

# LẬP HÀM DỰ BÁO CHẨN CẤP ĐỘNG ĐẤT CỰC ĐẠI TRÊN LÃNH THỔ VIỆT NAM BẰNG PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ NGẦU NHIÊN

NGUYỄN ĐÌNH XUYÊN, NGUYỄN QUÝ HỶ, NGUYỄN VĂN HỮU,  
TỔNG ĐÌNH QUÝ, NGUYỄN XUÂN BÌNH, TRẦN CẢNH

## §1. Mở đầu

Việc lập hàm dự báo chẩn cấp động đất cực đại ở mỗi địa điểm trên một vùng lãnh thổ  $D$  nào đó thực chất là thiết lập một hàm xấp xỉ thực nghiệm (gọi là *hàm dự báo*) :

$$M = f(x) \equiv f(x_1, \dots, x_m), x: = (x_1, \dots, x_m) \quad (1.1)$$

trong đó  $M = M_{max}$  là chẩn cấp cực đại (chẩn cấp),  $x_i$  là định lượng hóa của nhân tố địa chất - địa vật lý thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) ảnh hưởng đến chẩn cấp tại mỗi địa điểm thuộc vùng  $D$  (nếu động đất xảy ra).

Giả sử  $\eta, \xi_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) là các đại lượng ngẫu nhiên (ĐLNN) biểu thị những kết quả quan sát (đồng thời) các đại lượng  $M, x_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) tại mỗi địa điểm thuộc vùng  $D$  và giả thiết rằng phân phối xác suất của vecto ngẫu nhiên (VTNN)  $(\eta, \xi_1, \dots, \xi_m)$  không thay đổi khi ta thay đổi thời gian và địa điểm quan sát (trên lãnh thổ  $D$ ). Khi đó, nếu tại một địa điểm nào đó trên  $D$  ta quan sát được mọi  $x_i$  với giá trị là  $\xi_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ), thì dựa trên công thức (1.1) ta có thể dự báo chẩn cấp :

$$M = f(\xi) \equiv f(\xi_1, \dots, \xi_m), \xi: = (\xi_1, \dots, \xi_m) \quad (1.2)$$

của trận động đất tương lai, khi nó xuất hiện ở địa điểm này (với kết quả quan sát lúc bấy giờ sẽ là  $\eta$ ). Sai số (ngẫu nhiên) của công thức dự báo (1.2) là :

$$\varepsilon: = \eta - f(\xi) \quad (1.3)$$

Gọi  $S$  là trọng số tương ứng với các kết quả quan sát  $(\eta, \xi_1, \dots, \xi_m)$ . Khi đó  $S$  sẽ là một hàm của  $\eta$  và  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_m)$ ; nó được xác định như [1] và đặc trưng cho mức độ tin cậy vào đánh giá thực nghiệm  $\eta$  đối với vecto  $\xi$ .

Thông qua  $N$  trận động đất đã xuất hiện trên lãnh thổ  $D$ , giả sử ta thống kê được  $N$  bộ kết quả quan sát đồng thời của VTNN  $(\eta, \xi): = (\eta, \xi_1, \dots, \xi_m)$  là :

$$\begin{aligned} \eta &= y^{(k)}, \xi = x^{(k)} = \\ &= (x_1^{(k)}, \dots, x_m^{(k)}) \quad (1 \leq k \leq N) \end{aligned} \quad (1)$$

Khi đó, ứng với bộ số liệu thứ  $k$  (trong  $N$  bộ trên), có thể xác định được trọng số tương ứng là :

$$S(\eta, \xi) = S(y^{(k)}, x^{(k)}): = S_k \quad (1 \leq k \leq N) \quad (1.4*)$$

Trong công trình này ta dựa vào các số liệu (1.4), (1.4\*) để thiết lập hàm xấp xỉ thực nghiệm (1.1) một cách tốt nhất, theo nghĩa cực tiểu giá trị trung bình (lý thuyết) của bình phương sai số (ngẫu nhiên) có trọng số :

$$\begin{aligned} \Phi_0(f): &= E\{\varepsilon^2 S(\eta, \xi)\} \equiv \\ &\equiv E\{[\eta - f(\xi)]^2 S(\eta, \xi)\} \rightarrow \min \end{aligned} \quad (1.5)$$

Bài toán cực tiểu phiếm hàm (1.5) này sẽ được xét đến trong §2 dưới dạng một bài toán biến phân.

Nếu ta thay thế giá trị trung bình lý thuyết (kỳ vọng) của ĐLNN

$$\varepsilon^2 S(\eta, \xi) = [\eta - f(\xi)]^2 S(\eta, \xi)$$

bởi giá trị trung bình thực nghiệm (kỳ vọng mẫu) của nó, thì phương pháp cực tiểu phiếm hàm  $\Phi_0(f)$  (trong bài toán (1.5)) trở thành phương pháp bình phương tối thiểu trong bài toán cực tiểu tổng  $\Phi_N(f)$  các bình phương sai số (có trọng số) sau đây :

$$\Phi_N(f): = \sum_{k=1}^N [y^{(k)} - f(x^{(k)})]^2 S_k \rightarrow \min \quad (1.5*)$$

của giải tích hồi quy.

Trong trường hợp số bộ  $N$  những kết quả quan sát (1.4) khá lớn so với  $m$  (ít ra  $N \geq m+1$ ) thì từ các số liệu (1.4), (1.4\*) ta có thể thiết lập [2] hàm xấp xỉ thực nghiệm (1.1) theo phương pháp bình phương tối thiểu ( thông qua việc ước lượng ít nhất  $m+1$  tham số hồi quy, nếu  $x_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) là các biến độc lập ; khi đó phải dùng các thuật toán thống kê, như phân tích thành phần chính, để lựa chọn những biến  $x_i$  độc lập với nhau).

Tuy nhiên, trong thực tiễn ta khó có thể xem rằng các nhân tố địa chất - địa vật lý liên quan đến chấn cấp là không phụ thuộc lẫn nhau, nhất là khi muốn tăng cường những thông tin bổ sung của các yếu tố này trong trường hợp khó có thể thống kê được một số lượng  $N$  đủ lớn những trạng động đất đã xuất hiện trên vùng  $D$  ; trong khi đó số lượng  $m$  (những nhân tố liên quan đến chấn cấp  $M$ ) lại khá lớn, chẳng hạn trong [1] người ta chọn  $m = 10$ , còn trong công trình này ta chọn  $m = 12$  (xem §3). Để khắc phục mâu thuẫn này, ta cần phân rã mô hình tính toán để thiết lập hàm xấp xỉ thực nghiệm (1.1) của  $m$  biến số thành nhiều việc thiết lập hàm xấp xỉ thực nghiệm chỉ của một biến số [1, 5] ; trong đó không đòi hỏi tính độc lập của  $m$  biến số nói trên.

Nội dung của việc phân rã nói trên là dựa vào những phân tích định tính về mặt vật lý để xác định các biến  $x_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) và biểu diễn hàm  $m$  biến  $f(x_1, \dots, x_m)$  chưa biết dưới dạng hàm hợp :

$$f(x_1, \dots, x_m) = \varphi_0 \left( \sum_{i=1}^m \varphi_i(x_i) \right), \\ x_i \in X_i : = [a_i, b_i] \quad (1.6)$$

của những hàm cân xác định (chỉ có một biến) là  $\varphi_i(x_i)$  ( $0 \leq i \leq m$ ) trong đó:

$$x_0 = \sum_{i=1}^m \varphi_i(x_i), \quad x_0 \in X_0 : = (-\infty, +\infty) \quad (1.7)$$

$a_i$  (và  $b_i$ ) là giá trị bé (và lớn) nhất của  $x_i$ . Khi đó theo [1] việc xác định hàm dự báo (1.1) một cách tốt nhất đưa về việc xác định vecto hàm :

$$\varphi(x) : = (\varphi_0(x_0), \varphi_1(x_1), \dots, \varphi_m(x_m)) = \hat{\varphi}(x)$$

trong đó

$$\hat{\varphi}(x) : = (\hat{\varphi}_0(x_0), \hat{\varphi}_1(x_1), \dots, \hat{\varphi}_m(x_m)), \\ x_i \in X_i, \quad 0 \leq i \leq m \quad (1.8)$$

như là lời giải của một bài toán biến phân. Đồng thời, khi dựa vào phương pháp đường dốc nhất,

người ta đã xây dựng dãy  $\{\varphi^n(x), n \geq 1\}$  những lời giải xấp xỉ của bài toán này, trong đó

$$\varphi^n(x) : = (\varphi_0^n(x_0), \varphi_1^n(x_1), \dots, \varphi_m^n(x_m)), \quad n \geq 1 \quad (1.9)$$

Nhưng do các vecto hàm (1.9) mang tính ngẫu nhiên, nên người ta chưa chỉ ra được sự hội tụ của các lời giải xấp xỉ (1.9) về lời giải (1.8) [1, 5].

Nhằm khắc phục những khó khăn trên, trong §2 ta sẽ sử dụng một công cụ mạnh hơn phương pháp đường dốc nhất là phương pháp xấp xỉ ngẫu nhiên [7] để lập những lời giải xấp xỉ (1.9). Đây là lý do chủ yếu làm cho những kết quả dự báo trong công trình này chính xác hơn trong [1] (xem §3) ; vì rằng từ sự hội tụ theo trung bình phương của các dãy lời giải xấp xỉ  $\{\varphi^n(x), n \geq 1\}$  (dạng Robbins - Monro) sẽ được dùng trong §2, ta có thể sử dụng kết quả trong [4] để xây dựng thuật toán lựa chọn dãy con của nó hội tụ hầu khắp nơi về lời giải (1.8). Theo nghĩa đó khái niệm sai số nói đến trong công trình này là cực đại của sai số ngẫu nhiên (sai số tuyệt đối). Đây không phải là "sai số trung bình phương" [2], ít có ý nghĩa khi số lượng  $N$  những bộ số liệu quan sát không lớn (mặc dầu bài toán đặt ra là lập hàm xấp xỉ thực nghiệm).

Dựa vào mô hình tính toán nêu trong §2 và việc xác định những nhân tố địa chất - địa vật lý liên quan đến chấn cấp cũng như các kết quả thống kê (dạng (1.4)) về những trạng động đất trong lịch sử nước ta, các kết quả tính toán sẽ được đưa ra trong §3 để xây dựng các hàm dự báo chấn cấp trên từng vùng thuộc lãnh thổ Việt Nam.

## §2. Thiết lập hàm dự báo

Trong số các hàm dự báo chấn cấp dạng (1.1) mà惟 phải có dạng (1.6), hàm dự báo tốt nhất (theo tiêu chuẩn (1.5)) là hàm :

$$M = \hat{f}(x_1, \dots, x_m) : = \hat{\varphi}_0 \left( \sum_{i=1}^m \hat{\varphi}_i(x_i) \right), \\ x_i \in X_i, \quad 1 \leq i \leq m \quad (2.1)$$

trong đó dễ dàng nhận thấy rằng các hàm (1.8) là lời giải của bài toán cực tiểu :

$$\Phi(\hat{\varphi}) = \min \Phi(\varphi), \\ \varphi(x) = (\varphi_0(x_0), \dots, \varphi_m(x_m)) \quad (2.2)$$

đối với phiếm hàm :

$$\Phi(\varphi) := \frac{1}{2} E \left\{ \left[ \eta - \varphi_0 \left( \sum_{i=1}^m \varphi_i(\xi_i) \right) \right]^2 S(\eta, \xi) \right\} = \int \int F(y, \varphi)(x) S(y, x) p(y, x) dy dx \quad (2.3)$$

với

$$F(y, \varphi)(x) := \frac{1}{2} \left[ y - \varphi_0 \left( \sum_{i=1}^m \varphi_i(x_i) \right) \right]^2,$$

$$X := \{(x_1, \dots, x_m) ; x_i \in X_i, 1 \leq i \leq m\}$$

$p(y, x)$  là hàm mật độ đồng thời của VTNN  $(\eta, \xi)$ ,  $c$  ( $và d$ ) là giá trị nhỏ ( $và lớn$ ) nhất của chấn cấp cực đại  $M_{max}$ . Với mọi  $y \in [c, d]$ ,  $x \in X$ , ta thừa nhận trong công trình này giả thiết rằng  $p(y, x)$  và  $S(y, x)$  là những hàm dương và bị chặn trên.

Hiển nhiên là việc xác định hàm dự báo (2.1) trở thành việc xác định lời giải (1.8) của bài toán cực tiểu phiếm hàm (2.2), (2.3). Khi đó, dựa vào phép tính biến phân ta có thể đưa việc giải bài toán này về việc tìm nghiệm  $\varphi = \hat{\varphi}$  của hệ  $m+1$  phương trình sau [3] :

$$M_0(\varphi)(x_0) := E\{\lambda_0 | \xi_0 = x_0\} = 0, (\forall x_0 \in X_0) \quad (2.4)$$

$$M_j(\varphi)(x_j) := E\{\lambda | \xi_j = x_j\} = 0, (\forall x_j \in X_j, 1 \leq j \leq m) \quad (2.4*)$$

trong đó các ĐLNN  $\lambda_0, \lambda, \xi_0$  được xác định từ các ĐLNN  $\eta, \xi = (\xi_1, \dots, \xi_m)$  và vecto hàm  $\varphi(x) := (\varphi_0(x_0), \dots, \varphi_m(x_m))$  bởi các công thức :

$$\lambda_0 \equiv \lambda_0(\eta, \xi; \varphi) := [\eta - \varphi_0(\xi_0)] S(\eta, \xi) \quad (2.5)$$

$$\lambda \equiv \lambda(\eta, \xi; \varphi) := [\eta - \varphi_0(\xi_0)] \varphi_0(\xi_0) S(\eta, \xi) \quad (2.5*)$$

$$\xi_0 \equiv \xi_0(\xi; \varphi) := \sum_{i=1}^m \varphi_i(\xi_i) \quad (2.6)$$

Từ (2.4) - (2.6) ta nhận thấy nếu hàm vecto  $\varphi = (\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m)$  đã cho, thì vé trái của phương trình thứ  $j$  ( $0 \leq j \leq m$ ) thuộc hệ (2.4), (2.4\*) là một đường hồi quy với "biến hồi quy" là  $x_j$  và "biến quan sát" là :  $\lambda_0$  (khi  $j = 0$ ),  $\lambda$  (khi  $1 \leq j \leq m$ ). Để có thể sử dụng mô hình hồi quy tuyến tính kết hợp với phương pháp xấp xỉ ngẫu nhiên giải hệ phương trình trên, đối với mỗi  $j$  ( $0 \leq j \leq m$ ) ta cần lựa chọn vecto hàm (gọi là *hệ hàm cơ sở*) :

$$f_j(x_j) := (f_{j1}(x_j), \dots, f_{j,m(j)}(x_j)), \quad (2.7)$$

đồm  $m(j)$  thành phần là những hàm đã cho (theo đối số  $x_j$ ) độc lập tuyến tính, đủ trơn và bình phương khả tích trên  $X_j$ , đồng thời chọn nghiệm xấp xỉ thứ  $n$  của hệ (2.4), (2.4\*) dưới dạng (1.9), mà mỗi thành phần thứ  $j$  ( $0 \leq j \leq m$ ) của nó có thể biểu diễn tuyến tính theo hệ cơ sở (2.7) dưới dạng :

$$\begin{aligned} \varphi_j^n(x_j) &= \theta_j^n f_j^T(x_j) \equiv \\ &\equiv \sum_{k=1}^{m(j)} \theta_{jk}^n f_{jk}(x_j) \end{aligned} \quad (*) \quad (2.8)$$

trong đó vecto các hệ số

$$\theta_j^n := (\theta_{j1}^n, \dots, \theta_{j,m(j)}^n), 0 \leq j \leq m \quad (2.8*)$$

của biểu diễn tuyến tính (2.8) thu được bằng công thức truy hồi (dạng Robbins - Monro) sau :

$$\theta_j^{n+1} = \theta_j^n - \frac{1}{n} t_j^n, 0 \leq j \leq m, n \geq 1 \quad (2.9)$$

với xấp xỉ ban đầu  $\theta_j^1 := (\theta_{j1}^1, \dots, \theta_{j,m(j)}^1)$ ,  $0 \leq j \leq m$ , chọn tùy ý, còn VTNN

$$t_j^n := (t_{j1}^n, \dots, t_{j,m(j)}^n) \quad (2.10)$$

là nghiệm

$$t_j^n = g_j^n(G_j^n)^{-1}, 0 \leq j \leq m, n > 1 \quad (2.11)$$

của hệ  $m(j)$  phương trình tuyến tính ứng với ma trận  $G_j^n$  và về phải  $g_j^n$  có dạng :

$$g_j^n := \begin{cases} \sum_{k=1}^N \lambda_0^{nk} f_0(x_0^{nk}), & j=0, \\ \sum_{k=1}^N \lambda^{nk} f_j(x_j^{(k)}), & 1 \leq j \leq m, \end{cases} \quad (2.12)$$

$$G_j^n := \begin{cases} \sum_{k=1}^N f_0^T(x_0^{nk}) f_0(x_0^{nk}), & j=0, \\ \sum_{k=1}^N f_j^T(x_j^{(k)}) f_j(x_j^{(k)}), & 1 \leq j \leq m, \end{cases} \quad (2.13)$$

trong đó (xem (2.5), (2.6), (1.4), (1.4\*)) :

$$\begin{aligned} \lambda_0^{nk} &\equiv \lambda_0(y^{(k)}, x^{(k)}; \varphi^n) := \\ &= [y^{(k)} - \varphi_0^n(x_0^{nk})] S_k \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \lambda^{nk} &\equiv \lambda(\eta, x^{(k)}; \varphi^n) := \\ &= [y^{(k)} - \varphi_0^n(x_0^{nk})] S_k \varphi_0^n(x_0^{nk}) \end{aligned} \quad (2.14*)$$

ký hiệu  $(\alpha_1, \dots, \alpha_m)^T$  chính là vecto cột được sinh ra từ sự chuyển vị của vecto hàng  $(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$

$$x_0^{(k)} = \xi_0(x^{(k)}; \varphi'') := \sum_{i=1}^m \varphi_i^n(x_i^{(k)}), \quad 1 \leq k \leq N \quad (2.15)$$

là  $N$  giá trị mẫu của các ĐLNN (2.5), (2.6) ứng với  $\varphi = \varphi^n$  và  $N$  bộ kết quả quan sát (1.4). Còn đạo hàm  $\dot{\varphi}_0^n(x_0)$  của hàm  $\varphi_0^n(x_0)$  được xác định bởi công thức sau (xem (2.8)):

$$\dot{\varphi}_0^n(x_0) = \sum_{k=1}^{m(0)} \theta_{jk}^n \dot{f}_{jk}(x_0) \equiv \theta_j^n \dot{f}_0^T(x_0), \quad n \geq 1,$$

trong đó đạo hàm của vecto hàm

$$f_0(x_0) := (f_{01}(x_0), \dots, f_{0,m(0)}(x_0)) \text{ là} \\ \dot{f}_0(x_0) := (\dot{f}_{01}(x_0), \dots, \dot{f}_{0,m(0)}(x_0)).$$

Ta biết rằng với một số giả thiết bổ sung đối với các hệ hàm cơ sở (2.7) [4], các nghiệm xấp xỉ (1.9) hội tụ theo xác suất về nghiệm duy nhất  $\varphi = \hat{\varphi}$  của hệ phương trình (2.4), (2.4\*) trong không gian Hilbert  $L^2$  [3] gồm những vecto hàm  $\varphi(x) := (\varphi_0(x_0), \dots, \varphi_m(x_m))$  mà mỗi thành phần  $\varphi_j(x_j)$  ( $0 \leq j \leq m$ ) là một tổ hợp tuyến tính của hệ hàm cơ sở (2.7). Trên cơ sở này, có thể chỉ ra [9] tồn tại ít nhất một dãy con  $\{f^{n_l}(x), l \geq 1\}$  (của dãy  $\{f^n(x), n \geq 1\}$ ) hội tụ một cách hầu châochán (HCC) về,  $\hat{f}(x)$ , với mọi  $x \in X$  hầu khắp nơi (HKN), nghĩa là

$$\lim_{l \rightarrow \infty} f^{n_l}(x) \stackrel{(HCC)}{=} \hat{f}(x), \quad (\forall x \in X, (HKN)), \quad (2.16)$$

trong đó  $\hat{f}(x)$  có dạng (2.1), còn

$$f^n(x) := \varphi_0^n \left[ \sum_{i=1}^m \varphi_i^n(x_i) \right], \quad n \geq 1, \quad (2.17)$$

gọi là *hàm dự báo ở bước n*, được xác định bởi nghiệm xấp xỉ thứ n của hệ (2.4), (2.4\*), nghĩa là bởi các hàm  $\varphi_j^n(x_j)$  ( $0 \leq j \leq m$ ) thu được bằng quá trình tính lặp (2.8)-(2.15) (trong bước thứ n của quá trình xấp xỉ liên tiếp các hàm dạng (1.9)).

Nếu có phương pháp nào đó chọn được dãy con nói trên, thì từ (2.16) ta suy ra khi  $l = L$  (đủ lớn) có thể xấp xỉ hàm dự báo tốt nhất (2.1) dưới dạng:

$$M \stackrel{(HCC)}{=} \varphi_0^{n_L} \left[ \sum_{i=1}^m \varphi_i^{n_L}(x_i) \right], \quad (\forall x \in X, (HKN)) \quad (2.18)$$

<sup>(\*)</sup>  $\varphi = \hat{\varphi}$  cũng là lời giải duy nhất trong  $L^2$  của bài toán biến phân (2.2)-(2.3)

Để có thể "dò tìm" dãy con  $\{f^{n_l}(x), l \geq 1\}$  trong dãy  $\{f^n(x), n \geq 1\}$  các hàm dự báo, ta xem

$$\varepsilon''(x) := \hat{f}(x) - f''(x), \quad x \in X, \quad n \geq 1, \quad (2.19)$$

là sai số dự báo ở bước n ứng với các kết quả quan sát  $\xi = x$  và gọi sai số của hàm dự báo ở bước n là đại lượng

$$\bar{\varepsilon}^n = \text{vraisup}_{x \in X} \left\{ \varepsilon''(x) \right\} := \inf_{N_0} \left\{ \sup_{x \in X} \left\| \varepsilon''(x) \right\| \right\}, \quad (2.20)$$

trong đó  $N_0$  là phân tập của  $X$  với độ đo  $\text{mes}(N_0) = 0$  [6] và

$$0 \leq |\varepsilon''(x)| \leq \bar{\varepsilon}^n, \quad (\forall x \in X, (HKN)).$$

Khi đó, nếu chọn được một dãy con  $\{\varepsilon^{n_l}, l \geq 1\}$  của dãy số  $\{\varepsilon^n, n \geq 1\}$  thỏa mãn các điều kiện:

$$\bar{\varepsilon}^{n_1} \geq \bar{\varepsilon}^{n_2} \geq \dots \geq \bar{\varepsilon}^{n_l} \geq \dots; \bar{\varepsilon}^{n_l} \rightarrow 0, l \rightarrow \infty, \quad (2.21)$$

thì từ (2.19) ta suy ra (2.21) là một điều kiện đủ để cho dãy con  $\{f^{n_l}(x), l \geq 1\}$  tương ứng thỏa mãn hệ thức giới hạn (2.16) và ta thu được công thức dự báo (2.18) với  $l = L$  (đủ lớn). Ngoài ra, từ (2.21) ta cũng nhận thấy rằng đối với dãy con nói trên, công thức dự báo sau tốt hơn công thức dự báo trước (mặc dù đối với dãy các hàm dự báo  $\{f^n(x), n \geq 1\}$  điều này không nhất thiết xảy ra).

Cuối cùng, từ (2.19), (2.20) và các số liệu quan sát (1.4) ta suy ra: nếu chọn  $\hat{f}(x^{(k)}) \approx y^{(k)}$  ( $1 \leq k \leq N$ ) thì ta thu được các ước lượng  $\hat{\varepsilon}^n(x^{(k)})$  (và  $\hat{\varepsilon}^n$ ) đối với các sai số dự báo  $\varepsilon''(x^{(k)})$  ứng với quan sát  $\xi = x^{(k)}$  (và sai số của hàm dự báo  $\bar{\varepsilon}^n$ ) ở bước n lần lượt là:

$$\hat{\varepsilon}_k \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\varepsilon}^n(x^{(k)}) := y^{(k)} - f''(x^{(k)}) \approx \varepsilon''(x^{(k)}), \quad (2.22)$$

$$\hat{\varepsilon}^n := \max_{1 \leq k \leq N} \left\{ \hat{\varepsilon}^n(x^{(k)}) \right\} \approx \bar{\varepsilon}^n. \quad (2.23)$$

Ở đây,  $\hat{\varepsilon}_k \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\varepsilon}^n(x^{(k)})$  được gọi là *sai số hậu nghiệm* của hàm dự báo ở bước n đối với thực nghiệm (trận động đất) thứ k trong số các số liệu (1.4) đã quan sát được. Khi đó điều kiện đủ (2.21) để chọn dãy con  $\{f^{n_l}(x), l \geq 1\}$  sẽ có dạng:

$$-\hat{\varepsilon}^{n_1} \geq \hat{\varepsilon}^{n_2} \geq \dots \geq \hat{\varepsilon}^{n_l} \geq \dots; \hat{\varepsilon}^{n_l} \rightarrow 0, l \rightarrow \infty \quad (2.24)$$

### §3. Kết quả xác định hàm dự báo chấn cấp trên lãnh thổ Việt Nam

Trong điều kiện thực tế ở nước ta, số lượng những nhân tố địa chất - địa vật lý liên quan đến chấn cấp  $M$  của mỗi trận động đất có thể chọn là  $m = 12$ , trong đó  $x_1$  là dị thường trọng lực  $\Delta g_B$  ( $mgal$ ),  $x_2$  là gradient dị thường trọng lực,  $x_3$  là dị thường từ  $\Delta Ta$ , ( $\gamma$ )  $x_4$  là gradient dị thường từ,  $x_5$  là dị thường đẳng tĩnh ( $mgal$ ),  $x_6$  là gradient dị thường đẳng tĩnh,  $x_7$  là chiêu dây lớp bazan ( $km$ ),  $x_8$  là gradient chiêu dây lớp bazan,  $x_9$  là biến độ biến dạng tần kiến tạo ( $km$ ),  $x_{10}$  là vận tốc chuyển động thẳng đứng thời kỳ tần kiến tạo,  $x_{11}$  là liên quan với đứt gãy sinh chấn,  $x_{12}$  là bề dày tầng hoạt động của đứt gãy sinh chấn ( $km$ ).

Thông qua thống kê trong lịch sử, chúng ta có thể xác định  $N = 29$  trận động đất (hình 1) đã xuất hiện ở Việt Nam trong khoảng thời gian tính từ năm 114 (ở tọa độ  $17^{\circ}51'$ ,  $106^{\circ}50'$ ) đến năm 1991 (ở tọa độ  $21^{\circ}24'$ ,  $107^{\circ}19'$ ); mà chấn cấp của chúng theo những đánh giá khác nhau [8] có thể xem là cực đại.

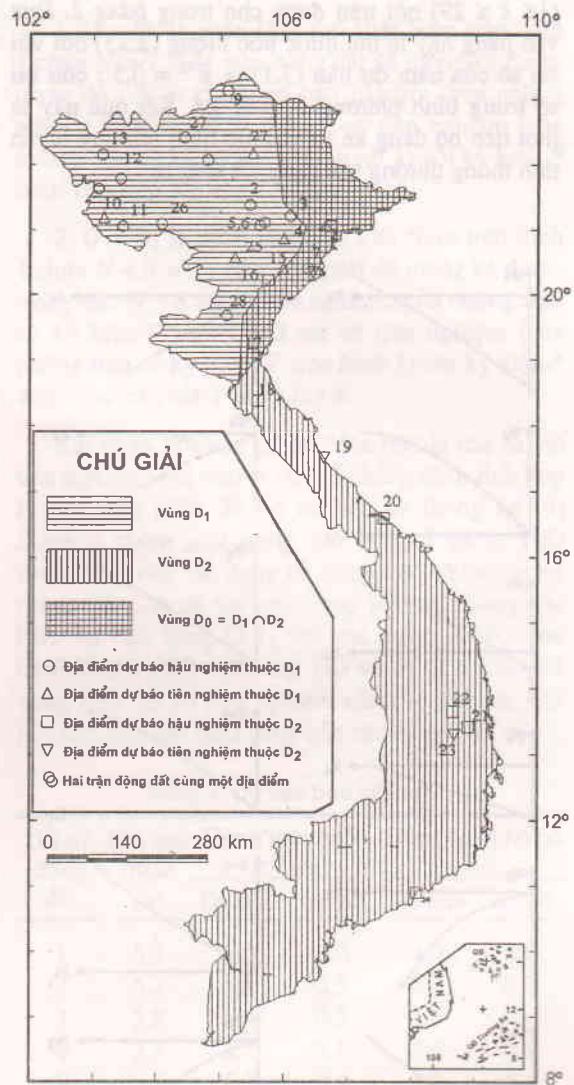
Nếu như các kết quả quan sát dạng (1.4) của 29 trận động đất này là những VTNN có cùng phân bố, có thể xem miền  $D$  là toàn bộ lãnh thổ nước ta, trên đó khi sử dụng lược đồ tính toán (§2) ta xác định được hàm dự báo chấn cấp dưới dạng :

$$M = \sum_{j=1}^4 \theta_{0j} \left( \sum_{i=1}^{12} \sum_{k=1}^4 \theta_{ik} x_i^{k-1} \right)^{j-1}, \quad (3.1)$$

trong đó các tham số  $\theta_{ij}$  cho trên bảng 1.

Bảng 1. Các tham số  $\theta_{ij}$  toàn lãnh thổ Việt Nam

$j$	$i$			
	1	2	3	4
0	4,46134	0,14937	0,00002	0,00000
1	-5,71330	0,08068	0,00000	0,00000
2	0,14726	0,18331	0,00000	-0,00002
3	-2,51754	0,08658	-0,00002	0,00000
4	-0,97695	0,02555	0,00000	0,00000
5	-0,57371	-0,02471	0,00003	-0,00001
6	1,37238	0,02762	0,00001	0,00000
7	2,15808	-0,04140	0,00000	0,00000
8	-2,68403	-0,01374	0,00000	0,00000
9	-0,23189	0,04869	-0,00001	0,00000
10	0,65531	0,09650	0,00001	-0,00001
11	-0,91406	0,05863	0,00000	0,00000
12	-1,44159	-0,00512	0,00000	0,00000



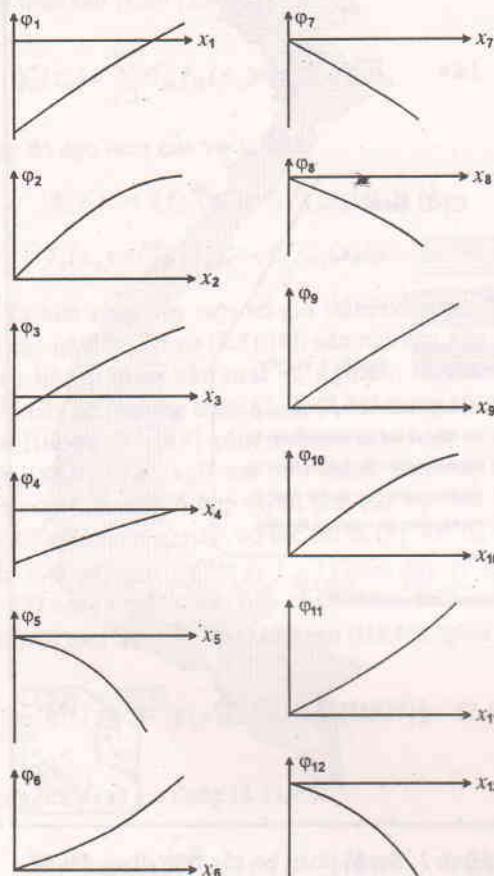
Hình 1. Sơ đồ phân bố các trận động đất để xây dựng hàm dự báo  $M_{\max}$

Liên quan đến các tham số này là các hàm (2.8) có dạng

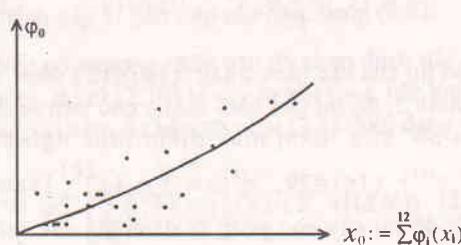
$$\varphi_i(x_i) = \sum_{k=1}^{12} \theta_{ik} x_i^{k-1}, \quad 0 \leq i \leq 12 \quad (3.2)$$

Đô thị của các hàm  $\varphi_i(x_i)$  ( $1 \leq i \leq 12$ ) được cho trên hình 2, đồ thị của hàm  $\varphi_0(x_0)$  cho trên hình 3. Phân bố của "dám mây điểm thực nghiệm" ( $(x_0^{(k)}, y^{(k)})$  ( $1 \leq i \leq 29$ ,  $x_0^{(k)} := \sum_{i=1}^{12} \varphi_i(x_i^{(k)})$ )) xung quanh đô thị này cho phép ta đánh giá các sai số hậu nghiệm dạng (2.22) của hàm dự báo (3.1). Những giá trị bằng số của các sai số  $\hat{\varepsilon}^{nL}(x^{(k)})$

( $1 \leq k \leq 29$ ) nói trên được cho trong bảng 2. Dựa vào bảng này ta thu được ước lượng (2.23) đối với sai số của hàm dự báo (3.1) là  $\hat{\epsilon}''^L = 0,5$ ; còn sai số trung bình phương là  $\sigma = 0,4$ . Kết quả này là một tiến bộ đáng kể so với mô hình hồi quy tuyến tính thông thường với dạng tốt nhất là



Hình 2. Đồ thị của các hàm  $\varphi_i(x_i)$  ( $1 \leq i \leq 12$ )



Hình 3. Đồ thị của hàm  $\varphi_0(x_0)$

$$M = a_0 + \sum_{i=1}^{12} a_i x'_i, \quad (3.3)$$

trong đó sai số  $\hat{\epsilon} = 2,6$  và  $\sigma = 1,8$ . Lý do đơn giản nhất của "tiến bộ" nói trên là số tham số trong mô hình hồi quy (3.3) bằng  $13 < N = 29$  (còn trong công trình này số tham số của công thức thực nghiệm (3.1) đã lên tới 52). Kết quả trên cũng đạt một tiến bộ đáng kể so với việc sử dụng phương pháp đường dốc nhất để giải bài toán biến phân (2.2), (2.3) như trong [1] (với sai số  $\hat{\epsilon} = 0,8$ ).

Điều đáng chú ý là do cấu tạo địa chất - địa vật lý vỏ Trái Đất lanh thổ nước ta (từ vĩ độ  $8^{\circ}50'N$  đến vĩ độ  $20^{\circ}50'N$ ) không thuận nhất, nên việc xây dựng cùng một hàm dự báo (1.1) trên vùng  $D$  gồm toàn lãnh thổ Việt Nam sẽ dẫn đến một điều bất hợp lý là phải thừa nhận (trong §1) giả thiết về tính cùng phân bố của các kết quả quan sát

Bảng 2. Dự báo toàn lãnh thổ

Vị trí	Quan sát	Dự báo	Sai số
1	5,3	5,1	0,2
2	5,3	5,8	-0,5
3	5,9	5,4	0,5
4	5,5	5,0	0,5
5	5,1	5,6	-0,5
6	5,1	5,6	-0,5
7	5,1	5,0	0,1
8	5,1	5,4	-0,3
9	4,8	4,9	-0,1
10	6,8	6,9	-0,1
11	6,8	6,6	0,2
12	6,7	6,2	0,5
13	5,1	5,6	-0,5
14	5,1	5,6	-0,5
15	5,7	6,2	-0,5
16	6,7	6,2	0,5
17	5,1	5,1	0,0
18	6,0	5,7	0,3
19	6,1	6,1	0,0
20	4,8	5,3	-0,5
21	5,3	5,2	0,1
22	5,3	5,2	0,1
23	5,3	4,8	0,5
24	5,1	5,3	-0,2
25	4,9	5,4	0,5
26	5,0	4,6	0,4
27	4,8	4,9	-0,1
28	4,8	4,9	-0,1
29	4,8	4,8	0,0

$(\eta, \xi_1, \dots, \xi_2)$  tại mọi địa điểm trên lãnh thổ nước ta và một số giả thiết phụ trợ của mô hình xấp xỉ ngẫu nhiên đối với bộ số liệu (1.4) tương ứng [3, 4].

Ngoài ra, kết quả dự báo sẽ không còn khả quan như trong bảng 2, nếu quá trình tính toán (2.8)-(2.15), (2.17) để xây dựng hàm dự báo (2.18) ta chỉ sử dụng một nhóm gồm  $N$  ( $N < 29$ ) bộ số liệu (1.4) (từ 29 bộ số liệu đã thống kê được). Sau đó, trong số  $(29 - N)$  bộ số liệu còn lại ta lựa ra  $\bar{N}$  bộ :

$$\eta = \bar{y}^{(k)}, \xi = \bar{x}^{(k)} : = \left( \bar{x}_1^{(k)}, \dots, \bar{x}_m^{(k)} \right)_{1 \leq k \leq \bar{N} \leq 29 - N} \quad (3.4)$$

để xác định các sai số tiên nghiệm :

$$\hat{\delta}_k = \hat{\delta}^n(\bar{x}^{(k)}) : = \bar{y}^{(k)} - f^n(\bar{x}^{(k)}), \quad 1 \leq k \leq \bar{N} \quad (3.5)$$

của hàm dự báo ở bước  $n$  đối với thực nghiệm (trận động đất) thứ  $k$  trong số các số liệu (3.4) mà ta xem là quan sát được "trong tương lai".

Khi các giả thiết phụ trợ của mô hình xấp xỉ ngẫu nhiên đối với bộ số liệu (1.4) không thỏa mãn và khi phân bố xác suất của các VTNN  $(\bar{y}^{(k)}, \bar{x}^{(k)})$  ( $1 \leq k \leq N$ ) khác với phân bố của các VTNN  $(y^{(k)}, x^{(k)})$  ( $1 \leq k \leq N$ ), hoặc khi các VTNN này không cùng phân bố xác suất thì các sai số tiên nghiệm (3.5) có thể sẽ lớn hơn các sai số hậu nghiệm (2.22) rất nhiều.

Để khắc phục những bất cập nói trên, ta cần thử nghiệm mô hình tính toán nêu trong §2 đối với nhiều bộ phận  $D$  của lãnh thổ nước ta. Tương ứng với mỗi bộ phận này là  $N$  bộ số liệu (1.4) và  $\bar{N}$  bộ số liệu (3.4) được quan sát từ  $N + \bar{N}$  trận động đất đã xuất hiện trên  $D$ , trong đó các số liệu (1.4) dùng để thiết lập hàm dự báo (2.18) và các sai số hậu nghiệm  $\hat{\varepsilon}_k$  ( $1 \leq k \leq N$ ), còn các số liệu (3.4) chỉ dùng để xác định các sai số tiên nghiệm  $\hat{\delta}_k$  ( $1 \leq k \leq N$ )<sup>(\*)</sup>. Khi phân tích các sai số nói trên ứng với nhiều bộ phận  $D$  trên lãnh thổ Việt Nam ta nhận thấy : để có thể thừa nhận giả thiết về tính cùng phân bố của các bộ số liệu quan sát trên cùng một vùng  $D$  và các giả thiết phụ trợ đối với (1.4), tốt nhất ta nên chọn miền  $D$  dưới hai dạng sau :

1.  $D = D_1$  là phần lãnh thổ Việt Nam trên hình 1 chứa  $N + \bar{N} = 21$  trận động đất đã thống kê được, trong đó :  $N = 15$  sai số hậu nghiệm (của những trận có ký hiệu O)  $\bar{N} = 6$  sai số tiên nghiệm (của những trận có ký hiệu  $\Delta$  trên hình 1) với ký hiệu \* được cho trên cột 4 của bảng 3.

2.  $D = D_2$  là phần lãnh thổ Việt Nam trên hình 1 chứa  $N + \bar{N} = 11$  trận động đất đã thống kê được, trong đó :  $N = 8$  sai số hậu nghiệm (của những trận có ký hiệu  $\square$ ) và  $\bar{N} = 3$  sai số tiên nghiệm (của những trận có ký hiệu  $\nabla$  trên hình 1) với ký hiệu \* được cho trên cột 4 của bảng 4.

Khi phân tích các sai số (đặc biệt là các sai số tiên nghiệm) nói trên ta có thể khẳng định tính hợp lý của việc phân 29 bộ số liệu đã thống kê [9] thành 2 nhóm như trong các bảng 3 và 4. Tiếp theo, bằng việc tận dụng tất cả mọi bộ số liệu trong từng nhóm, ta có thể xây dựng lần cuối cùng các hàm dự báo dạng (3.1) với các tham số  $\theta_{ij}$  cho trên bảng 5 (đối với vùng  $D_1$ ) và bảng 6 (đối với vùng  $D_2$ ). Sai số hậu nghiệm của các hàm dự báo này cho trên cột cuối cùng của các bảng 3 và 4.

Bảng 3. Dự báo trên miền  $D_1$

Vị trí động đất	Kết quả quan sát	Dùng một phân số liệu		Dùng toàn bộ số liệu	
		Dự báo	Sai số	Dự báo	Sai số
1	5,3	5,0	0,3	4,9	0,4
2	5,3	5,8	-0,5	5,7	-0,4
3	5,9	5,4	0,5	5,5	0,4
4	5,5	5,2	0,3*	5,4	0,1
5	5,1	5,5	-0,4	5,5	-0,4
6	5,1	5,5	-0,4	5,5	-0,4
7	5,1	4,8	0,3	5,0	0,1
8	5,1	5,4	-0,3*	5,5	-0,4
9	4,8	4,5	0,3	4,5	0,3
10	6,8	6,8	0,0*	6,6	0,2
11	6,8	6,5	0,3	6,4	0,4
12	6,7	6,4	0,3	6,5	0,2
13	5,1	5,6	-0,5	5,5	-0,4
14	5,1	5,4	-0,3	5,5	-0,4
15	5,7	5,4	0,3*	5,4	0,3
16	6,7	6,3	0,4	6,3	0,4
25	4,9	5,1	-0,2*	5,3	-0,4
26	5,0	4,5	0,5	4,6	0,4
27	4,8	4,8	0,0*	4,9	-0,1
28	4,8	5,0	-0,2	5,2	-0,4
29	4,8	4,3	0,5	4,4	0,4

Cân nhắc mạnh : theo các phương pháp kinh điển của giải tích hồi quy, điều này khó có thể thực hiện bởi vì số lượng quan sát  $N$  tương ứng cần phải lớn hơn số lượng biến hồi quy  $m$ .

Bảng 4. Dự báo trên miền  $D_2$ 

Vị trí động đất	Kết quả quan sát	Dùng một phần số liệu		Dùng toàn bộ số liệu	
		Dự báo	Sai số	Dự báo	Sai số
7	5,1	5,3	-0,2*	5,1	0,0
8	5,1	5,1	0,0	5,1	0,0
16	6,7	6,7	0,0	6,7	0,0
17	5,1	5,1	0,0	5,1	0,0
18	6,0	6,0	0,0	6,0	0,0
19	6,1	6,1	0,0*	6,1	0,0
20	4,8	4,8	0,0	4,8	0,0
21	5,3	5,3	0,0	5,3	0,0
22	5,3	5,3	0,0	5,3	0,0
23	5,3	5,1	0,2*	5,3	0,0
24	5,1	5,1	0,0	5,1	0,0

Cần lưu ý  $D_0 = D_1 \cap D_2$  là phần chung của cả hai vùng  $D_1$  và  $D_2$  (hình 1), nghĩa là trên  $D_0$  ta có thể sử dụng hàm dự báo (3.1) ứng với các tham số  $\theta_{ij}$  trên cả bảng 5 lẫn bảng 6. Tuy nhiên, nếu phân tích sai số (bảng 3 và 4) của các trạng động đất đã xuất hiện trên vùng  $D_0$  (có ký hiệu 7, 8, 16 trên hình 1) ta nhận thấy trên phần chung  $D_0$  hàm dự báo ứng với các tham số trên bảng 6 tốt hơn là các tham số trên bảng 5. Bởi vậy ta sẽ chọn hàm dự báo (3.1) có các tham số trên bảng 6 cho vùng  $D_0$ .

Cuối cùng, chúng ta có thể rút ra một nhận xét thú vị về sự nghiệm lại ý nghĩa thực tiễn của một

Bảng 6. Các tham số  $\theta_{ij}$  vùng  $D_2$ 

$i$	$j$			
	1	2	3	4
0	-3,56065	1,00044	-0,00001	0,00014
1	-0,50001	0,02497	0,00000	0,00000
2	0,08302	0,02148	0,00000	-0,00001
3	0,01602	0,04884	0,00000	0,00000
4	0,05011	0,00301	0,00000	0,00002
5	0,01522	-0,00318	0,00000	0,00000
6	0,18569	0,01890	0,00000	0,00000
7	1,56602	0,02355	0,00000	0,00000
8	-0,04748	-0,00257	0,00000	0,00000
9	0,00909	-0,00339	0,00000	0,00000
10	-0,05876	0,02435	0,00000	0,00001
11	-0,08011	0,00188	0,00000	0,00000
12	0,15304	0,00474	0,00000	0,00000

kết quả tính toán là tại những địa điểm có tọa độ địa lý khá gần nhau (như 22 và 23 hoặc 13 và 14 trên hình 1) lại có kết quả dự báo chấn cấp trùng nhau. "Tính liên tục" theo tọa độ địa lý này của các kết quả dự báo sẽ là cơ sở để vẽ các đường đẳng trị chấn cấp, khi ta liên tục hóa những kết quả tính bằng số (rời rạc) để lập bản đồ dự báo chấn cấp.

Tuy nhiên, sự phù hợp với thực tiễn của tính liên tục đối với các kết quả dự báo nói trên chỉ có thể giải thích bằng tính chính xác của các số liệu thống kê và tính khách quan, thích hợp của mô hình tính toán, mà không thể được giải thích bằng tính liên tục của hàm dự báo (3.1) theo các đối  $x_i$  ( $1 \leq i \leq 12$ ). Bởi vì, dù cho các kết quả dự báo trùng nhau ở các địa điểm 22 và 23, nhưng trong số 12 đối của hàm (3.1) thì có đến 10 đối có giá trị khác nhau tại mỗi địa điểm, trong đó có giá trị khác xa nhau như của đối  $x_8$  (ở mức tuyệt đối là 43 đơn vị và tương đối là  $43/13 = 331\%$ ). Tương tự, giá trị của đối  $x_{10}$  tại 2 địa điểm 13 và 14 (gần nhau) cũng khác xa nhau (ở mức tuyệt đối là 44 đơn vị và tương đối là  $44/17 = 259\%$ , trong khi đó kết quả dự báo tại 2 địa điểm này lại trùng nhau).

## KẾT LUẬN

Để giảm sai số và thay thế sai số trung bình bởi sai số tuyệt đối, phương pháp xấp xỉ ngẫu nhiên cải biên đã được sử dụng trong công trình này thay thế cho phương pháp đường dốc nhất (đã biết). Những

Bảng 5. Các tham số  $\theta_{ij}$  vùng  $D_1$ 

$i$	$j$			
	1	2	3	4
0	-3,46791	1,00025	-0,00001	-0,00017
1	0,26099	0,02496	0,00000	0,00000
2	-0,04657	0,02116	0,00000	0,00000
3	0,10443	0,04972	0,00000	0,00000
4	0,01719	0,00260	0,00000	0,00000
5	0,03475	-0,00316	0,00000	0,00000
6	0,00382	0,01886	0,00000	0,00002
7	0,76487	0,02337	0,00000	0,00000
8	-0,06343	-0,00222	0,00000	0,00000
9	0,27789	-0,00085	0,00000	0,00000
10	0,11093	0,01773	-0,00001	0,00000
11	0,05084	0,00184	0,00000	0,00000
12	0,13514	0,00473	0,00000	0,00000

kết quả tính toán đã khẳng định điều đó, chứng tỏ hiệu quả và độ tin cậy của phương pháp mới này. Bởi vậy, có thể sử dụng phương pháp xấp xỉ ngẫu nhiên cải biến trong những bài toán tương tự.

Trước mắt nên sử dụng hai bộ tham số đã nêu, cho công thức dự báo chấn cấp động đất cực đại, cho 2 miền lanh thổ của đất nước đã phác họa trên sơ đồ.

Công trình được hỗ trợ kinh phí của chương trình nghiên cứu cơ bản về khoa học tự nhiên.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] V.I. BUNE, N.G. TURBOVICH, B.A. BORISOV, G.I.REYSNER, E.F. IURKOV, 1975 : Phương pháp dự báo magnitud động đất cực đại, Tạp chí Vật lý Địa cầu, 10, 31-43, (Nga văn).

[2] PHAN VĂN HẠP và nnk, 1970 : Cơ sở phương pháp tính, T. 2, Nxb ĐH và THCN, Hà Nội.

[3] NGUYỄN ĐÌNH HÓA, NGUYỄN QUÝ HỶ, NGUYỄN ĐÌNH XUYÊN, 1999 : Về một bài toán biến phân để ước lượng một loại mặt hối quy có số quan sát bé. Tuyển tập Báo cáo KH Hội nghị nghiên cứu, ứng dụng và giảng dạy toán học, 120-130. Hội Toán học Hà Nội.

[4] NGUYỄN QUÝ HỶ, NGUYỄN XUÂN BÌNH, TRẦN CẢNH, 1999 : Dùng mô hình xấp xỉ ngẫu nhiên để ước lượng một loại mặt hối quy và ứng dụng để lập bản đồ dự báo động đất ở Việt Nam, Tuyển tập Báo cáo KH Hội nghị nghiên cứu, ứng dụng và giảng dạy toán học, 49-66. Hội Toán học Hà Nội.

[5] E.F. IURKOV, 1975 : Xác định các phép biến đổi phi tuyến một chiều trên cơ sở các đặc trưng thống kê trong dự báo, Tuyển tập "Các phương pháp tuyến tính và phi tuyến trong nhận dạng", Moskva, (Nga văn).

[6] NGUYỄN XUÂN LIÊM, 1994 : Giải tích hàm, tr 106. Nxb Giáo dục, Hà nội.

[7] P. RÉVÉSZ, 1973 : Robbins - Monro procedure in a Hilbert space and its application in the theory of learning processes, I, Studia Sci. Math. Hung., 8, 391-398.

[8] NGUYỄN ĐÌNH XUYÊN (chủ biên), 1996 : Cơ sở dữ liệu cho các giải pháp giảm nhẹ hậu quả động đất ở Việt Nam. Báo cáo đề tài độc lập cấp nhà nước mã số KT-ĐC 92-07, Phần II, Phần vùng động đất lanh thổ Việt Nam, Hà Nội.

### SUMMARY

**Function of predicting maximum magnitude of earthquakes on the Vietnamese territory by the stochastic approximation**

Let  $M$  be the maximum magnitude of an earthquake and let  $x_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) be the  $i^{\text{th}}$  related geologo-geophysical sign. In order to establish the best empiric formula in the form  $M = \varphi_0 \left( \sum_{i=1}^m \varphi_i(x_i) \right)$  it constructes in this work a sequence of vector functions  $\{\varphi^n = (\varphi_0^n, \dots, \varphi_m^n), n \geq 1\}$  (by the Robbins-Monro procedure) which is approximate solutions of the system of nonlinear equations  $M_i(\varphi_0, \dots, \varphi_m) = 0$  ( $0 \leq i \leq m$ ) obtained in solving the variational problem:

$$J(\varphi_0, \dots, \varphi_m) := E\{[\eta - \varphi_0 \left( \sum_{i=1}^m \varphi_i(\xi_i) \right)]^2 S(\eta, \xi)\} \rightarrow \inf,$$

where random vector  $(\eta, \xi_1, \dots, \xi_m)$  is an observation of vector  $(M, x_1, \dots, x_m)$  with weight  $S(\eta, \xi)$ ,  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_m)$ .

A subsequence  $\{\varphi^{n_k}, k \geq 1\}$  of  $\{\varphi^n, n \geq 1\}$  is also constructed in the work, such as  $\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi_0^{n_k} \left[ \sum_{i=1}^m \varphi_i^{n_k}(x_i) \right] = \varphi_0 \left[ \sum_{i=1}^m \varphi_i(x_i) \right]$ . This result is applied to found a map of predicting maximum magnitude of earthquakes on the territory of Vietnam.

Ngày nhận bài : 01-02-2000

Viện Vật lý Địa cầu  
ĐHKHTN - ĐHQGHN  
Đại học Bách khoa Hà Nội  
Đại học Xây dựng