### Application of the wavelet transform modulus maxima and scale normalization to determine gravity anomalies of adjacent sourses

Tin Duong Quoc Chanh<sup>1,2,\*</sup>, Dau Duong Hieu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Can Tho University, Can Tho, Vietnam <sup>2</sup>University of Science, VNU Ho Chi Minh city, Vietnam \*E-mail: dqctin@ctu.edu.vn

Received: 3 July 2017; Accepted: 24 December 2017

©2019 Vietnam Academy of Science and Technology (VAST)

#### Abstract

Nowadays, the wavelet transform is frequently used in processing and interpretaion of potential field data, to detect accurately the location of the anomaly sources and their properties. For gravity anomalies of adjacent sources, they always superimpose upon each other not only in the spatial domain but also in the frequency domain, making the identification of these sources significantly problematic. In this paper, a new mother wavelet for effective analysis of the locations of the close potential field sources was introduced. By theoretical modeling, using the wavelet transform modulus maxima (WTMM) method, we set up a correlative function between the scale parameter and gravity source depth. Moreover, a scale normalization on the wavelet coefficients was applied to enhance resolution for the separation of these sources using the wavelet transform, and then application of the gravity anomalies of adjacent sources using the wavelet transform, and then application for analysing some of the gravity profiles in the Mekong Delta. The results of this interpretation were consistent with previously published results, but the level of resolution for this technique was quite coincidental with other methods using different geological data.

**Keywords:** Gravity anomalies of adjacent sources, new mother wavelet, wavelet transform modulus maxima (WTMM), correlative function, scale normalization.

*Citation*: Tin Duong Quoc Chanh, Dau Duong Hieu, 2019. Application of the wavelet transform modulus maxima and scale normalization to determine gravity anomalies of adjacent sourses. *Vietnam Journal of Marine Science and Technology*, 19(1), 163–177.

# Ứng dụng phương pháp cực đại wavelet và sự chuẩn hóa tham số tỉ lệ để xác định các nguồn dị thường trọng lực liền kề

Dương Quốc Chánh Tín<sup>1,2,\*</sup>, Dương Hiếu Đẩu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Đại học Cần Thơ, Cần Thơ, Việt Nam <sup>2</sup>Trường Đại học Khoa học tự nhiên, Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam \*E-mail: dqctin@ctu.edu.vn

Nhận bài: 3-7-2017; Chấp nhận đăng: 24-12-2017

#### Tóm tắt

Ngày nay, phép biến đổi wavelet được ứng dụng rất nhiều trong việc xử lý và phân tích dữ liệu trường thế nhằm xác định tương đối vị trí các nguồn gây ra dị thường cùng các thông số của chúng. Với các nguồn dị thường trọng lực liền kề, trường tổng hợp chồng chập lên nhau không chỉ trong miền không gian mà còn cả trong miền tần số, gây khó khăn lớn trong việc định vị các nguồn này. Trong bài báo này đã sử dụng một họ wavelet mới và thực hiện biến đổi wavelet đa phân giải để xác định hiệu quả các thông số của những nguồn trường thế liền kề. Bằng những mô hình lý thuyết, sử dụng phương pháp cực đại wavelet, đã thiết lập được hàm tương quan giữa tham số tỉ lệ trong phép biến đổi wavelet và độ sâu của nguồn dị thường trọng lực. Sự chuẩn hóa tham số tỉ lệ cũng được áp dụng thích hợp để cải thiện độ phân giải, giúp tách biệt các nguồn trường trong tỉ lệ đồ, từ đó xác định được độ sâu của chúng. Sau khi kiểm chứng độ tin cậy và tính khả thi của phương pháp được dề xuất trên các số liệu mô hình, một quy trình xử lý giúp định vị các nguồn dị thường trọng lực liền kề được xây dựng và áp dụng phân tích một số tuyến đo trọng lực tiêu biểu ở đồng bằng sông Cửu Long. Các kết quả xử lý trong nghiên cứu này là khá phù hợp với các phân tích được công bố trước đây, ngoài ra về mức độ chi tiết là rất trùng khớp với các số liệu địa chất khác.

**Từ khóa:** Nguồn dị thường trọng lực liền kề, họ wavelet mới, phương pháp cực đại wavelet, hàm tương quan, chuẩn hóa tham số tỉ lệ.

#### MỞ ĐẦU

Biến đổi wavelet được ứng dụng vào địa vật lý từ đầu thập niên 1980 để phân tích tín hiệu địa chấn [1]. Kể từ đó, những tiến bộ đáng kể của lý thuyết wavelet đã mở ra nhiều ứng dụng trong các lĩnh vực khác. Trong vật lý địa cầu, wavelet đã và đang là một công cụ hữu ích trong việc phân tích các tín hiệu có sự thay đổi đột biến với thời gian [1–4]. Trong lĩnh vực ấy, phân tích dữ liệu trường thế đã có nhiều thành tựu đáng kể khi sử dụng phép biến đổi wavelet để lọc nhiễu, tách trường, xác định vị trí, độ sâu và các đặc tính của nguồn trường đồng nhất [5]. Gần đây, biến đổi wavelet liên tục với hàm wavelet phức Morlet đã được Li et al., [6] sử dụng để xác định sự phân bố của các nguồn dị thường trọng lực. Nhóm nghiên cứu này đã xây dựng được quan hệ xấp xỉ tuyến tính giữa độ sâu của nguồn và số sóng giả (pseudo wavenumber), để ứng dụng phân tích các số liệu trường trọng lực từ thực địa. Tuy nhiên, việc chuyển từ miền tham số tỉ lệ sang miền số sóng giả là khá phức tạp và mất nhiều thời gian tính toán cũng như phân tích. Trong bài báo này, qua các mô hình lý thuyết đã xác lập mối tương quan trực tiếp giữa độ sâu của nguồn trường dị thường trọng lực và tham số tỉ lệ khi sử dụng phép biến đổi wavelet, để áp dụng vào phân tích một số tuyến đo trọng lực ở vùng đồng bằng sông Cửu Long.

#### CƠ SỞ LÝ THUYẾT

# Phép biến đổi wavelet liên tục và hàm wavelet phức Farshad - Sailhac

Phép biến đổi wavelet liên tục trên tín hiệu một chiều f(x) cho bởi:

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\psi} \left( \frac{b-x}{a} \right) dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \left( f^* \overline{\psi} \right) \tag{1}$$

*Với:*  $a \in \mathbb{R}^+$ : Tham số tỉ lệ, đặc trưng cho sự dãn (a > 1) hoặc nén (a < 1) wavelet, và  $b \in \mathbb{R}$ : Tham số dịch chuyển, cung cấp thông tin về vị trí,  $\overline{\psi}(x)$ : Liên hiệp phức của  $\psi(x)$ , là hàm wavelet dùng trong biến đổi,  $f * \overline{\psi}$ : Ký hiệu tích chập của hàm f(x) và  $\overline{\psi}(x)$ . Biến đổi wavelet có sự đa dạng khi sử dụng nhiều hàm wavelet chọn lọc khác nhau tùy theo dạng thông tin mà ta phân tích.

Để xác định vị trí theo phương ngang và độ sâu của nguồn dị thường trọng lực, chúng tôi đã sử dụng hàm wavelet phức mới - Farshad -Sailhac [7] có dạng như sau:

$$\psi^{(FS)}(x) = \psi^{(F)}(x) + i\psi^{(S)}(x)$$
 (2)

Trong đó:

$$\psi^{(F)}(x) = \frac{4 - 2x^2}{\left(x^2 + 2^2\right)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1 - 2x^2}{\left(x^2 + 1^2\right)^{\frac{5}{2}}}$$
(3)

$$\psi^{(S)}(x) = Hilbert(\psi^{(F)}(x)) \tag{4}$$

Phương pháp cực đại wavelet (wavelet transform modulus maxima - WTMM)

Phương pháp xác định biên của Mallat và Hwang (1992) [8] để xử lý những đường đẳng trị của cực đại độ lớn biến đổi wavelet liên tục trên tín hiệu được phân tích. Phương pháp này được áp dụng với hàm wavelet thực thi là các đạo hàm bậc nhất hay đạo hàm bậc hai của hàm nhân tử trong phép chuyển trường ở bài toán trường thể. Hàm wavelet do nhóm xây dựng có tên là Farshad - Sailhac được kiểm chứng là thỏa mãn các yêu cầu của phương pháp Mallat và Hwang, vì thế việc phân tích và minh giải vị trí theo phương ngang cũng như độ sâu của các nguồn dị thường trọng lực đều dựa trên thành phần độ lớn của biến đổi wavelet này. Kỹ thuật phân tích biên dựa vào việc xác định vị trí trên tỉ lệ đồ mà tại đó có sự hội tụ của các đường đẳng trị cực đại của độ lớn hệ số biến đổi wavelet nên được gọi là phương pháp cực đại wavelet (wavelet transform modulus maxima -WTMM).

Phương pháp khử nhiễu tín hiệu và tăng cường độ tương phản khi tính biên đa tỉ lệ sử dụng biến đổi wavelet đã được Yansun Xu et al., [9] thực hiện tính wavelet trên gradient của dữ liệu, giúp phát hiện rõ hơn vị trí của các nguồn dị thường nhỏ cạnh các nguồn lớn bởi vì dữ liệu gradient có tính chất khuếch đại các biến thiên tức thời của tín hiệu. Vì vậy, trong các phần tiếp theo sẽ áp dụng biến đổi wavelet trên tín hiệu gradient dị thường trọng lực thay vì áp dụng trên dị thường trọng lực để phân tích các mô hình lý thuyết và từ đó áp dụng phân tích dữ liệu thực tế nhằm định vị các nguồn dị thường nhỏ nằm gần các nguồn dị thường lớn.

#### Xác định chỉ số cấu trúc

Chỉ số câu trúc *N* là một thông số đặc trưng cho kiểu nguồn trường (từ hay trọng lực trên cột 2 của bảng 2) và nó được giới thiệu lần đầu bởi Thompson, D. T., (1982) [10] thông qua phương trình thuần nhất có dạng như sau:

$$(x - x_o)\frac{\partial T}{\partial x} + (y - y_o)\frac{\partial T}{\partial y} + (z - z_o)\frac{\partial T}{\partial z} = N(T_o - T)$$
(5)

*Trong đó:*  $(x_0, y_0, z_0)$  là vị trí của nguồn dị thường, *T* là cường độ trường toàn phần đo tại

tọa độ (x, y, z),  $T_{o}$  là trường toàn phần khu vực, N là chỉ số cấu trúc của nguồn dị thường.

Theo Sailhac et al., [11], giả sử f(x, z = 0) là trường thế đo trên mặt đất tạo bởi một nguồn trường đồng nhất nằm ở vị trí x = 0 và độ sâu  $z = z_0$  dưới mặt đất. Khi thực hiện biến đổi wavelet của f(x, z = 0) với các hàm wavelet được xây dựng từ đạo hàm bậc  $\gamma$  theo phương

ngang của hàm nhân tử trong công thức chuyển trường lên, các hệ số của biến đổi wavelet ở hai vị trí (x, a) và (x', a') trong mặt phẳng tỉ lệ đồ sẽ tuân theo định luật tỉ lệ kép liên quan đến hai tham số mũ  $\gamma$  và  $\beta$  cho bởi:

$$W_{f(x,z=0)}^{\gamma}(x,a) = \left(\frac{a}{a'}\right)^{\gamma} \left(\frac{a'+z_o}{a+z_o}\right)^{-\beta} W_{f(x,z=0)}^{\gamma}(x',a')$$
(6)

*Trong đó:*  $\beta$  liên quan đến bậc đồng nhất của nguồn trường.

Với các vật thể có mật độ phân bố đều gây ra dị thường trọng lực thì mối liên hệ giữa bậc đồng nhất  $\beta$ , bậc  $\gamma$  của đạo hàm và chỉ số cấu trúc *N* thể hiện tương quan là:

$$N = -\beta - \gamma - 2 \tag{7}$$

Với các vị trí đo đạc x và x' khác nhau, mối quan hệ giữa tham số a và a' là:

$$\frac{a'+z_o}{x'} = \frac{a+z_o}{x} = const$$
(8)

Trong nghiên cứu này, chỉ số cấu trúc *N* của nguồn dị thường được xác định thông qua biến đối wavelet liên tục thực hiện bởi hàm wavelet Farshard - Sailhac. Vì phần thực của hàm wavelet này là  $\psi^{(F)}(x)$  trong biểu thức (3) được tạo thành từ đạo hàm bậc 2 theo phương ngang của nhân Farshard [12]:

$$\theta(x) = \frac{1}{\left(x^2 + 1^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left(x^2 + 2^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

nên  $\gamma = 2$  và do đó biểu thức (6) được viết lại như sau:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{2} W_{f(x,z=0)}^{2}(x,a)(a+z_{o})^{-\beta} = \left(\frac{1}{a'}\right)^{2} W_{f(x,z=0)}^{2}(x',a')(a'+z_{o})^{-\beta} = const$$
(9)

Đặt:  $W_{f(x,z=0)}^2(x,a) = W_2(x,a)$  và lấy logarit hai vế của biểu thức (9) ta được:

$$\log\left(\frac{W_2(x,a)}{a^2}\right) = \beta \log(a+z_o) + c \quad (10)$$

$$Y = \beta . X + c \tag{11}$$

Ở đây:

$$Y = \log\left(\frac{W_2(x,a)}{a^2}\right) \text{ và } X = \log(a+z_o)$$

Như vậy, bậc đồng nhất  $\beta$  của nguồn trường sẽ được xác định từ hệ số góc của đường thẳng trong biểu thức (11), từ đó tính chỉ số cấu trúc của nguồn thông qua phương trình (7).

Việc xác định chỉ số cấu trúc giúp ta ước lượng được hình dạng tương đối của nguồn trường [10] theo bảng 2.

#### Sự chuẩn hóa tham số tỉ lệ

Thực tế, với các nguồn trường thế liền kề, sự chồng chập trường trọng lực liên quan đến nhiều yếu tố khác nhau như: Mật độ, vị trí, độ sâu và kích thước các nguồn thành phần. Khi đó, cực đại độ lớn của hệ số wavelet do nguồn lớn đóng góp trội hơn hẳn so với đóng góp của các nguồn dị thường bé, làm cho việc xác định vị trí các nguồn nhỏ gặp khó khăn. Để giải quyết vấn đề này, nghiên cứu đã điều chỉnh tham số tỉ lệ nhằm rút ngắn khoảng cách về độ lớn của hệ số biến đổi wavelet trong mặt phẳng tỉ lệ đồ giữa nguồn dị thường lớn và các nguồn dị thường nhỏ. Tạo điều kiện để định vị các nguồn nhỏ nằm liền kề các nguồn lớn được dễ dàng hơn. Để tách các nguồn trường thế liền kề trong mặt phẳng tỉ lệ đồ, phép biến đổi wavelet một chiều trong biểu thức (1) được bổ sung tham số hiệu chỉnh  $a^{-n}$ , khi đó có thể viết lại như sau:

$$W'(a,b) = a^{-n} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\psi}\left(\frac{b-x}{a}\right) dx \quad (12)$$

 $O \, d\hat{a}y$ : *n* là hằng số dương, khi *n* = 0, tham số tỉ lê xem như chưa chuẩn hóa, lúc này phương trình (12) sẽ trở về phương trình (1). Trong quá trình phân tích một số mô hình dị thường trọng lực đơn giản, khi sử dụng biến đổi wavelet Farshad - Sailhac thì n chỉ nhân giá tri từ 0 đến 1,5. Khi *n* tăng thì các hệ số biến đổi wavelet W(a, b) trong biểu thức (12) giảm và khoảng cách tương đối của các đường đẳng trị về độ lớn của biến đổi wavelet xét trong mặt phẳng tỉ lê đồ cũng được rút ngắn hơn, nên đô phân giải hình ảnh của các biên nguồn cũng được cải thiện rõ nét. Trong bài báo này, nhóm nghiên cứu chon n = 1.5 (đô phân giải cao nhất) để phân tích các nguồn trường liền kề trong các mô hình lý thuyết cũng như các số liêu thực tế.

### Mối quan hệ giữa tham số tỉ lệ và độ sâu của nguồn dị thường trọng lực

Trong biến đổi wavelet, tham số tỉ lệ có liên quan đến độ sâu của nguồn. Tuy nhiên, tham số tỉ lệ không phải là độ sâu và cũng không cho ta thông tin trực tiếp về độ sâu. Bằng việc phân tích hình ảnh trong mặt phẳng tỉ lệ đồ qua các mô hình lý thuyết với nguồn trường được tạo ra từ các vật thể có hình dạng khác nhau, nhóm tác giả đã xác định được tương quan gần như tuyến tính giữa độ sâu của nguồn z và tích số giữa tham số tỉ lệ a với bước đo  $\Delta$  qua hệ số k:

$$z = k.(a.\Delta) \tag{13}$$

Hệ số k phụ thuộc chỉ số cấu trúc của nguồn. Các kết quả phân tích mô hình lý thuyết giúp xác định hệ số k tương đối để - ước lượng độ sâu đến tâm của các nguồn dị thường trong phân tích các số liệu thực tế.

#### KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ THẢO LUẬN Mô hình lý thuyết Mô hình 1: Các nguồn di thường đơn



Hình 1. Các dạng đồ thị của mô hình 1: a) Dị thường trọng lực do một quả cầu đồng nhất gây ra,
b) Gradient dị thường trọng lực, c) Đẳng trị của biến đổi wavelet trên tín hiệu gradient dị thường trọng lực

Nguồn trường là một quả cầu đồng nhất, bán kính R = 1,0 km đặt trong môi trường đồng nhất. Hiệu mật độ giữa dị vật và môi trường là 3 kg/m<sup>3</sup>. Tọa độ tâm quả cầu theo phương ngang x = 50 km, và độ sâu z = 3,0km. Tuyến đo ở mặt đất có chiều dài 100 km đi qua tâm quả cầu, bước đo là  $\Delta = 0,2$  km; như vậy tọa độ các điểm đo lần lượt là: 0; 0,2; 0,4;... 100 km (hình 1a là đồ thị của dị thường trọng lực, hình 1b là đồ thị của gradient dị thường trọng lực).

Bång 1.	Kết quả	phân t	tích nguồi	1 ở các	độ sâu	và tỉ lệ	khác	nhau
C	bằng	biến đ	tối wavele	et Farsh	hard - S	ailhac		

<i>z</i> (km)	$\Delta$ (km)	<i>a</i> ( <i>n</i> = 0)	$(a.\Delta)$	<i>a</i> ' (n = 1,5)	( <i>a</i> '.Δ)
1,5	0,2	9,7	1,94	1,9	0,38
2,0	0,2	12,9	2,58	2,5	0,50
2,5	0,2	16,2	3,24	3,2	0,64
3,0	0,2	19,4	3,88	3,9	0,78
3,5	0,2	22,5	4,50	4,5	0,90
4,0	0,2	25,7	5,14	5,1	1,02
4,5	0,2	29,0	5,80	5,8	1,16
5,0	0,2	32,2	6,44	6,4	1,28
5,5	0,2	35,4	7,08	7,1	1,42
6,0	0,2	38,6	7,72	7,7	1,54
6,5	0,2	41,8	8,36	8,3	1,66
7,0	0,2	45,0	9,00	8,9	1,78
7,5	0,2	48,2	9,64	9,5	1,90
8,0	0,2	51,4	10,28	10,2	2,04
8,5	0,2	54,7	10,94	10,8	2,16
9,0	0,2	57,8	11,56	11,5	2,30

Dựa vào kết quả vẽ đẳng trị đối xứng (hình 1c) dễ dàng xác định tọa độ của cực đại độ lớn biến đổi wavelet (điểm trắng nằm giữa đồ thị): b = 250,0; a = 19,4. Nhân giá trị của b với bước đo  $\Delta = 0,2$  km, ta xác định được vị trí theo phương ngang của tâm nguồn dị thường:  $x = 250,0 \times 0,2 = 50$  (km). Giá trị này phù hợp với tọa độ thiết kế x = 50 km của mô hình. Do đó, cực đại độ lớn biến đổi wavelet trên mặt phẳng tỉ lệ đồ là thông tin để xác định chính xác vị trí theo phương ngang của nguồn trường.

Giá trị của tham số tỉ lệ a = 19,4 có liên quan đến độ sâu của nguồn trường. Để tìm quy luật biến đổi của độ sâu z theo a, lần lượt thay đổi z từ 1,5 km đến 9,0 km (bước nhảy 0,5 km) và lặp lại quá trình khảo sát như khi z = 3,0 km. Kết quả chỉ ra trong bảng 1 và hình 2. Dựa vào đồ thị (hình 2) của z theo a, ta xác định được hàm tương quan là hàm tuyến tính giữa độ sâu và tham số tỉ lệ:

$$z = \approx 0,7794 \times (a.\Delta) \text{ (km)}$$
 - khi chưa chuẩn hóa (14)

$$z \approx 3,9298 \times (a'.\Delta)$$
 (km) - sau khi chuẩn hóa với  $n = 1,5$  (15)

Theo Yang et al., (2010), khi nguồn trường ở xa mặt phẳng đo, nó được xem như một khối cầu đồng nhất [6]. Độ sâu tương đối của nguồn có thể được ước lượng trực tiếp từ cực đại độ lớn hệ số biến đổi wavelet bởi phương trình (14) - khi chưa chuẩn hóa tham số tỉ lệ (n = 0), hoặc

bởi phương trình (15) - khi đã chuẩn hóa tham số tỉ lệ  $a^{-n}$  (n = 1,5).

Nghiên cứu cũng tiếp tục thử nghiệm phương pháp đề xuất với các nguồn trường có hình dạng đơn giản khác như: Hình trụ, vỉa, đứt gãy hay bậc. Kết quả xác định k - khi chưa chuẩn hóa tham số tỉ lệ hoặc k' - khi đã chuẩn hóa tham số tỉ lệ  $a^{-n}$  (n = 1,5) tương ứng với các

nguồn có dạng hình học đơn giản khác nhau được mô tả ở bảng 2.



*Hình* 2. Tương quan giữa độ sâu với tích của bước đo và tham số tỉ lệ: a) Khi chưa chuẩn hóa tham số tỉ lệ; b) Khi đã chuẩn hóa tham số tỉ lệ  $a^{-n}$  với n = 1,5

Hình dạng	Chỉ số cấu trúc N	k (n = 0)	k'(n = 1,5)
Quả cầu	2	0,7794	3,9298
Hình trụ	1	0,6280	3,5215
Via mỏng	0 < N < 1	0,2288	2,4899
Đứt gãy hoặc bậc	0	0,1863	1,9512

Bảng 2. Chỉ số cấu trúc N và hệ số k, k' tương ứng

# Mô hình 2: Nguồn dị thường gồm hai quả cầu liền kề

Trong mô hình, dị thường trọng lực tạo ra bởi hai quả cầu có kích thước khác nhau đặt trong môi trường đồng nhất. Hiệu mật độ giữa hai dị vật và môi trường bằng nhau và bằng 3,0 kg/m<sup>3</sup>. Quả cầu thứ nhất có bán kính 1,0 km, có tọa độ theo phương ngang  $x_1 = 42,0$  km, và độ sâu  $z_1 = 2,0$  km; quả cầu thứ hai nằm ở tọa độ theo phương ngang  $x_2 = 50,0$  km, và độ sâu  $z_2 = 9,0$  km có bán kính 6,5 km. Tuyến đo ở mặt đất có chiều dài 100 km đi qua hai quả cầu, bước đo là  $\Delta = 0,2$  km; như vậy tọa độ các điểm đo lần lượt là: 0; 0,2; 0,4;...100 km. Trường hợp này, với hai quả cầu là liền kề, nếu áp dụng phương pháp ở mô hình 1 thì rất khó xác định được vị trí của quả cầu thứ nhất vì dị thường trọng lực tổng hợp bị tác dụng rất mạnh của trường tạo bởi quả cầu thứ hai (hình 3a, 3b lần lượt là đồ thị trường dị thường và gradient trường dị thường của hai quả cầu). Thật vậy, quan sát kết quả vẽ đẳng trị trong hình 3c, hiện rõ một điểm cực đại của biến đổi wavelet trên tỉ lệ đồ, điểm này có tọa độ (b = 251,0; a = 60,0) tương ứng với tọa độ nguồn lớn là quả cầu thứ hai. Quả cầu thứ nhất tạo dị thường từ khá nhỏ chỉ khoảng 1/13 quả cầu thứ hai, nên hệ số wavelet do nó đóng góp trong hệ số wavelet tổng cũng rất nhỏ so với phần đóng góp do quả cầu thứ hai tại cùng không gian nên rất

khó xác định vị trí nguồn thứ nhất trên tỉ lệ đồ.



Hình 3. Các dạng đồ thị của mô hình 2: a) Dị thường trọng lực do hai quả cầu đồng nhất gây ra; b) Gradient dị thường trọng lực; c) Đẳng trị của biến đổi wavelet trên tín hiệu gradient dị thường trọng lực; d, e, f) Đẳng trị của biến đổi wavelet trên tín hiệu gradient dị thường trọng lực khi chuẩn hóa tương ứng n = 0,5; 1,0; 1,5

Để giải quyết vấn đề này, nhóm nghiên cứu đã sử dụng tham số chuẩn hóa  $a^{-n}$  (với n = 0,5; 1,0; 1,5) trong phương trình (12) trên dữ liệu gradient dị thường trọng lực tạo bởi hai quả cầu. Kết quả vẽ đẳng trị ở hình 3d, 3e, 3f cho thấy khi n tăng dần thì hệ số biến đổi wavelet tương ứng với những điểm xung quanh nguồn dị thường nhỏ ở km thứ 42 cũng tăng dần và vị trí của nguồn dị thường này cũng dần dần hiện rõ hơn. Khi n = 1,5 (độ phân giải cao nhất) cho phép xác định vị trí của nguồn dị thường nhỏ trín mặt phẳng tỉ lệ đồ được dễ dàng. Do vậy, trong các phần tiếp theo, nghiên cứu chỉ trình bày kết quả khi sử dụng tham số chuẩn hóa  $a^{-n}$  tương ứng với n = 1,5.

Tiếp tục phân tích chi tiết kết quả vẽ đẳng trị ở hình 3f cho thấy tồn tại hai điểm cực đại có tọa độ lần lượt là ( $b_1$ =210,7;  $a'_1$ = 2,5) và ( $b_2$ = 249,4;  $a'_2$  = 10,7). Lần lượt nhân  $b_1$  và  $b_2$  với bước đo  $\Delta$  = 0,2 km ta xác định tọa độ theo

phương ngang của tâm hai nguồn dị thường:  $x_1$ = 210,7 × 0,2 =42,1 (km) và  $x_2$  = 249,4 × 0,2 =49,9 (km). Nhân  $a'_1$ ,  $a'_2$  với bước đo  $\Delta$  = 0,2 km và hệ số k = 3,9298 (bảng 2) ta xác định độ sâu đến tâm của hai nguồn dị thường:  $z_1$  = 3,9298 × (2,5 ×0,2) =2,0 (km) và  $z_2$  = 3,9298 × (10,7 ×0,2) =8,4 (km). Các giá trị này có sai số nhỏ so với các thông số của mô hình do tương tác giữa hai nguồn.

Nhằm tăng tính thuyết phục của phương pháp được áp dụng, nhóm nghiên cứu tiếp tục phân tích trên các số liệu mô hình được tạo bởi hai nguồn trường trọng lực liền kề có dạng hình học khác nhau gồm một hình trụ nằm ngang và một via mỏng nằm ngang.

Mô hình 3: Nguồn dị thường trọng lực gồm một hình trụ nằm ngang đặt liền kề với một vĩa mỏng nằm ngang



Hình 4. Các dạng đồ thị của mô hình 3: a) Dị thường trọng lực do hình trụ ngang và vảa mỏng ngang gây ra; b) Gradient dị thường trọng lực; c) Đẳng trị của biến đổi wavelet trên tín hiệu gradient dị thường trọng lực; d) Đằng trị của biến đổi wavelet trên tín hiệu gradient dị thường trọng lực khi chuẩn hóa

Trong mô hình này, dị thường trọng lực được tạo ra bởi một hình trụ nằm ngang bố trí liền kề với một via mỏng nằm ngang đặt trong môi trường đồng nhất. Hiệu mật độ giữa hai dị vật và môi trường đều bằng nhau và bằng  $3,0 \text{ kg/m}^3$ . Tọa độ via mỏng theo phương ngang  $x_1 = 43,0 \text{ km}$ , và độ sâu  $z_1 = 2,0 \text{ km}$ ; bề dày 40,0 m. Hình trụ có bán kính 6,0 km, tọa độ theo phương ngang  $x_2 = 50 \text{ km}$ , và độ sâu  $z_2 = 9,0 \text{ km}$ . Tuyến đo ở mặt đất, chiều dài 100 km đi qua hai nguồn, bước đo  $\Delta = 0,2 \text{ km}$  (hình 4); như vậy tọa độ các điểm đo lần lượt là: 0; 0,2; 0,4;...100 km.

Kết quả vẽ đẳng trị (hình 4c) cho thấy chỉ một điểm cực đại của hệ số wavelet xuất hiện trên mặt phẳng tỉ lệ đồ, có tọa độ (b = 250,0; a = 74,0) tương ứng với tọa độ của hình trụ ngang. Với via ngang, vì dị thường trọng lực do nó gây ra không đáng kể so với hình trụ, nên hệ số wavelet do nó đóng góp trong mặt phẳng tỉ lệ đồ cũng rất nhỏ so với hệ số biên đổi wavelet do hình trụ ngang tạo ra tại cùng không gian và do đó, rất khó xác định via ngang trên mặt phẳng tỉ lệ đồ.

Sử dụng tham số chuẩn hóa  $a^{-n}$  (với n =1,5) trong phương trình (12) trên dữ liệu gradient di thường trong lực tao bởi hai nguồn. Kết quả vẽ đẳng tri ở hình 4d cho thấy tồn tai hai điêm cực đại có tọa độ lân lượt là  $(b_1 =$ 213,6;  $a'_1 = 4,4$ ) và  $(b_2 = 254,0; a'_2=11,8)$ . Thực hiện tính toán tương tự mô hình 2 ta xác định tọa độ theo phương ngang của tâm hai nguôn di thường:  $x_1 = 213,6 \times 0,2 = 42,7$  (km) và  $x_2 = 254,0 \times 0,2 = 50,8$  (km). Nhân  $a'_1, a'_2$ với bước đo  $\Delta = 0.2$  km và hệ số k' = 2,4899(tương ứng với via mỏng) hoặc k' = 3,5215(tương ứng với hình tru) ta xác đinh đô sâu đến tâm của hai nguôn dị thường:  $z_1 = 2,4899 \times (4,4)$ × 0,2) = 2,2 (km) và  $z_2$  = 3,5215 × (11,8 × 0,2) = 8,3 (km). Các giá trị này có sai số nhỏ số với các thông số của mô hình do tương tác giữa hai nguôn.

Từ các kết quả khả quan khi phân tích mô hình, chúng tôi đã xây dựng một quy trình xác định tọa độ và độ sâu của các nguồn dị thường liền kề để áp dụng phân tích các tuyến đo thực tế.

Quy trình xác định tọa độ và độ sâu các nguồn dị thường trọng lực liền kề bằng phép biến đổi wavelet Farshard - Sailhac Việc xác định tọa độ và độ sâu của nguồn dị thường trọng lực liền kề sử dụng biến đổi wavelet Farshard - Sailhac có thể tóm lược trong quy trình gồm các bước sau:

Bước 1: Lấy gradient ngang của dị thường trọng lực dọc theo tuyến đo.

Bước 2: Thực hiện biến đổi wavelet trên gradient ngang của dị thường trọng lực bằng hàm wavelet phức Farshard - Sailhac. Dữ liệu của hệ số wavelet thành phần độ lớn sẽ được sử dụng trong các bước kế tiếp.

Bước 3: Thay đổi tham số tỉ lệ a và lặp lại biến đổi wavelet Farshard - Sailhac đa tỉ lệ.

Bước 4: Vẽ đẳng trị của hệ số biến đổi wavelet Farshard - Sailhac thành phần độ lớn trên gradient ngang trong mặt phẳng tỉ lệ đồ (a, b).

Bước 5: Xác định tọa độ theo phương ngang của nguồn dị thường.

Trên đồ thị đẳng trị, xác định các điểm cực đại của hệ số wavelet thành phần độ lớn. Tọa độ theo phương ngang và phương thẳng đứng lần lượt là  $b_i$  và  $a_i$ , (*i* chỉ số thứ tự của nguồn). Tọa độ theo phương ngang của các nguồn dị thường được xác định bởi biểu thức sau:

 $x_i = b_i \times \Delta \tag{16}$ 

Bước 6: Xác định độ sâu của nguồn trường.

Tính chỉ sô câu trúc của các nguôn đã xác định từ bước 5: Với mỗi nguồn, vẽ đường biểu diễn  $\log(W/a^2)$  theo  $\log(a + z)$ , để xác định hệ số góc  $\beta$  (cũng chính là bậc đồng nhất của nguồn trường) của đường thẳng có phương trình  $\log(W/a^2) = \beta \log(a + z) + c$ , từ đó xác định chỉ số cấu trúc:  $N = -\beta - \gamma - 2$  (phương trình 7), qua đó ước lượng hình dạng tương đối của nguồn, xác định hệ số  $k_i$  hoặc  $k'_i$  tương ứng từ bảng 2. Độ sâu của các nguồn được xác định bởi biểu thức sau:

$$z_i = k_i \cdot \left( a_i \cdot \Delta \right) \tag{17}$$

$$z_i = k'_i \cdot \left(a'_i \cdot \Delta\right) \tag{18}$$

Phương trình (17) áp dụng khi không chuẩn hóa tham số tỉ lệ (n=0) và phương trình (18) áp dụng khi đã chuẩn hóa tham số tỉ lệ (n = 1,5).

Phân tích tuyến đo trọng lực ở vùng đồng bằng Nam bộ



Hình 5. Các dạng đồ thị của tuyến đo thực tế: a) Tuyến đo Cà Mau - Sóc Trăng trên bản đồ dị thường trọng lực Nam bộ; b) Dị thường Bouguer trên tuyến đo; c) Gradient di thường trọng lực;
d) Đẳng trị của biến đổi wavelet trên gradient; e) Đẳng trị của biến đổi wavelet trên gradient khi chuẩn hóa



*Hình 6.* Đồ thị biểu diễn  $\log(W/a^2)$  theo  $\log(a + z)$  của các nguồn trên tuyến đo: a) Nguồn dị thường ở km thứ 72; b) Nguồn dị thường ở km thứ 110; c) Nguồn dị thường ở km thứ 23; d) Nguồn dị thường ở km thứ 33; e) Nguồn dị thường ở km thứ 83

Áp dụng quy trình trên để xác định tọa độ và độ sâu của nguồn qua biến đổi wavelet Farshard - Sailhac trên số liệu thực tế, chúng tôi đã phân tích một số tuyến đo trọng lực trên bản đồ trọng lực ở đồng bằng sông Cửu Long. Các kết quả phân tích đều cho thấy độ chính xác khá tốt, phù hợp với các công bố của các tài liệu địa chất trước đây. Tuy nhiên, trong khuôn khổ bài báo, nhóm chỉ trình bày kết quả phân tích tuyến Cà Mau - Sóc Trăng.

Chúng tôi sử dụng bản đồ trọng lực với tỉ lệ 1/100.000 được cung cấp bởi Liên đoàn bản đồ Địa chất miền Nam, được đo và hoàn thành năm 2006, thiết bị sử dụng để thu thập dữ liệu là máy đo trọng lực Tensodynamometl của Ukraina, nhưng số liệu đã được quy về mặt đất. Tuyến đo được chọn chạy dọc duyên hải từ Cà Mau đến Sóc Trăng, độ dài 113 km, dữ liệu được nội suy với bước đo  $\Delta = 1$  km (hình 5a).

Hình 5b là dị thường Bouguer dọc theo tuyến đo.

Các dị thường này có cả phần dị thường dương và dị thường âm xen kẽ nhau. Cực đại dị thường có giá trị khoảng 12 mGal và cực tiểu của dị thường có giá trị là -2 mGal.

Hình 5c là gradient dị thường trọng lực, ở đó tồn tại hai dị thường mạnh ở gần vị trí km thứ 72; 110 và ba dị thường yếu hơn ở gần km thứ 23, 33 và 83.

Dựa vào kết quả vẽ đẳng trị trên hình 5d, có thể xác định được hai nguồn gây ra dị thường mạnh tương ứng với hai điểm cực đại độ lớn biến đổi wavelet:  $(b_1 = 72,0; a_1 = 12,2); (b_2 = 110; a_2 = 8,8)$ . Trong đó, nguồn thứ hai có quy mô và cường độ lớn hơn hẳn nguồn thứ nhất.

Lây các giá trị  $b_1$ ,  $b_2$  nhân với bước đo  $\Delta = 1$  km ta được tọa độ của các nguồn gây ra dị thường trọng lực dọc theo tuyến đo tương ứng tại các km thứ 72 và 110.

Để xác định tọa độ ba nguồn dị thường nhỏ liền kề ở km thứ 23, 33 và 83 (gần nguồn dị thường mạnh hơn ở km thứ 72 và nguồn dị thường rất mạnh ở km thứ 110) nhóm nghiên cứu đã sử dụng tham số chuẩn hóa  $a^n$  (với n = 1,5) trong biến đổi wavelet cho bởi phương trình (12) trên dữ liệu gradient dị thường trọng lực dọc theo tuyến đỏ. Kết quả vẽ đẳng trị (hình 5e) cho thấy xuất hiện thêm ba vị trí cực đại độ lớn của hệ số wavelet: ( $b_3$ = 23,  $a'_3$  = 1,30), ( $b_4$  = 33,  $a'_4$  = 1,50), ( $b_5$  = 83,  $a'_5$  = 0,80). Lấy các giá trị  $b_3$ ,  $b_4$ ,  $b_5$  nhân với bước đo  $\Delta$  = 1 km ta xác định tọa độ ba nguồn dị thường nhỏ ứng với vị trí tại km thứ 23, 33 và 83 dọc theo tuyến đo.

Để xác định độ sâu của các nguồn dị thường này, chúng tôi vẽ các đồ thị của  $\log(W/a^2)$  theo  $\log(a + z)$  để tính chỉ số cấu trúc.

Hình 6b là đồ thị của  $\log(W/a^2)$  theo  $\log(a + z)$  ứng với nguồn dị thường ở km thứ 110 trên tuyến đo. Sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu, phương trình đường thẳng: Y = -6,4X + 9,2 đã được xác định trên đồ thị hình 6b, qua đó ước lượng giá trị của  $\beta \approx -6$  (biểu thức 11), nên từ phương trình (7) ta tính: N = 6 - 2 - 2 = 2. Như vậy nguồn dị thường có dạng gần như hình cầu, tương ứng với hệ số k = 0,7794 hoặc k' = 3,9298 (bảng 2). Nhân hệ số k với  $(a_2.\Delta)$  hoặc k' với  $(a'_2.\Delta)$ , nên độ sâu của nguồn ở km thứ 110 vào khoảng 6,9 km. Phân tích tương tự cho các dị thường còn lại trên tuyến đo, ta thu được kết quả tổng hợp trong bảng 3.

STT	Vị trí ngang (km)	Bậc đồng nhất β	Chỉ số cấu trúc N	Hình dạng tương đối	Độ sâu (km)
1	72	5	1	Trụ	7,7
2	110	6	2	Cầu	6,9
3	23	4,8	0,8	Via	3,2
4	33	5	1	Trụ	5,3
5	83	6	2	Cầu	3,1

Bảng 3. Tổng hợp kết quả phân tích các nguồn dị thường trọng lực liền kề trên tuyến đo Cà Mau - Sóc Trăng

Như vậy, sử dụng phương pháp cực đại wavelet, nghiên cứu đã xác định được hai nguồn trường lớn ở km thứ 72 và 110 với chỉ số cấu

trúc, hình dạng và độ sâu là khá trùng khớp với các công bố trước đó [13]. Ngoài ra, với sự chuẩn hóa tham số tỉ lệ  $a^{-n}$  (với n = 1,5) được

áp dụng, kết quả phân tích cho thấy ngoài sự xuất hiện của hai nguồn dị thường lớn (với các thông số phù hợp) còn xuất hiện ba nguồn dị thường nhỏ ở các km thứ 23, 33 và 83. Qua việc tính chỉ số cấu trúc, nghiên cứu đã dự đoán hình dạng và ước lượng độ sâu của ba nguồn này. Đây chính là đóng góp đáng kể của nghiên cứu, định hướng cho những nghiên cứu tiếp theo là ứng dụng phương pháp này để xử lý lại các số liệu đo đạc nhằm phát hiện các dị thường nhỏ đã bị bỏ qua bởi các phương pháp khác, từ đó bổ sung, hoàn thiện cho kết quả minh giải.

Với vị trí các nguồn đã phát hiện trên tuyến đo thực tế, đối chiếu với một số tài liệu khác về cấu trúc địa chất của khu vực nghiên cứu [14, 15], có thể khẳng định rằng các nguồn này nằm bên dưới lớp trấm tích Kainozoi, chúng là đá móng tiền Kainozoi, với thành phần chủ yếu là granit, granodiorit, các thành tạo biến chất và phun trào.

#### KÉT LUÂN

Sử dụng họ wavelet mới - wavelet Farshard - Sailhac, bài toán ngược trường thế được giải quyết để xác định tọa độ, độ sâu và chỉ số cấu trúc của các nguồn dị thường trọng lực liền kề. Một hàm tương quan tuyến tính giữa độ sâu nguồn và tham số tỉ lệ trong biến đối wavelet đã được thiết lập khi phân tích các mô hình lý thuyết sử dụng phương pháp WTMM. Tham số tỉ lệ được chuẩn hóa để tăng độ phân giải, giúp việc phân tích các nguồn dị thường bé trong hệ liền kề ở mặt phẳng tỉ lệ đồ dễ dàng, từ đó xác định được độ sâu của chúng.

Kết quả minh giải dị thường trọng lực trên tuyến đo Cà Mau - Sóc Trăng đã xác định năm nguồn dị thường liền kề trên tuyến. Trong đó, về quy mô gồm có hai nguồn dị thường mạnh và ba nguồn dị thường yếu hơn. Dựa theo phân tích chỉ số cấu trúc, ta thấy có hai nguồn dạng cầu, hai nguồn dạng trụ và một nguồn dạng via với tọa độ, độ sâu và hình dạng khá phù hợp với các công bố địa chất trước đó.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Kumar, P., and Foufoula-Georgiou, E., 1997. Wavelet analysis for geophysical applications. *Reviews of geophysics*, 35(4), 385–412.

- [2] Ouadfeul, S., 2006. Automatic lithofacies segmentation using the Wavelet Transform Modulus Maxima lines WTMM combined with the Detrneded Fluctuation Analysis DFA.
- [3] Ouadfeul, S., 2007. Very fines layers delimitation using the wavelet transform modulus maxima lines (WTMM) combined with the DWT, SEG SRW, Antalya, Turkey.
- [4] Ouadfeul, S. A., Aliouane, L., and Eladj, S., 2010. Multiscale analysis of geomagnetic data using the continuous wavelet transform: A case study from Hoggar (Algeria). In SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010 (pp. 1222–1225). Society of Exploration Geophysicists.
- [5] Fedi, M., and Quarta, T., 1998. Wavelet analysis for the regional-residual and local separation of potential field anomalies. *Geophysical Prospecting*, 46(5), 507–525.
- [6. Li, Y., Braitenberg, C., and Yang, Y., 2013. Interpretation of gravity data by the continuous wavelet transform: The case of the Chad lineament (North-Central Africa). *Journal of Applied Geophysics*, 90, 62–70.
- [7] Duong Quoc Chanh Tin, Duong Hieu Dau, 2016. Interpretation of the geomagnetic anomaly sources in the Mekong delta using the wavelet transform modulus maxima. *Workshop on Capacity Building on Geophysical Technology in Mineral Exploration and Assessment on Land, Sea and Island, Ha Noi.* Pp. 121–128.
- [8] Mallat, S., and Hwang, W. L., 1992. Singularity detection and processing with wavelets. *IEEE Transactions on Information Theory*, *38*(2), 617–643.
- [9] Xu, Y., Weaver, J. B., Healy, D. M., and Lu, J., 1994. Wavelet transform domain filters: a spatially selective noise filtration technique. *IEEE Transactions on Image Processing*, 3(6), 747–758.
- [10] Thompson, D. T., 1982. EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data. *Geophysics*, 47(1), 31–37.
- [11] Sailhac, P., Galdeano, A., Gibert, D., Moreau, F., and Delor, C., 2000.

Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Complex wavelets and application to aeromagnetic profiles in French Guiana. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 105(B8), 19455–19475.

- [12] Farshard, S., Amin, R. K., and SiahKoohi, H. R., 2010. Interpretation of 2-D Gravity Data using 2-D Continuous Wavelet Transform Introduction. In 72<sup>nd</sup> EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC.
- [13] Dương Hiếu Đẩu. 2013. Phân tích tài liệu từ và trọng lực sử dụng biến đổi wavelet

liên tục. Nxb. Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh.

- [14] N. T. Thủy, T. T. Thịnh, N. T. Thinh, 2009. Cấu trúc địa chất vùng ven biển và biển ven bờ tỉnh Sóc Trăng và các vùng phụ cận theo tài liệu địa Vật lý. Hội nghị khoa học kỹ thuật Địa Vật lý Việt Nam. Nxb. Khoa học và Kỹ thuật.
- [15] L. T. Trung, V. V. Phái, V. T. Anh, 2014. Đặc điểm địa mạo dải ven biển Sóc Trăng - Cà Mau (từ cửa Định An đến cửa Tiểu Dừa). *Tạp chí khoa học ĐHQGHN: Các khoa học Trái đất và Môi trường*, 30(3), 55–72.