

# PHÉP BIẾN ĐỔI PETROVSKI CẢI TIẾN VÀ VẤN ĐỀ SAI SỐ CỦA CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐO SÂU ĐIỆN LƯỜNG CỰC CẢI TIẾN

VŨ ĐỨC MINH

## I. PHÉP BIẾN ĐỔI PETROVSKI CẢI TIẾN

Mục đích của các phương pháp đo sâu điện trở là muốn thu được từ số liệu thực địa các hàm biểu diễn sự biến đổi của điện trở suất biểu kiến  $\rho_{bk}(r)$  theo kích thước hệ cực đo sao cho các hàm đó gần nhất so với hàm biểu diễn sự biến đổi của điện trở suất thật theo độ sâu  $\rho(h)$ . Tuy nhiên, mục đích đó không phải là trong mọi trường hợp đều đạt được.

Như đã biết, Petrovski có đề nghị một phương pháp biến đổi đường cong đo sâu điện trở đối xứng  $\rho_s(r)$  (đo bằng hệ Schlumbergie - 4 cực đối xứng) thành một đường cong khác cho độ nghiên cứu lớn hơn và khả năng phân giải cao hơn - gọi là đường cong Petrovski. Phép biến đổi này [1] được thực hiện theo công thức :

$$\rho_p = \frac{dr}{d(r/\rho_s)} = \frac{\rho_s}{[1 - (r/\rho_s) \cdot (\partial\rho_s/\partial r)]} \quad (1)$$

trong đó  $r = AB/2$  gọi là kích thước hệ cực đo (nửa khoảng cách giữa hai điện cực phát AB) ;  $\rho_s(r)$  là giá trị điện trở suất thu được bằng hệ cực đo 4 cực đối xứng.

Đã có nhiều người đưa ra các công thức tính chuyển giữa các đường cong đo sâu điện trở, tuy nhiên công thức vẫn thường được sử dụng từ trước đến nay biểu diễn mối quan hệ giữa giá trị đo sâu điện trở đối xứng  $\rho_s(r)$  và giá trị đo sâu điện trở lưỡng cực  $\rho_r(r)$  [2] như sau :

$$\rho_r(r) = \rho_s(r) - \frac{r}{2} \cdot \frac{\partial\rho_s(r)}{\partial r} \quad (2)$$

Rút  $\partial\rho_s(r)/\partial r$  từ (2) và thay vào (1) ta có các công thức tính đường cong đo sâu điện trở  $\rho_p(r)$  từ các đường cong  $\rho_s(r)$  và  $\rho_r(r)$  như sau :

$$\rho_p(r) = \frac{\rho_s(r)}{\left(2 \frac{\rho_r(r)}{\rho_s(r)} - 1\right)} \quad (3)$$

Chúng ta thấy đường cong Petrovski có nhiều ưu điểm. Tuy nhiên, cần lưu ý, dù sao phép biến đổi này có chứa thành phần đạo hàm  $\partial\rho_s(r)/\partial r$  là một phép tính không ổn định (toán tử vi phân thường dẫn tới bài toán không chỉnh) nên cần phải nghiên cứu cải tiến khắc phục nhược điểm này.

Cụ thể, phép biến đổi Petrovski còn thể hiện một số nhược điểm chính sau :

1. Các đường  $\rho_p(s)$  bám gần với lát cắt điện thật hơn nhiều so với các đường cong  $\rho_s(r)$  và  $\rho_r(r)$ , tuy nhiên chúng có các cực trị giả trước khi đi vào tiệm cận phải.

Để chứng minh điều này, bằng phương pháp mô phỏng trên máy tính, chúng tôi đã xây dựng hệ chương trình viết bằng ngôn ngữ MATLAB chạy trên môi trường WINDOW để tính và vẽ các loại đường cong đo sâu điện trở trên nhiều mô hình địa điện đối với các hệ cực đo khác nhau.

Kết quả ví dụ cho mô hình địa điện 3 lớp và các loại đường cong đo sâu điện trở được biểu diễn trên các hình 1, 2.

\* Đường cong đo sâu điện trở loại A (hình 1a) ứng với lát cắt có các tham số :

$$\rho_i = [1 \ 5 \ 25], \quad h_i = [1 \ 5 \ \infty], \quad \text{với } i = 1, 2, 3$$

\* Đường cong đo sâu điện trở loại H (hình 1b) ứng với lát cắt có các tham số :

$$\rho_i = [1 \ 0,2 \ 1], \quad h_i = [1 \ 5 \ \infty], \quad \text{với } i = 1, 2, 3$$

\* Đường cong đo sâu điện trở loại K (hình 2a) ứng với lát cắt có các tham số :

$$\rho_i = [1 \ 5 \ 1], \quad h_i = [1 \ 5 \ \infty], \quad \text{với } i = 1, 2, 3$$

\* Đường cong đo sâu điện trở loại Q (hình 2b) ứng với lát cắt có các tham số:

$$\rho_i = [1 \quad 0,2 \quad 0,04], h_i = [1 \quad 5 \quad \infty], \text{ với } i = 1, 2, 3$$

2. Chúng nhận giá trị âm trong quá trình tính toán:

Có thể hiểu rõ khả năng xuất hiện các giá trị âm của  $\rho_p(r)$  nếu viết công thức (1) dưới dạng khác:

$$\rho_p = \rho_s / \left( 1 - \frac{\partial \log \rho_s}{\rho \log r} \right) = \rho_s / (1 - t) \quad (4)$$

trong đó  $t$  là hệ số góc của đường cong  $\rho_p(r)$  tại điểm  $(\rho_s, r)$  trên giấy tỷ lệ logarit kép. Từ (4) ta có thể thấy rõ:  $\rho_p(r)$  sẽ âm nếu  $t > 1$ , tức là khi đường cong  $\rho_s(r)$  tương ứng đi lên với độ dốc lớn hơn  $45^\circ$ , điều đó xảy ra khi mô hình môi trường phân lớp ngang bị vi phạm mạnh. Chính các giá trị âm của  $\rho_p(r)$  gây nhiều phiền phức khi phân tích kết quả nên tác dụng của chúng trong thực tế còn hạn chế.

Như vậy, khi tiến hành các phương pháp đo sâu điện trở ngay cả khi thực hiện phép biến đổi Petrovski thì vẫn vấp phải một nhược điểm rất nghiêm trọng là gặp phải các cực trị giả và các giá trị âm trong quá trình tính toán.

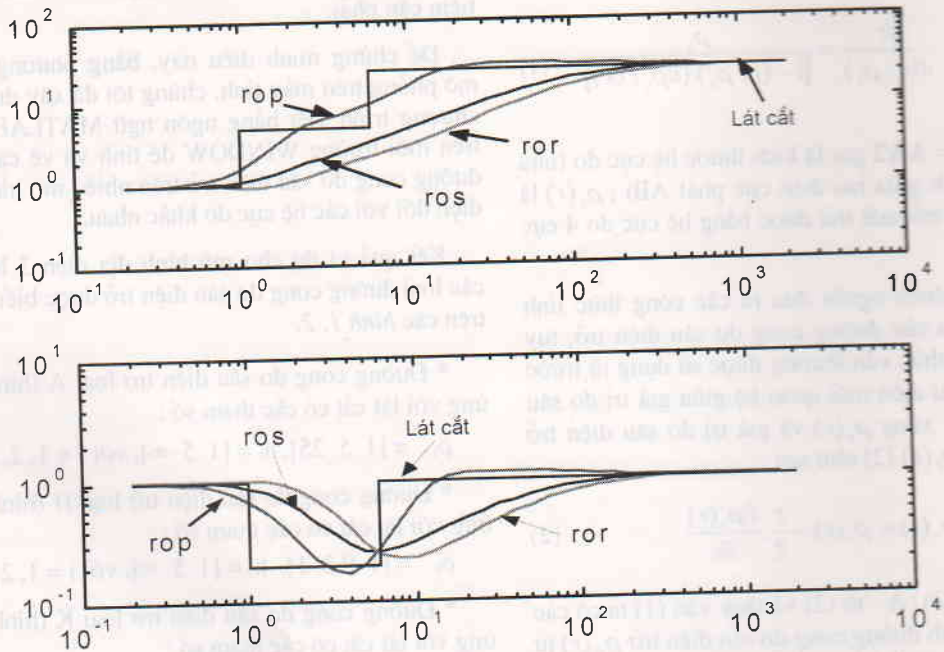
Các tác giả Lâm Quang Thiệp và Lê Viết Dư Khương đã đề nghị tính giá trị điện trở suất biểu kiến vi phân Petrovski suy rộng  $\rho_p^*$  thay cho  $\rho_p(r)$ :

$$\rho_p^* = \bar{\rho}_s / \left( 2 \frac{\bar{\rho}_r}{\bar{\rho}_s} - 1 \right)^\alpha \quad (5)$$

trong đó:  $\bar{\rho}_s$  - giá trị trung bình nhân của điện trở suất biểu kiến ứng với hệ 4 cực đối xứng,  $\bar{\rho}_r$  - trung bình cộng của điện trở suất biểu kiến ứng với hệ lưỡng cực trục trái và phải,  $\alpha = [0,1]$  - hệ số điều chỉnh phép biến đổi phụ thuộc tỷ số  $\rho_p/\rho_s$ , các đại lượng  $\rho_s, \bar{\rho}_s, \rho_p, \rho_p^*$  đều được biểu diễn phụ thuộc vào kích thước trung bình của hệ cực đo được quy ước đối với hệ cực đối xứng và lưỡng cực:

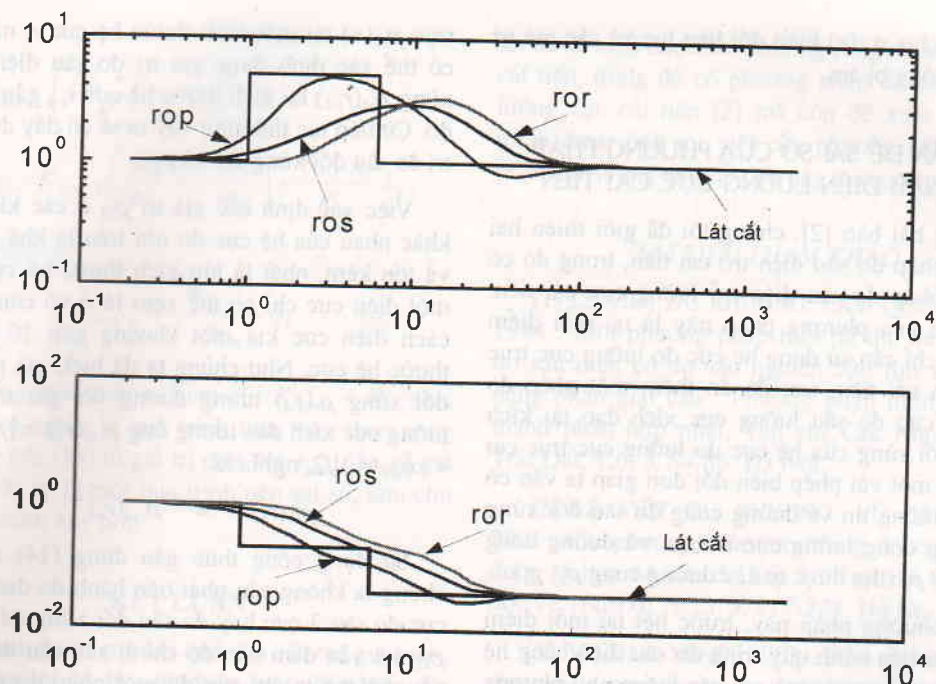
$$r = \sqrt[4]{AN_1 \cdot AN_2 \cdot BN_1 \cdot BN_2} \quad (6)$$

Theo công thức (5) cho phép rút ra nhận xét:  $\rho_p(r)$  và  $\rho_s(r)$  chẳng qua là các trường hợp riêng của  $\rho_p^*$  khi số mũ  $\alpha$  lấy tương ứng bằng 1 và 0. Có thể chọn giá trị của  $\alpha$  thích hợp sao cho ứng với các phân điện trở suất thật của lát cắt điện tầng theo chiều sâu thì đường cong  $\rho_p^*$  có dạng gần giống đường cong  $\rho_p(r)$  nhưng giảm bớt độ lớn cực đại; ứng với các phân điện trở suất thật giảm theo chiều



Hình 1. Mô hình lát cắt và các đường cong đo sâu điện trở dạng A, H





Hình 2. Mô hình lát cắt và các đường cong đo sâu điện trở dạng K, Q

sâu thì đường cong  $\rho_p^*$  có dạng bám sát lát cắt điện thật hơn  $\rho_s(r)$  và  $\rho_r(r)$  nhưng tránh được các cực trị giả. Như vậy, các giá trị của  $\alpha$  có thể chọn tùy thuộc vào độ dốc của đường cong  $\rho_s(r)$  tương ứng, hoặc nói cách khác tùy thuộc vào giá trị tỷ số  $\rho_r/\rho_s$  tính được trực tiếp từ số liệu thực địa. Bằng phương pháp thử nghiệm số trên máy tính điện tử có thể chọn hàm  $\alpha = \alpha(\rho_r/\rho_s)$  thích hợp cho các đường cong  $\rho_p(r)$  đối với cả trường hợp lát cắt điện hai lớp và nhiều lớp.

Công thức Petrovski mở rộng nêu trên đã khắc phục được các cực trị giả. Tuy nhiên, theo chúng tôi công thức Petrovski mở rộng này vẫn còn một nhược điểm là chưa khắc phục được các giá trị âm khi tính toán, đồng thời khó khăn là việc xác định hệ số điều chỉnh  $\alpha$  còn phức tạp do tùy thuộc vào giá trị tỷ số  $\rho_r/\rho_s$  của số liệu thực địa.

Vì vậy chúng tôi đề xuất một phép biến đổi Petrovski khác - tạm gọi là phép biến đổi Petrovski cải tiến. Nội dung của nó như sau.

Nhìn vào công thức (3) ta thấy ngay giá trị  $\rho_p(r)$  sẽ âm khi  $\rho_r < (1/2)\rho_s$ .

Nếu ta đặt :

$$x = \frac{2\rho_r}{\rho_s} \quad (7)$$

$$\text{và : } f_1(x) = \frac{1}{x-1} ; \quad f_2(x) = ax + b + \frac{c}{x} \quad (8)$$

thì hàm  $f_1(x)$  sẽ tiến tới tiệm cận khi  $x = 1$  hay  $\rho_r = \frac{1}{2}\rho_s$ .

Khi đó ta đặt :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{với } x \geq 1,025 \\ ax + b + \frac{c}{x} & \text{với } 0 < x < 1,025 \end{cases} \quad (9)$$

thỏa mãn các điều kiện:

$$f_1(1,025) = f_2(1,025) \quad (10.1)$$

$$f_1'(1,025) = f_2'(1,025) \quad (10.2)$$

$$f_1''(1,025) = f_1''(1,025) \quad (10.3)$$

thì hàm  $f(x)$  sẽ liên tục, giá trị  $\rho_p(r)$  không bị âm.

Vì vậy :

$$\rho_p = \frac{\rho_s}{2\rho_r} = \rho_s \cdot f(x) \quad (11)$$

trong đó  $f(x)$  là biểu thức (9).

Công thức (11) chính là công thức biến đổi Petrovski cải tiến. Theo công thức này thì luôn luôn

đảm bảo cho  $\rho_p(r)$  biến đổi liên tục và các giá trị của nó không bị âm.

## II. VẤN ĐỀ SAI SỐ CỦA PHƯƠNG PHÁP ĐO SÂU ĐIỆN LƯỜNG CỰC CẢI TIẾN

Trong bài báo [2], chúng tôi đã giới thiệu hai phương pháp đo sâu điện trở cải tiến, trong đó có phương pháp đo sâu điện trở lưỡng cực cải tiến. Mục đích của phương pháp này là tại mỗi điểm khảo sát chỉ cần sử dụng hệ cực đo lưỡng cực trực một cánh cải tiến, sau đó đo thêm một phép đo bằng hệ cực đo sâu lưỡng cực xích đạo tại kích thước cuối cùng của hệ cực đo lưỡng cực trực cải tiến, qua một vài phép biến đổi đơn giản ta vẫn có được cả thông tin về đường cong đo sâu đối xứng  $\rho_s$ , đường cong lưỡng cực trực  $\rho_r$  và đường cong Petrovski  $\rho_p$  (thu được từ các đường cong  $\rho_s, \rho_r$ ).

Với phương pháp này, trước hết tại mỗi điểm đo sâu, ta tiến hành quy trình đo sâu điện bằng hệ lưỡng cực trực một cánh cải tiến giống như phương pháp đo sâu lưỡng cực trực một cánh thông thường với kích thước và hệ số hệ cực đã được tính trước. Thứ tự đo theo từng cánh (đo xong cánh trái mới đo cánh phải).

Sau khi đo xong bằng hệ lưỡng cực trực một cánh cải tiến, tại kích thước cuối cùng tương ứng với giá trị AB max (AB lần đo cuối cùng đối với hệ cực đo sâu điện lưỡng cực trực một cánh cải tiến) ta kết hợp đo thêm một phép đo bằng hệ cực đo sâu lưỡng cực xích đạo với khoảng cách  $r_{\text{ext}}$  là khoảng cách giữa tâm O của AB và vị trí cực thu cuối cùng (cực N) của phép đo sâu lưỡng cực trực một cánh cải tiến.

Theo [2] ta có :

$$\rho_{s1} = K_{s1} \left( \frac{\rho_{s2}}{K_{s2}} + \frac{\rho_{rF}}{K_r} \right) \quad (12)$$

hoặc :

$$\rho_{s1} = K_{s1} \left( \frac{\rho_{s2}}{K_{s2}} + 2 \frac{\rho_r}{K_r} \right) \quad (13)$$

trong đó :  $\rho_{s2}$  và  $\rho_{s1}$  - các giá trị điện trở suất tính được tương ứng tại kích thước hệ cực đối xứng  $r_i$  và tại kích thước hệ cực  $r_{i-1}$  gần kề trước đó,  $\rho_{rF}$  và  $\rho_r$  - các đường cong điện trở suất cánh trái và trung bình tương ứng tại kích thước hệ cực lưỡng cực  $r_i, K_{s1}$  và  $K_{s2}$  - các hệ số hệ cực đo tương ứng tại  $r_{i-1}$  và  $r_i$ .

Như thế, nếu biết giá trị đo sâu điện trở đối xứng  $\rho_{s2}(r_i)$  và giá trị đo sâu điện trở lưỡng cực

trực  $\rho_{s2}(r_i)$  tại một kích thước hệ cực  $r_i$  nào đó, ta có thể xác định được giá trị đo sâu điện trở đối xứng  $\rho_{s1}(r_{i-1})$  tại kích thước hệ cực  $r_{i-1}$  gần kề trước đó. Cứ tiếp tục tính như vậy ta sẽ có đầy đủ các giá trị đo sâu đối xứng  $\rho_{s1}$  và  $\rho_{s2}$ .

Việc xác định các giá trị  $\rho_{s2}$  ở các kích thước khác nhau của hệ cực đo nói trên là khá phức tạp và tốn kém, nhất là khi kích thước hệ cực lớn vì một điện cực chỉ có thể xem là ở vô cùng khi nó cách điện cực kia một khoảng gấp 10 lần kích thước hệ cực. Như chúng ta đã biết, giá trị đo sâu đối xứng  $\rho_s(r_n)$  tương đương với giá trị đo sâu lưỡng cực xích đạo tương ứng  $\rho_{\text{rad}}(r_n) = [\rho_{\text{rad}}(r_n) + \rho_{\text{rad}}(r_n)]/2$ , nghĩa là :

$$\rho_{s2}(r_n) \approx \rho_{\text{rad}}(r_n) \quad (14)$$

Sử dụng công thức gần đúng (14) cho phép chúng ta không cần phải tiến hành đo đạc bằng hệ cực đo sâu 3 cực hay đo sâu đối xứng để xác định  $\rho_{s2}$  mà vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết. Thực vậy, có thể ta chỉ cần đo một phép đo sâu lưỡng cực xích đạo  $\rho_{\text{rad}}(r_{\text{max}})$  tại kích thước cuối của hệ lưỡng cực trực một cánh cải tiến  $r_{\text{max}}$  và sử dụng công thức gần đúng (14) để thay thế cho giá trị đo sâu đối xứng  $\rho_{s2}(r_{\text{max}})$  trong công thức (12) hoặc (13), ta sẽ tính được toàn bộ các giá trị đo sâu đối xứng cải tiến  $\rho_{s1}, \rho_{s2}$ , tương ứng. Từ đó tính được các giá trị Petrovski  $\rho_p(r)$ .

Vấn đề cần phải trả lời là : tại sao ta lại đo thêm một giá trị đo sâu lưỡng cực xích đạo  $\rho_{\text{rad}}(r_{\text{max}})$  tại kích thước cuối của hệ cực đo lưỡng cực trực một cánh cải tiến  $r_{\text{max}}$ , mà không đo tại một kích thước nào đó hoặc tại kích thước đầu tiên cho dễ thực hiện ? Ta có thể chứng minh điều này dựa vào việc đánh giá sai số của phép biến đổi như sau :

Xuất phát từ công thức (13) ta viết lại một cách tổng quát :

$$\rho_{s(n-1)} = K_{s(n-1)} \left( \frac{\rho_{sn}}{K_{sn}} + 2 \frac{\rho_{rn}}{K_{rn}} \right)$$

Đặt:

$$\rho_{r(n-1)} = \rho_{sn}^0 + \delta_{n-1}$$

$$\rho_{sn} = \rho_{sn}^0 + \delta_n$$

trong đó :  $\rho_{s(n-1)}^0, \rho_{sn}^0$  - giá trị đúng,  $\delta_{n-1}, \delta_n$  - sai số tương ứng với giá trị tại kích thước  $r_{n-1}$  và  $r_n$ .

Vì vậy :

$$\rho_{s(n-1)}^0 + \delta_{n-1} = K_{s(n-1)} \left( \frac{\rho_{sn}^0 + \delta_n}{K_{sn}} + 2 \frac{\rho_{rn}}{K_{rn}} \right)$$



mà :

$$K_{s(n-1)} \left( \frac{\rho_{sn}^0 + \delta_n}{K_{sn}} + 2 \frac{\rho_{rn}}{K_{rn}} \right) = \\ = K_{s(n-1)} \left( \frac{\rho_{sn}^0}{K_{sn}} + 2 \frac{\rho_{rn}}{K_{rn}} \right) + \frac{K_{s(n-1)}}{K_{sn}} \delta_n$$

cho nên suy ra :

$$\delta_{n-1} = \frac{K_{s(n-1)}}{K_{sn}} \delta_n$$

trong công thức trên ta luôn có  $K_{s(n-1)} < K_{sn}$  nên,  $\delta_{n-1} < \delta_n$  có nghĩa là quá trình tính toán theo công thức truy hồi (13) từ giá trị ứng với  $r_{\max}$  dần về giá trị ứng với  $r_1$  là một quá trình nên sai số, làm cho kết quả chính xác hơn.

## KẾT LUẬN

1. Qua nghiên cứu kết quả của các tác giả trước đây, chúng tôi đã đề xuất được một phép biến đổi Petrovski cải tiến. Với công thức này đã khắc phục được những nhược điểm của phép biến đổi Petrovski như đã trình bày ở trên : luôn luôn đảm bảo cho  $\rho_p(r)$  biến đổi liên tục, không có các cực trị giả trước khi đi vào tiệm cận phải và các giá trị của nó không bị âm.

Chúng tôi đã tính toán thử nghiệm cho số liệu của các phương pháp đo sâu điện trở và có kết quả khả quan. Hiện nay chúng tôi đang tiến hành áp dụng thử nghiệm cho các phương pháp đo sâu phân cực kích thích nói chung và phương pháp đo sâu phân cực kích thích cải tiến cùng với việc sử dụng các thông số phân cực kích thích mới do chúng tôi đã đề xuất nói riêng.

2. Với kết quả chứng minh về vấn đề sai số của phương pháp đo sâu điện lưỡng cực cải tiến nêu trên, chúng ta lại khẳng định thêm được tính đúng đắn của đề xuất về hệ cực đo và quy trình đo, cũng như tính chính xác của quá trình xử lý trong phương pháp đo sâu lưỡng cực cải tiến. Không những chúng

tôi đã đề xuất được các phương pháp đo sâu điện trở cải tiến, trong đó có phương pháp đo sâu điện trở lưỡng cực cải tiến [2] mà còn đề xuất và chứng minh được tính ưu việt của phương pháp đo sâu phân cực lưỡng cực cải tiến này trong công trình [3].

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] LÊ VIẾT DƯ KHƯƠNG, LÂM QUANG THIỆP, 1984 : Một phương pháp mới để thu đường cong đo sâu điện có độ sâu nghiên cứu lớn và có khả năng phân giải cao : Phương pháp lưỡng cực hai thành phần hợp nhất, Tạp chí Các Khoa học về Trái Đất, T.6, 3, 84-86. Hà Nội.
- [2] LÊ VIẾT DƯ KHƯƠNG, VŨ ĐỨC MINH, 2001 : Các phương pháp mới trong đo sâu điện trở dùng tổ hợp hệ cực đo hợp lý, Tạp chí Các Khoa học về Trái Đất, T.23, 3, 217-224. Hà Nội.
- [3] VU DUC MINH, 2003 : The advantages of the new proposals in the improved dipole-dipole induced polarization sounding method, VNU. Journal of Science, Mathematics-Physics, XIX, 3, 39-44.

## SUMMARY

### The improved Petrovski transformation and the assessment error of the improved dipole electrical sounding methods

The author presented improved Petrovski transformation in order to eliminate the fundamental disadvantages of the previous Petrovski transformations. The correctness of the improved dipole sounding methods through the assessment error of formula transferring the dipole sounding curve into the symmetric sounding curve had been confirmed by using only one value measured by the equatorial dipole sounding electrode array at final size, instead of value measured by the symmetric sounding electrode array at that final size.

Ngày nhận bài : 20-8-2004

Trường đại học Khoa học Tự nhiên -  
ĐHQGHN