

CHÍNH XÁC HÓA CÁC GIÁ TRỊ DỊ THƯỜNG ĐỘ CAO ĐƯỢC XÁC ĐỊNH TỪ CÁC HỆ SỐ HÀM ĐIỀU HÒA CẦU CHUẨN HÓA ĐẦY ĐỦ CỦA MÔ HÌNH THỂ TRỌNG TRƯỜNG TOÀN CẦU EGM2008 TRÊN CƠ SỞ BÌNH SAI KẾT HỢP ĐỘ CAO TRẮC ĐỊA, ĐỘ CAO THỦY CHUẨN VÀ ĐỘ CAO GEOID

BÙI KHẮC LUYỀN

Email: buikhacluyen@humg.edu.vn

Trường Đại học Mỏ - Địa chất

Ngày nhận bài: 30 - 12 - 2013

1. Mở đầu

Vấn đề sử dụng kết hợp dữ liệu đo bằng Hệ thống vệ tinh đạo hàng toàn cầu (GNSS), kết quả đo thủy chuẩn truyền thống, và độ cao geoid là vấn đề mang tính chất then chốt trong các ứng dụng của Trắc địa cao cấp. Mặc dù ba hệ thống độ cao liên quan đến các dữ liệu kể trên được xem là khác nhau cả về ý nghĩa vật lý, về định nghĩa bề mặt tham chiếu, về phương pháp đo đạc và về độ chính xác,... chúng vẫn phải thỏa mãn mối quan hệ hình học đơn giản sau đây [1]:

$$H - h - N = 0 \quad (1)$$

trong đó, H là độ cao trắc địa được xác định từ kết quả đo GNSS, h là độ cao chính xác định từ kết quả đo thủy chuẩn hình học, và N là độ cao geoid xác định từ mô hình geoid. Trong thực tế, công thức (1) không thể thỏa mãn được vì nhiều lý do khác nhau.

Vấn đề khảo sát và lập mô hình thống kê sai số khép theo công thức (1) được tính toán ở mạng lưới các mốc GPS/Thủy chuẩn là mục tiêu của nhiều nghiên cứu mà theo đó có sự khác nhau về mục đích nghiên cứu, có thể được kể đến như sau [1]:

(i) Đánh giá khả năng sử dụng của các mô hình hàm điều hòa cầu toàn cầu của thể trọng trường trái đất;

(ii) Đánh giá khả năng sử dụng của mô hình geoid cục bộ/khu vực và các kỹ thuật tính toán đi kèm;

(iii) Phát triển các bề mặt hiệu chỉnh trung gian sử dụng cho mục đích chuyển đổi tối ưu giữa bề mặt geoid và bề mặt gốc độ cao;

(iv) Phát triển các bề mặt hiệu chỉnh cho các thành phần sai số bước sóng dài của mô hình geoid trọng lực, và quy trình tổng quát trong chính xác hóa mô hình geoid đó;

(v) Đánh giá độ chính xác đạt được của kỹ thuật đo cao GPS;

(vi) Khảo sát, đánh giá, và/hoặc cải tiến cơ sở gốc độ cao đã có.

Mô hình thể trọng trường toàn cầu EGM2008 đã được Cơ quan Thông tin-Địa không gian Quốc gia Mỹ (NGA) phát triển tới số bậc và hạng 2159 và cùng với đó là các hệ số bổ sung tới bậc 2190 và hạng 2159. Bằng việc sử dụng các hệ số hàm điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ của mô hình thể trọng trường toàn cầu EGM2008 chúng ta có thể tính toán được các đại lượng như dị thường độ cao, độ cao geoid, dị thường trọng lực,... Mô hình thể trọng trường toàn cầu EGM2008 có độ chính xác không đồng đều ở các khu vực khác nhau trên Trái

đất. Theo các kết quả được công bố trong [5] ở những khu vực có dữ liệu trọng lực chi tiết với chất lượng cao, độ lệch giữa độ cao geoid xác định trên mô hình EGM2008 với độ cao geoid xác định từ dữ liệu GPS/Thủy chuẩn có thể đạt được trong phạm vi ± 5 cm đến ± 10 cm. Tuy vậy, ở một số khu vực, trong đó có Việt Nam, do không có dữ liệu chi tiết trong quá trình xây dựng mô hình EGM2008 nên độ chính xác ở đó sẽ thấp hơn nhiều. Chính vì vậy, vấn đề đánh giá độ chính xác cũng như chính xác hóa dị thường độ cao xác định dựa trên mô hình EGM2008 trên cơ sở sử dụng dữ liệu đo song trùng GPS/Thủy chuẩn là cần thiết. Trong bài báo này, dựa trên 816 điểm song trùng GPS/Thủy chuẩn phủ trùm lãnh thổ Việt Nam, chúng tôi đã tiến hành đánh giá mức độ phù hợp của mô hình EGM2008 thông qua các đại lượng thống kê là độ lệch lớn nhất, nhỏ nhất, độ lệch trung bình, độ lệch trung phương và độ lệch chuẩn. Theo đó, độ lệch trung phương và độ lệch chuẩn đạt được tương ứng là $\pm 0,830$ m và $\pm 0,296$ m. Sau đó, cũng với dữ liệu kể trên chúng tôi đã sử dụng bài toán bình sai kết hợp độ cao trắc địa, độ cao thủy chuẩn và độ cao geoid trên cơ sở các mô hình toán học là mô hình 4 tham số, 5 tham số, mô hình đa thức bậc 1, bậc 2 và bậc 3 nhằm chính xác hóa các giá trị độ cao geoid xác định được trên mô hình EGM2008. Kết quả cho thấy mô hình đa thức bậc 3 là phù hợp nhất với độ lệch chuẩn đạt được sau bình sai là $\pm 0,287$ m. Kết quả nghiên cứu trong bài báo có thể tiếp tục được sử dụng vào mục đích thiết lập mô hình bề mặt hiệu chỉnh phục vụ cho việc chuyển đổi giữa các hệ thống độ cao. Khi đó phần dư độ cao geoid sau bình sai có thể được lập thành mô hình lưới ô vuông để sử dụng cho mục đích nội suy cho các vị trí khác.

2. Mô hình thế trọng trường toàn cầu

Mô hình thế trọng trường toàn cầu là tập hợp của các hệ số hàm điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ, không có đơn vị ($\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$) nhận được từ việc phân tích phổ thế trọng trường. Trong việc xây dựng mô hình thế trọng trường toàn cầu, thành phần ảnh hưởng bước sóng dài của trường trọng lực trái đất được xác định từ dữ liệu quan sát vệ tinh. Như đã biết, vận động của vệ tinh trên quỹ đạo bị ảnh hưởng bởi nhiều nguồn nhiễu khác nhau. Bằng việc nghiên cứu các ảnh hưởng nhiễu quỹ đạo của vệ tinh, tập hợp các đặc tính của trường trọng lực được xác định. Việc cải tiến các mô hình trọng lực của trái đất ở các thành phần bước sóng trung bình và ngắn có thể được thực hiện dựa trên các trị đo trọng lực xác định từ đo cao từ vệ tinh, đo trọng lực mặt đất, đo trọng lực biển và đo trọng lực hàng không ở các giai đoạn khác nhau, chất lượng và phạm vi bao phủ khác nhau. Độ chính xác của các mô hình này ở số bậc cao phụ thuộc vào phạm vi bao phủ của dữ liệu trọng lực.

Mô hình thế trọng trường toàn cầu EGM2008 được phát triển bởi Cơ quan Thông tin-Địa không gian Quốc gia Mỹ (NGA) trên cơ sở sử dụng dữ liệu đo đạc bởi vệ tinh gradient trọng lực GRACE kết hợp với cơ sở dữ liệu trường trọng lực toàn cầu với độ phân giải $5' \times 5'$. EGM2008 được phát triển tới số bậc và số hạng 2159 và các hệ số hàm điều hòa cầu mở rộng tới bậc 2190 và hạng 2159 [6]. Mô hình EGM2008 sử dụng hệ số trọng trường $GM_{EGM} = 3986004,415 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$, và bán kính bán trục lớn $a_{EGM} = 6378136,3$ m.

Bằng việc sử dụng các hệ số hàm điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ của mô hình thế trọng trường toàn cầu EGM2008, dị thường độ cao có thể được xác định như sau [2]:

$$\zeta(\varphi, \lambda, r) = \frac{T(\varphi, \lambda, r)}{\gamma} = \frac{GM}{\gamma r} \sum_{m=0}^M \left[\cos m\lambda \sum_{n=\mu}^M \left(\frac{a}{r}\right)^n \bar{C}_{nm} \bar{P}_{nm}(\sin\varphi) + \sin m\lambda \sum_{n=\mu}^M \left(\frac{a}{r}\right)^n \bar{S}_{nm} \bar{P}_{nm}(\sin\varphi) \right] \quad (2)$$

trong đó, M là số bậc lớn nhất của mô hình thế trọng trường;

$$\mu = \max(2, m);$$

γ là giá trị trọng lực chuẩn trên ellipsoid;

GM : hằng số trọng trường Trái đất;

r : bán kính địa tâm của điểm xét;

φ, λ : tọa độ điểm xét;

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$: hệ số hàm điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ bậc n , hạng m ;

$\bar{P}_{nm}(\sin\varphi)$: hàm số Legendre liên hợp chuẩn hóa đầy đủ, có thể được tính toán sử dụng công thức truy hồi sau:

$$\begin{aligned}\bar{P}_{n,m}(\sin\varphi) &= a_{n,m} \cdot \sin\varphi \cdot \bar{P}_{n-1,m}(\sin\varphi) - b_{n,m} \cdot \bar{P}_{n-2,m}(\sin\varphi), \text{ với } n > m; \\ \bar{P}_{m,m} &= \sqrt{\frac{(2m+1)}{2m}} \bar{P}_{m-1,m-1}(\sin\varphi), \text{ với } m > 1.\end{aligned}\quad (3)$$

trong đó,

$$\begin{aligned}a_{n,m} &= \sqrt{\frac{(2n-1)(2n+1)}{(n-m)(n+m)}}; \\ b_{n,m} &= \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(n-m)(n+m)(2n-3)}}.\end{aligned}\quad (4)$$

Để tính được các đại lượng trong (3) cần sử dụng các giá trị khởi đầu như sau: $\bar{P}_{0,0}(\sin\varphi) = 1$, $\bar{P}_{1,0}(\sin\varphi) = \sqrt{3}\sin\varphi$, $\bar{P}_{1,1}(\sin\varphi) = \sqrt{3}\cos\varphi$.

3. Mô hình bình sai kết hợp độ cao trắc địa, độ cao chuẩn và độ cao geoid

Với ba thành phần độ cao trắc địa, độ cao chuẩn và độ cao geoid, ta có thể viết được vector trị đo ℓ_i và phương trình trị đo trong bình sai kết hợp như sau [4]:

$$\ell_i = H_i - h_i - N_i^{gr} = N_i^{GPS/TC} - N_i^{gr} \quad (5)$$

và

$$\ell_i = a_i^T \cdot x_i + V_i \quad (6)$$

trong đó, các yếu tố a_i của ma trận A và ẩn số x_i phụ thuộc vào mô hình tham số được lựa chọn để mô tả khoảng chênh giữa ba thành phần độ cao kể trên. Trong công thức (5) và (6), H_i , h_i và N_i^{gr} biểu thị các đại lượng độ cao trắc địa, độ cao chuẩn và độ cao geoid tương ứng tại điểm xét i, và $N_i^{GPS/TC} = H_i - h_i$ được gọi là độ cao geoid GPS/Thủy chuẩn. Trong bài báo này, chúng tôi đã sử dụng các mô hình toán học phổ biến có dạng mô hình 4 tham số, 5 tham số, đa thức bậc 1, đa thức bậc 2 và đa thức bậc 3 được thể hiện trong các công thức từ (7) đến (11) dưới đây [4]:

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \cos\varphi_i \cos\lambda_i + x_2 \cos\varphi_i \sin\lambda_i + x_3 \sin\varphi_i, \quad (7)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \cos\varphi_i \cos\lambda_i + x_2 \cos\varphi_i \sin\lambda_i + x_3 \sin\varphi_i + x_4 \sin^2\varphi_i, \quad (8)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \varphi_i + x_2 \lambda_i, \quad (9)$$

$$a_i^T x_i = x_0 + x_1 \varphi_i + x_2 \lambda_i + x_3 \varphi_i^2 + x_4 \varphi_i \lambda_i + x_5 \lambda_i^2, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}a_i^T x_i &= x_0 + x_1 \varphi_i + x_2 \lambda_i + x_3 \varphi_i^2 \\ &\quad + x_4 \varphi_i \lambda_i + x_5 \lambda_i^2 \\ &\quad + x_6 \varphi_i^3 + x_7 \varphi_i^2 \lambda_i \\ &\quad + x_8 \varphi_i \lambda_i^2 + x_9 \lambda_i^3,\end{aligned}\quad (11)$$

Ở dạng ma trận, hệ phương trình trị đo và lời giải của nó được viết như sau:

$$b = Ax + V \quad (12)$$

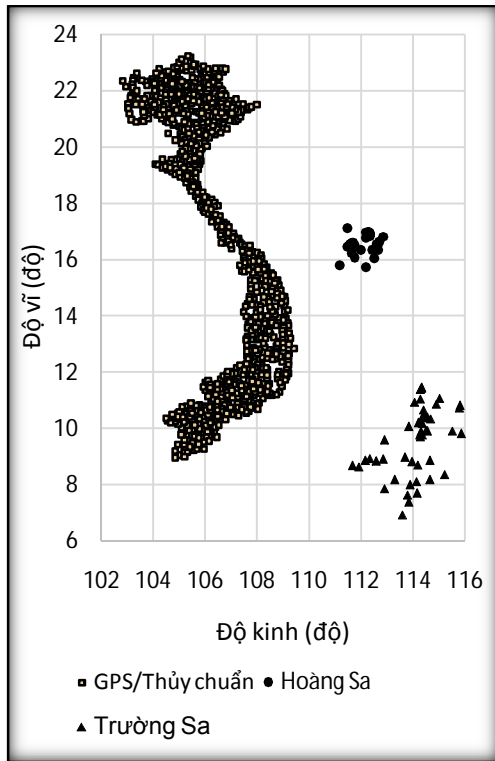
và:

$$\tilde{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P b \quad (13)$$

trong đó, P là ma trận trọng số, nghĩa là ma trận nghịch đảo của ma trận phương sai - hiệp phương sai của trị đo. Trong bài báo này, chúng tôi đã giả thiết rằng a) các trị đo và sai số tương ứng của nó không có sự tương quan giữa các loại độ cao, và b) không có sự tương quan của các trị đo trong cùng một hệ thống độ cao. Mặt khác, chúng tôi cũng giả thiết rằng các độ cao có cùng độ chính xác, khi đó ma trận trọng số sẽ trở thành ma trận đơn vị.

4. Tính toán thực nghiệm

Số liệu thực nghiệm trong bài báo này bao gồm 816 điểm GPS/Thủy chuẩn phân bố đều trên lãnh thổ Việt Nam (hình 1). Độ cao trắc địa của các điểm được xác định bằng công nghệ GNSS theo kỹ thuật đo tĩnh với khoảng thời gian tối thiểu của mỗi ca đo là 6 tiếng. Độ cao thủy chuẩn của các điểm được xác định với độ chính xác tối thiểu là hạng III nhà nước. Trên cơ sở các công thức (2) đến (4), chúng tôi đã tiến hành xây dựng chương trình cho phép tính toán giá trị dị thường độ cao của điểm bất kỳ trên cơ sở cho biết các thành phần tọa độ (φ, λ) sử dụng các hệ số hàm điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ của mô hình thế trọng trường toàn cầu EGM2008. Bằng chương trình này chúng tôi đã tính toán được dị thường độ cao của các điểm GPS/Thủy chuẩn kể trên. Kết quả tính toán sau đó được so sánh với kết quả đo GPS/Thủy chuẩn mà theo đó độ lệch lớn nhất, độ lệch nhỏ nhất và độ lệch chuẩn tương ứng đạt được là 1,631m, -0,152m và $\pm 0,296$ m (bảng 1).



Hình 1. Sơ đồ phân bố điểm GPS/Thủy chuẩn

Tiếp theo, chúng tôi đã sử dụng 5 mô hình bình sai như đã trình bày trong phần 3, đó là các mô hình 4 tham số, 5 tham số, đa thức bậc 1, đa thức bậc 2 và đa thức bậc 3 để chính xác hóa dị thường độ cao xác định theo mô hình EGM2008 bằng số

liệu đo song trùng GPS/Thủy chuẩn. Kết quả được thể hiện trên các hình 2-5 và *bảng 1* dưới đây.

Bảng 1. Kết quả thống kê khoảng chênh
 $N^{GPS/TC} - N^{EGM2008}$ trước và sau khi chính xác hóa

Mô hình toán học	Đơn vị: mét				
	Lớn nhất	Nhỏ nhất	Trung bình	Trung phương	Độ lệch chuẩn
Trước cx hóa	1,631	-0,152	0,776	±0,830	±0,296
4 tham số	0,833	-0,977	0,000	±0,294	±0,294
5 tham số	0,789	-0,998	0,000	±0,291	±0,291
Đa thức bậc 1	0,832	-0,950	0,000	±0,295	±0,295
Đa thức bậc 2	0,792	-0,979	0,000	±0,289	±0,289
Đa thức bậc 3	0,766	-0,948	0,000	±0,287	±0,287

Trên *bảng 1*, độ lệch trung phương và độ lệch chuẩn được tính theo công thức sau:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[\Delta_i \Delta_i]}{n}}; \sigma = \pm \sqrt{\frac{[(\Delta_i - \bar{\Delta})^2]}{n - 1}}$$

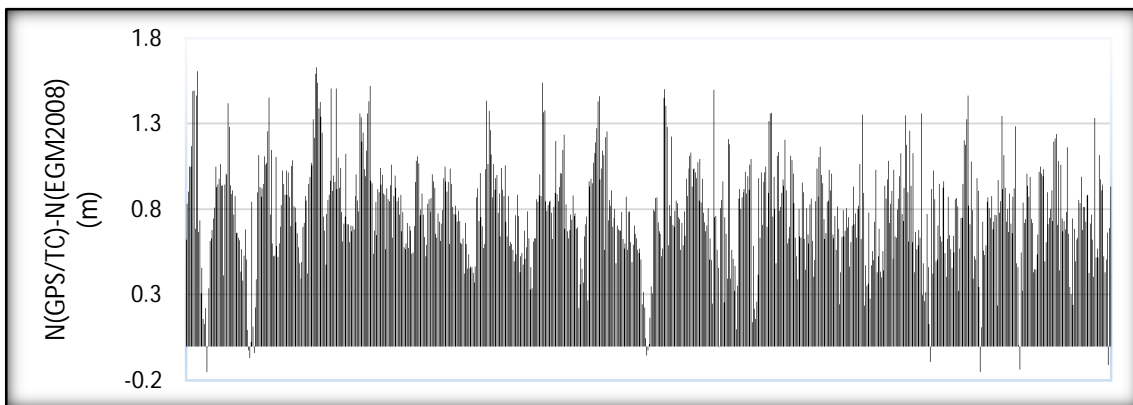
trong đó, μ : độ lệch trung phương;

σ : độ lệch chuẩn;

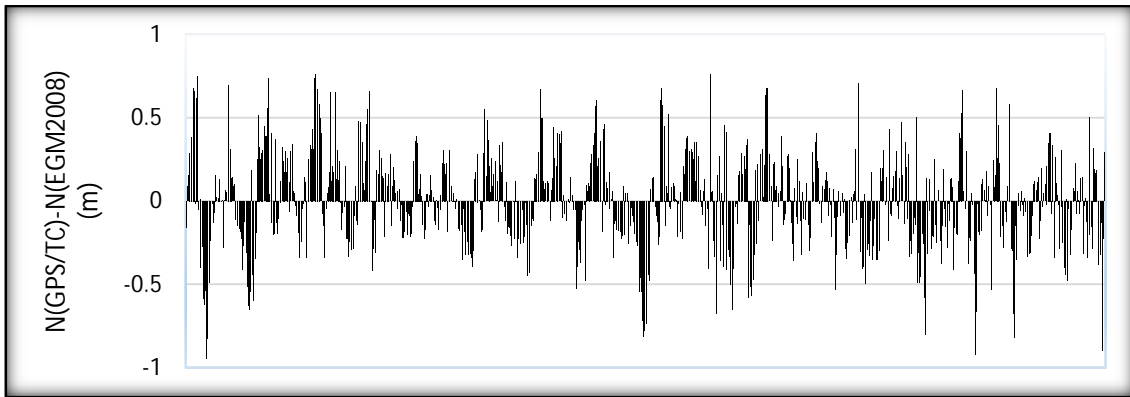
Δ_i : độ lệch giữa kết quả tính toán trên mô hình EGM2008 với kết quả tính toán từ dữ liệu GPS/Thủy chuẩn của điểm kiểm tra thứ i ;

$\bar{\Delta}$: độ lệch trung bình;

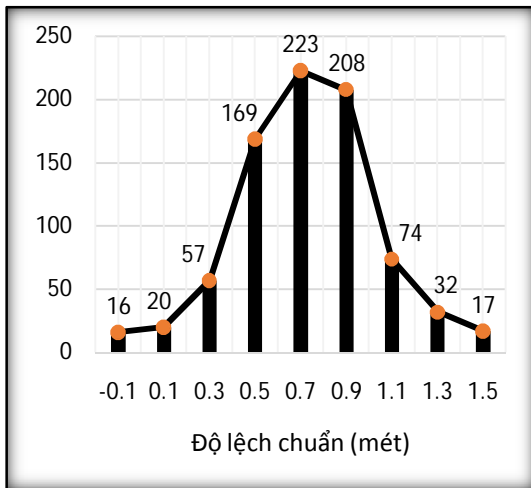
n : số điểm kiểm tra.



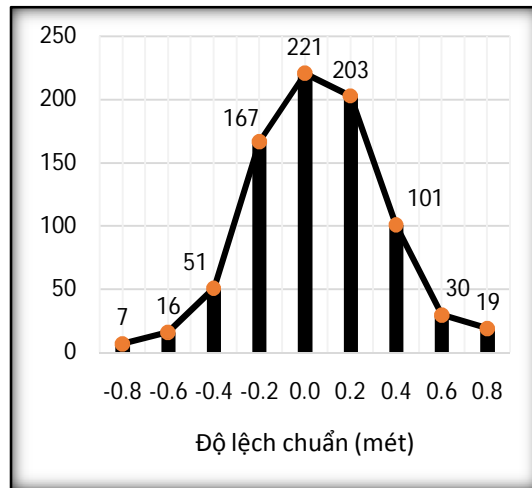
Hình 2. Sơ đồ khoảng chênh dị thường độ cao GPS/Thủy chuẩn với EGM2008 tại các điểm song trùng GPS/Thủy chuẩn trước khi chính xác hóa



Hình 3. Sơ đồ khoảng chênh lệch thường độ cao GPS/Thủy chuẩn với EGM2008 tại các điểm song trùng GPS/Thủy chuẩn sau khi chính xác hóa bằng mô hình đa thức bậc ba



Hình 4. Sơ đồ phân bố độ lệch chuẩn GPS/thủy chuẩn với EGM2008 trước khi chính xác hóa



Hình 5. Sơ đồ phân bố độ lệch chuẩn GPS/thủy chuẩn với EGM2008 sau khi chính xác hóa bằng mô hình đa thức bậc ba

Từ kết quả liệt kê trên *bảng 1* có thể thấy rằng mô hình chính xác hóa phù hợp nhất trong trường hợp này là mô hình đa thức bậc 3. Trên thực tế, các mô hình có số bậc cao hơn cũng đã được chúng tôi khảo sát, và kết quả cho thấy các chỉ tiêu độ lệch không có sự cải thiện, thậm chí có trường hợp còn cho kết quả kém hơn so với mô hình đa thức bậc 3. Sau khi chính xác hóa, mô hình đa thức bậc ba cho giá trị độ lệch chuẩn giảm đi một lượng xấp xỉ 1cm, độ lệch trung phương giảm đi một lượng khoảng 54cm, trong khi biên độ độ lệch là hiệu giữa giá trị độ lệch lớn nhất và độ lệch nhỏ nhất giảm từ 1,783m xuống còn 1,714m, nghĩa là giảm một lượng xấp xỉ 7cm. Bên cạnh đó, mô hình đa thức bậc 3 tốt hơn so với các mô hình còn lại từ 2mm đến 8mm xét trên phương diện giá trị độ lệch chuẩn. Trước khi chính xác hóa, giá trị độ lệch

trung bình là rất lớn, đạt được là 0,776m. Giá trị này được xem là do ảnh hưởng của sự không đồng nhất về cơ sở gốc độ cao và các nguồn sai số hệ thống khác, và đã được loại trừ bởi các mô hình toán học sau khi chính xác hóa.

5. Kết luận

Vấn đề bình sai kết hợp độ cao trắc địa, độ cao chuẩn và độ cao geoid đã được xem xét trên cơ sở dữ liệu đo đạc GPS/Thủy chuẩn trên khu vực lãnh thổ Việt Nam.

Trên cơ sở sử dụng các hệ số hàm điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ có thể xác định được giá trị dị thường độ cao tại điểm bất kỳ trên bề mặt Trái đất. Ở khu vực Việt Nam, giá trị tính toán được khi so sánh với kết quả đo trực tiếp GPS/Thủy chuẩn cho

độ lệch trung phương và độ lệch chuẩn tương ứng đạt được là $\pm 0,830\text{m}$ và $\pm 0,296\text{m}$.

Các mô hình toán học được sử dụng phổ biến trong bình sai kết hợp độ cao trắc địa, độ cao chuẩn và độ cao geoid đã được khảo sát, đó là các mô hình 4 tham số, 5 tham số, đa thức bậc 1, đa thức bậc 2, đa thức bậc 3. Trong đó, mô hình đa thức bậc 3 cho kết quả tốt nhất với độ lệch trung phương và độ lệch chuẩn được cải tiến các giá trị tương ứng là 54cm và 1cm, và biên độ độ lệch giảm một lượng khoảng 7cm so với trước khi chính xác hóa. Độ lệch chuẩn của mô hình đa thức bậc ba nhỏ hơn các mô hình khác từ 2mm đến 8mm.

Giá trị độ lệch trung bình trước khi chính xác hóa là 0,776m và đã được loại trừ bởi các mô hình bình sai sau khi chính xác hóa.

Khi sử dụng bài toán bình sai kết hợp độ cao trắc địa, độ cao chuẩn và độ cao geoid để xây dựng mô hình bề mặt hiệu chỉnh với mục đích chuyển đổi giữa các hệ thống độ cao, khi đó có thể sử dụng đo cao GPS để thay thế cho đo thủy chuẩn hình học truyền thống, thì đại lượng phần dư còn lại sau chính xác hóa có thể được lập mô hình ở dạng lưới ô vuông trên cơ sở các điểm song trùng GPS/Thủy chuẩn. Khi đó giá trị này có thể được tính toán cho các vị trí khác bằng việc áp dụng các phương pháp nội suy.

TÀI LIỆU DẪN

[1] *Christian Hirt*, 2012: Efficient and accurate

high-degree spherical harmonic synthesis of gravity field functionals at the Earth's surface using the gradient approach. *Journal of Geodesy*, Volume 86, pp 729-744, Springer-Verlag.

[2] *G. Fotopoulos*, 2005: Calibration of geoid error models via a combined adjustment of ellipsoidal, orthometric and gravimetric geoid height data. *Journal of Geodesy*, Volume 79, pp 111-123, Springer-Verlag.

[3] *C. Kotsakis, M. G. Sideris*, 1999: On the adjustment of combined GPS/Levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy*, Volume 73, pp 412-421, Springer-Verlag.

[4] *Nikolaos K. Pavlis, Simon A. Holmes, Steve C. Kenyon and John K. Factor*, 2012: The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research*, vol 117.

[5] *Pavlis NK, Holmes SA, Kenyon SC, Factor JK*, 2008: An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008. Presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18.

[6] *N. Tziavos, G. S. Vergos, V. N. Grigoriadis, V. D. Andritsanos*, 2012: Adjustment of collocated GPS, geoid and orthometric height observations in Greece. Geoid or Orthometric height improvement?. *International Association of Geodesy Symposia*, Volume 136, pp 481-488, Springer Berlin Heidelberg.

SUMMARY

Refining geoidal heights computed by fully-normalised spherical harmonics coefficients of the earth gravitational model EGM2008 by adjustment of combined GPS/Levelling/Geoid network

The paper presents the combined adjustment of GPS/Levelling observations on benchmarks with gravimetric geoid heights of the Earth Gravitational Model EGM2008 on both terms of theoretical and practical point of view. For the parametric models to be used, various choice have been tested, namely well-known four- and five-parameter similarity transformation models and 1st, 2nd, 3rd order polynomial ones. The geoid heights of GPS/Levelling points in Vietnam territory were computed by the use of fully-normalised spherical harmonic coefficients of the Earth Gravitational Model (EGM) 2008 up to degree 2190. All five models have been tested employing GPS/Levelling observations, geoid heights from EGM2008 with a uniform accuracy for all height types. The mean deviation can be attributed to some datum bias and other systematic errors which was eliminated by the mathematical models after the fit. From the results which are summarized in the paper, it becomes evident that the best fit is achieved when the 3rd order polynomial model is employed to model the residuals. After the fit by 3rd polynomial model, a reduction by 54 cm and 1cm corresponding to RMS and standard deviation is achieved while the range reduces from 1.783m to 1.714m.