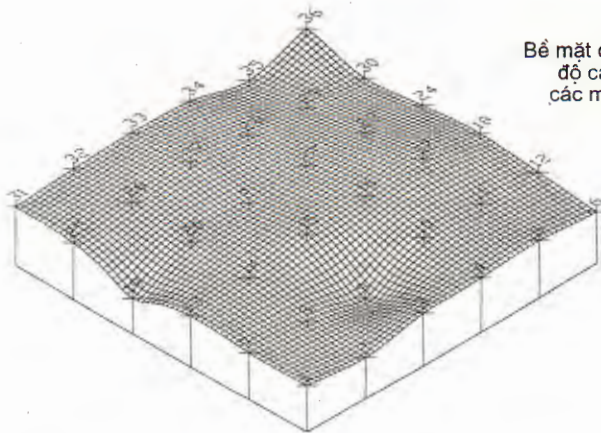
trung của từng mô hình cụ thể được thể hiện trên các hình 1-3.



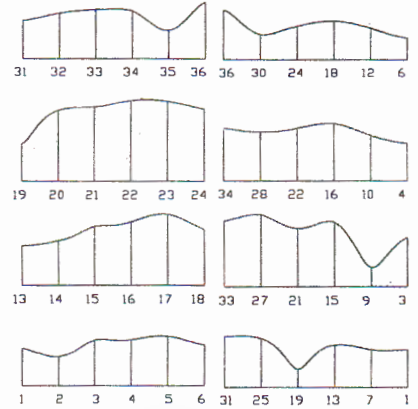
Bề mặt địa thường độ cao và các mặt cắt



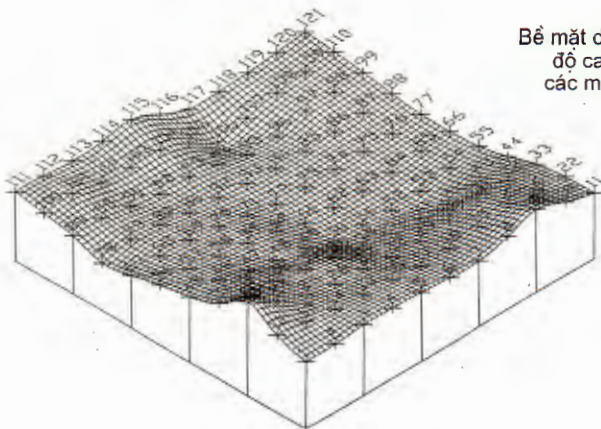
Hình 1. Mô hình số 1 : số lượng nguồn nhiễu : 36, $\zeta_{Max} = 5,411$ m, $\zeta_{Min} = - 4,900$ m, $\zeta_{TB} = 0,433$ m



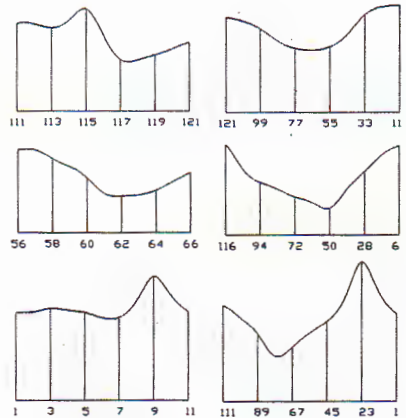
Bề mặt địa thường độ cao và các mặt cắt



Hình 2. Mô hình số 2 : số lượng nguồn nhiễu : 36, $\zeta_{Max} = 6,277$ m, $\zeta_{Min} = - 7,025$ m, $\zeta_{TB} = 1,244$ m



Bề mặt địa thường độ cao và các mặt cắt



Hình 3. Mô hình số 3 : số lượng nguồn nhiễu : 121, $\zeta_{Max} = 10,339$ m, $\zeta_{Min} = - 10,489$ m, $\zeta_{TB} = - 2,910$ m

III. CÁC PHƯƠNG PHÁP NỘI SUY

Căn cứ vào các giá trị ζ_{MAX} , ζ_{MIN} , ζ_{TB} cùng các mặt cắt và bề mặt dị thường độ cao của các mô hình đã cho, ta có thể xem mô hình 1 đặc trưng cho vùng đồng bằng, mô hình 2 - vùng trung du và mô hình 3 - vùng núi.

Chúng tôi đã sử dụng các phương pháp nội suy sau đây :

1) Phương pháp đa thức 6 tham số [4]

$$\zeta(x,y) = ax + by + cxy + dx^2 + ey^2 + g \quad (4)$$

2) Phương pháp đa thức 10 tham số [4]

$$\zeta(x,y) = ax + by + cxy + dx^2 + ey^2 + gx^2y + mx^2y + nx^3 + ly^3 + f \quad (5)$$

3) Phương pháp Spline [3]

$$\zeta[P(x,y)] = \sum_{i=1}^n a_i \cdot r_{P_i}^2 \cdot \ln(r_{P_i}) + \tau_1 + \tau_2 x + \tau_3 y \quad (6)$$

trong đó $r_{P_i} = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$, a_i ($i = 1 \div n$), τ_1 , τ_2 , τ_3 là nghiệm của hệ phương trình sau :

$$\begin{pmatrix} 0 & g_{1,2} & \dots & g_{1,n} & 1 & x_1 & y_1 \\ g_{2,1} & 0 & \dots & g_{2,n} & 1 & x_2 & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n,1} & g_{n,2} & \dots & g_{n,n} & 1 & x_n & y_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dots \\ \zeta_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$g_{i,j} = g_{j,i} = \begin{cases} r_{P_i, P_j}^2 (r_{P_i, P_j}) & \text{với } i \neq j \\ 0 & \text{với } i = j \end{cases}$$

4) Phương pháp Kriging [2]

$$\zeta(x,y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \zeta_i \quad (8)$$

trong đó các hệ số λ_i là nghiệm của hệ phương trình sau :

$$A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} \lambda \\ \theta \end{pmatrix} \quad (9)$$

θ là hệ số Lagrange :

$$A = \begin{pmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & \dots & C_{1,n} & 1 \\ C_{2,1} & C_{2,2} & \dots & C_{2,n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n,1} & C_{n,2} & \dots & C_{n,n} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b^T = (C_{P,1} \ C_{P,2} \ \dots \ C_{P,n} \ 1)$$

C_{ij} là các giá trị bán phương sai, được tính theo biểu thức sau :

$$C_{i,j} = \begin{cases} C_0 + C_1 \left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{S_{i,j}}{a} \right)^3 \right] & \text{với } 0 < S_{i,j} < a \\ C_0 + C_1 & \text{với } S_{i,j} \geq a \\ 0 & \text{với } S_{i,j} = 0 \end{cases}$$

$S_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$, C_0 , C_1 , a - các tham số cần xác định.

5) Phương pháp Collocation [2]

$$\zeta(x,y) = \sum_{i=1}^n a_{P_i} \zeta_i = (C_{P,1} \ C_{P,2} \ \dots \ C_{P,n}) \times \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dots \\ \zeta_n \end{pmatrix} \quad (10)$$

trong đó $C_{i,j}$ - các giá trị hiệp phương sai của dị thường độ cao. Chúng có thể được tính theo mô hình hàm hiệp phương sai, chẳng hạn :

$$C_\zeta(S) = D_\zeta \cdot e^{-\frac{S}{L}} \left(1 + \frac{S}{L} - \frac{S^2}{2L^2} \right) \quad (11)$$

trong đó D_ζ - phương sai, L - bán kính đặc trưng, S - khoảng cách giữa hai điểm ứng với giá trị hiệp phương sai cần tìm.

IV. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

Với mỗi mô hình cụ thể chúng tôi đã tiến hành nội suy dị thường độ cao theo cả 5 phương pháp nêu trên. Khoảng cách giữa các điểm "gốc" lấy lần lượt là 5, 10, 15 và 20 km. Độ chính xác của kết quả nội suy được thể hiện qua các đại lượng sau :

Bảng 1. Sai số nội suy trên các mô hình

Khoảng cách	Sai số	Collocation	Kriging	Spline	Đa thức 6 tham số	Đa thức 10 tham số
Mô hình 1						
05 Km	m _{Max}	0,054 m	0,172 m	0,095 m	4,763 m	5,784 m
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,001	0,006	0,002	1,046	0,703
	m _{TP}	0,002	0,011	0,004	1,316	0,923
10 Km	m _{Max}	0,190	0,531	0,349	4,388	4,980
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,014	0,047	0,022	1,080	0,736
	m _{TP}	0,025	0,072	0,039	1,340	0,948
15 Km	m _{Max}	0,512	0,868	0,654	4,033	4,323
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,075	0,134	0,099	1,124	0,771
	m _{TP}	0,112	0,190	0,145	1,377	0,982
20 Km	m _{Max}	1,466	1,603	1,555	3,704	3,758
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,197	0,246	0,222	1,171	0,806
	m _{TP}	0,275	0,337	0,307	1,423	1,021
Mô hình 2						
05 Km	m _{Max}	0,098 m	0,263 m	0,143 m	7,116 m	7,884 m
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,001	0,006	0,002	1,200	1,090
	m _{TP}	0,005	0,015	0,008	1,639	0,482
10 Km	m _{Max}	0,496	0,861	0,648	7,209	6,908
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,018	0,041	0,027	1,218	1,123
	m _{TP}	0,044	0,086	0,061	1,664	1,516
15 Km	m _{Max}	1,512	1,910	1,728	7,283	7,056
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,080	0,121	0,100	1,246	1,164
	m _{TP}	0,159	0,221	0,190	1,700	1,566
20 Km	m _{Max}	2,877	3,087	3,014	7,325	7,176
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001
	m _{TB}	0,232	0,263	0,244	1,276	1,205
	m _{TP}	0,406	0,453	0,430	1,739	1,622
Mô hình 3						
05 kn	m _{Max}	0,114 m	0,368 m	0,166 m	7,420 m	6,914 m
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,003	0,015	0,005	1,399	1,253
	m _{TP}	0,007	0,030	0,012	1,867	1,704
10 km	m _{Max}	0,890	1,568	1,079	7,468	7,223
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001
	m _{TB}	0,063	0,097	0,076	1,739	1,451
	m _{TP}	0,109	0,166	0,132	2,242	1,987
15 km	m _{Max}	2,213	2,920	2,410	7,985	7,534
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,168	0,234	0,183	1,455	1,304
	m _{TP}	0,267	0,374	0,291	1,958	1,791
20 Km	m _{Max}	3,623	3,808	3,506	8,352	7,572
	m _{Min}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	m _{TB}	0,389	0,422	0,394	1,491	1,336
	m _{TP}	0,564	0,617	0,572	2,007	1,832

$$m_{\text{Max}} = |\Delta\zeta_j|_{\text{Max}} ; m_{\text{Min}} = |\Delta\zeta_j|_{\text{Min}} ;$$

$$m_{\text{TB}} = \frac{\sum_{j=1}^n |\Delta\zeta_j|}{n} ; m_{\text{TP}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\Delta\zeta_j)^2}{n}}$$

trong đó n là tổng số điểm được nội suy. $\Delta\zeta_j$ được hiểu theo công thức (3). Số lượng điểm nội suy trên mỗi mô hình ứng với khoảng cách giữa các điểm "góc" khác nhau đều được lấy bằng 3721 điểm, tức là lấy tại đỉnh của các ô có kích thước 2 km \times 2 km trên toàn bộ vùng xét với kích thước 120 km \times 120 km. Các đại lượng đó được cho tương ứng với từng mô hình trong *bảng 1* (trang 35).

NHẬN XÉT VÀ KẾT LUẬN

Các số liệu trong các bảng trên cho thấy :

- Sai số nội suy trung phương có trị số lớn hơn sai số nội suy trung bình. Ở khoảng cách nhỏ tỷ số giữa chúng nằm trong khoảng từ 2 đến 3 lần, còn ở khoảng cách lớn tỷ số này đạt cỡ 1,5 lần. Sau đây ta sẽ chỉ xét đến sai số nội suy trung phương.

- Phương pháp nội suy đa thức với 6 tham số và 10 tham số cho sai số nội suy tới hàng mét, quá lớn so với các phương pháp khác.

- Trong các phương pháp còn lại thì phương pháp Collocation cho kết quả nội suy tốt nhất, rồi đến phương pháp spline, cuối cùng là phương pháp Kriging. Điều này thể hiện rất rõ ở các khoảng cách nội suy không lớn.

- Sai số nội suy phụ thuộc rất mạnh vào khoảng cách nội suy. Chẳng hạn với phương pháp Collocation, khi khoảng cách nội suy tăng 2 lần thì sai số nội suy có thể tăng tới cỡ 10 lần.

- Sai số nội suy thay đổi tùy thuộc vào mức độ phức tạp của mô hình. Ở khoảng cách cỡ 5 km sai số nội suy trên cả 3 mô hình không vượt quá 0,01 m. Nhưng ở khoảng cách tới 10 km sai số nội suy trên 2 mô hình với mức độ phức tạp vừa phải (mô hình 1 và mô hình 2), đạt cỡ 0,03 - 0,04 m, còn ở mô hình phức tạp hơn (mô hình 3) - tới 0,11 m. Ở

khoảng cách tới 15 km, các giá trị sai số nội suy tương ứng bằng 0,16 m, 0,11 m và 0,27 m.

- Mức độ phức tạp của các mô hình đã xét có thể được xem là đặc trưng cho các tình huống thực tế của bề mặt địa thường độ cao, và do vậy các kết quả mà chúng tôi nhận được có tính đại diện và khái quát nhất định.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] V.F. EREMEEV, M.I. YURKINA, 1972 : Lý thuyết độ cao trong trọng trường Trái Đất. Nhà xuất bản "Nedra", Moskva, 144 trang (Nga văn).

[2] W.A. HEISKANEN, H. MORITZ, 1967 : Physical geodesy. W.H. Freeman, San Fransisco and London.

[3] V.A. VASILENKO, 1983 : Hàm Spline. Lý thuyết, thuật toán, chương trình tính. Nhà xuất bản "Nauka", Novosibirsk, 210 trang (Nga văn).

[4] GAO JING XIANG, 1999 : The Robust Estimation Model for the Coordinate Transformation of the GPS Network in Mine Area. Journal of China University of Mining and Technology, V. 28, 2, 99-103.

[5] Library AIT, 1998 : Principle of Geographical Information System. Oxford University Press, 333 p.

SUMMARY

Estimation of some interpolation methods for height anomaly on the model

Based on 3 mathematical models, the paper considers height anomaly interpolation by using Polynomial method with 6 and 10 parameters, Spline, Kriging and Collocation methods. The computation data show that the Collocation method provides best result of interpolation. So for the interpolation distance shorter than 5 km, this method gives the accuracy of no more than 0.01 m. For the distance shorter than 10 km - no more than 0.10 m, and for the distance shorter than 15 km - no more than 0.3 m.

Ngày nhận bài : 06-10-2003

Trường Đại học Mở - Địa chất