TẠP CHÍ TIN HỌC VÀ ĐIỀU KHIỂN HỌC TẬP I (1991), Số 3 (14-20)

LƯỢC ĐỒ LÔGIC ĐỐI XỨNG VÀ ỨNG DỤNG
Phần I : KHÁI NIỆM VỀ LƯỢC ĐỒ LÔGIC ĐỐI XỨNG

PHAN CHÍ VÂN

Trường đại học Bách khoa Hà Nội

Biểu diễn tri thức là một phần gắn chặt và nằm trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo. Bài này giới thiệu khái niệm lược đồ lôgic đối xứng là một phương tiện lôgic có ý nghĩa trong biểu diễn tri thức nói chung, và đặc biệt gắn với việc biểu diễn các tri thức trong những ngành khoa học cơ bản (toán, vật lý, cơ lý thguyết,...).

Để giới thiệu được đầy đủ và chính xác khái niệm lược đồ lôgic đối xứng trước tiên cần đề cập tới các quan hệ hai ngôi trong đại số tập hợp và các nguyên tắc lôgic cơ bản mà khái niệm toán học này cần dùng tới.

I – CÁC QUAN HỆ HAI NGÔI, CÁC NGUYÊN TẮC LÔGIC CƠ BẢN

1. Quan hệ bao hàm, quan hệ tương giao và nguyên tắc đối ngẫu liên hợp

Trước tiên ta có các định nghĩa sau:

Giả sử A_i, A_j là các tập hợp con khác $\emptyset$ trong một không gian E

– A_i được gọi là bị bao hàm trong A_j và viết $A_i \subset A_j$ nếu $\overline{A}_i \cup A_j = E$ (1), quan hệ $\subset$ được gọi là quan hệ "bao hàm".

– A_i được gọi là tương giao thực sự với A_j và viết $A_i \sqcap A_j$ nếu $A_i \cap A_j \neq \emptyset$, quan hệ $\sqcap$ được gọi là quan hệ "tương giao".

Các quan hệ bao hàm và tương giao được gọi là các quan hệ hai ngôi cơ bản, chúng có các tính chất sau:

– Tính giao hoán của quan hệ tương giao:

$$A_i \sqcap A_j \iff A_j \sqcap A_i$$

– Tính bắc cầu của quan hệ bao hàm:

$$A_i \subset A_k \subset A_j \Longrightarrow A_i \subset A_j$$

(1) Trong bài này sử dụng ký hiệu $\overline{A}$ là phần bù của A trong E đối với mọi tập con A trong E.

– Tính chất hỗn hợp giữa hai quan hệ cơ bản:

$$A_i \subset A_k \wedge A_i \cap A_j \Longrightarrow A_k \cap A_j$$

– Dựa vào luật đối ngẫu Đơ–mooc–găng trong đại số tập hợp ta còn suy ra được: (1)

$$(A_i \not\subset A_j) \Longleftrightarrow (A_i \cap \overline{A}_j) \qquad (1)$$

$$(A_i \not\cap A_j) \Longleftrightarrow (A_i \subset \overline{A}_j) \qquad (2)$$

Các hệ thức (1), (2) được gọi là nguyên tắc "đối ngẫu liên hợp" giữa hai quan hệ cơ bản bao hàm và tương giao.

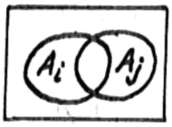
2. Các quan hệ hai ngôi đặc thù và nguyên tắc quan hệ tất yếu

Người ta chia các quan hệ hai ngôi giữa hai tập hợp A_i, A_j khác $\emptyset$ bất kỳ trong không gian E thành bốn loại $q_k(A_i, A_j)$ $(k = 1, 2, 3, 4)$ như sau:

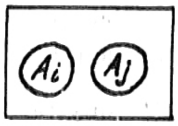
hình 1

hình 2

hình 3



hình 4



hình 5

– Quan hệ loại 1: quan hệ "bằng"

$q_1(A_i, A_j)$ được xác định bởi hệ thức $A_i = A_j$, trong trường hợp này được ký hiệu $[i, j]$ (hình 1).

– Quan hệ loại 2: quan hệ "lồng"

$q_2(A_i, A_j)$ được xác định bởi hệ thức

$$A_i \neq A_j) \wedge (A_i \subset A_j \vee A_j \subset A_i)$$

khi ấy được ký hiệu $(i, j]$ nếu $A_i \subset A_j$ (hình 2), $[i, j)$ nếu $A_j \subset A_i$ (hình 3).

– Quan hệ loại 3: quan hệ "gần"

$q_3(A_i, A_j)$ được xác định bởi hệ thức

$$(A_i \cap A_j) \wedge (A_i \not\subset A_j) \wedge (A_j \not\subset A_i)$$

trong trường hợp này được ký hiệu (i, j) (hình 4).

---

(1) Trong bài này sử dụng các ký hiệu: $\neq$, $\not\subset$, $\not\cap$, $\not\longrightarrow$ là phủ định tương ứng của: $=$, $\subset$, $\cap$, $\longrightarrow$.

– Quan hệ loại 4: quan hệ rời

$q_4(A_i, A_j)$ được xác định bởi hệ thức $A_i \not\pitchfork A_j$, trong trường hợp này được ký hiệu $]i, j[$ (hình 5).

Người ta gọi bốn quan hệ $q_k(A_i, A_j)(k = 1, 2, 3, 4)$ là các quan hệ hai ngôi đặc thù (1)

Bằng những phép biến đổi của đại số Bun, ta dẫn ra được các công thức lôgic sau đây: với các tập hợp A_i, A_j khác $\emptyset$ ta luôn có:

$$\bigvee_{k=1}^{4} q_k(A_i, A_j) \Longleftrightarrow 1 \tag{3}$$

$$\bigvee_{r \neq s;\ r,s=1,2,3,4} (q_r \wedge q_s) \Longleftrightarrow 0 \tag{4}$$

Các hệ thức (3), (4) được gọi là nguyên tắc "quan hệ tất yếu".

Nguyên tắc quan hệ tất yếu khẳng định:

"Hai tập hợp khác $\emptyset$ bất kỳ của một không gian E luôn luôn có và chỉ có với nhau một trong bốn quan hệ hai ngôi đặc thù đã nêu trên".

3. Các quy tắc dẫn xuất lôgic

Người ta chỉ cần dựa vào các tính chất đã nêu của hai quan hệ cơ bản bao hàm và tương giao (đặc biệt là nguyên tắc đối ngẫu liên hợp) sẽ dẫn ra được tám quy tắc suy diễn sau đây (2):

Quy tắc 1 (quy tắc bắc cầu): $(i) \longrightarrow (k) \wedge (k) \longrightarrow (j)$ kéo theo $(i) \longrightarrow (j)$ (3)

Quy tắc 2 (quy tắc phản bắc cầu): $(i) \longrightarrow (k) \wedge (i) \not\longrightarrow (j)$ kéo theo $(k) \not\longrightarrow (j)$

Quy tắc 3 (quy tắc tương phản 1): $(i) \longrightarrow (j)$ tương đương $\overline{(j)} \longrightarrow \overline{(i)}$

Quy tắc 4 (quy tắc tương phản 2): $(i) \not\longrightarrow (j)$ tương đương $\overline{(j)} \not\longrightarrow \overline{(i)}$

Quy tắc 5 (quy tắc đối ngẫu 1): $[i, j]$ tương đương $[\bar{i}, \bar{j}]$

Quy tắc 6 (quy tắc đối ngẫu 2): $(i, j]$ tương đương $[\bar{i}, \bar{j})$

Quy tắc 7 (quy tắc nửa đối ngẫu 1): $i, j]$ tương đương $i, \bar{j}[$

Quy tắc 8 (quy tắc nửa đối ngẫu 2): $i, j)$ tương đương $i, \bar{j})$

Tám quy tắc suy diễn này được gọi là các quy tắc dẫn xuất lôgic hay một bộ suy diễn trên đồ thị và bảng quan hệ của một lược đồ lôgic đối xứng.

---

(1) Có thể xác định tất cả bốn quan hệ hai ngôi đặc thù chỉ bằng hai quan hệ cơ bản $\subset, \pitchfork$ cùng các phủ định của chúng, vì thực chất có: $A_i = A_j \Longleftrightarrow A_i \subset A_j \wedge A_j \subset A_i$, $A_i \neq A_j \Longleftrightarrow A_i \not\subset A_j \vee A_j \not\subset A_i$.

(2) Xem các tài liệu [3], [4].

(3) Trong bài này sử dụng các ký hiệu: $(i) \longrightarrow (j)$ có nghĩa là $A_i \subset A_j$, $(i) \not\longrightarrow (j)$ có nghĩa là $A_i \not\subset A_j$.

(4) $i, j]$ có nghĩa là $[i, j] \vee (i, j]$, $i, j)$ có nghĩa là $[i, j) \vee (i, j)$, $i, \bar{j}[$ có nghĩa là $]i, \bar{j}[$, $i, \bar{j})$ có nghĩa là $[i, \bar{j}) \vee (i, \bar{j})$

Ở đây cần lưu ý: Nếu tách từng quy tắc suy diễn trên từng cặp quan hệthì vấn đề có vẻ đơn giản, nhưng nếu khéo kết hợp được nhiều quy tắc suy diễn với nhau trên nhiều cặp quan hệ chồng chất thì sức mạnh của bộ suy diễn là đáng kể, có thể tạo nên những mô tơ suy diễn khá mạnh trên những cơ sở tri thức đã biết nào đó. (Đó chính là một trong những mục tiêu ứng dụng chủ yếu của khái niệm lược đồ lôgic đối xứng).

II – LƯỢC ĐỒ LÔGIC ĐỐI XỨNG

Trong phần này sẽ giới thiệu khái niêm lược đồ lôgic đối xứng (LĐLGĐX), cùng các cách biểu diễn, thể hiện trực quan khái niệm đó.

1. Khái niệm lược đồ lôgic đối xứng

– Gọi $E = \{a|P(a)\} \neq \emptyset$ là một không gian cơ sở (nguyên thủy), và E sẽ luôn luôn được giả thiết có 2 phần tử trở lên.

– Một tân từ $P_i(a)$ với $a \in E$ được gọi là một định nghĩa thực hiện trên E, định nghĩa này xác định một cặp khái niệm $P_i(a)$, $\overline{P}_i(a)$ là phủ định của nhau.

Nếu $\{a|P_i(a)\} = \emptyset$ hoặc $\{a|\overline{P}_i(a)\} = \emptyset$ thì các cặp khái niệm tương ứng được gọi là tầm thường và định nghĩa ban đầu cũng được gọi là tầm thường. Trường hợp ngược lại, cặp khái niệm tương ứng và định nghĩa ban đầu được gọi là không tầm thường.

Trong trường hợp không tầm thường, đặt $A_i = \{a|P_i(a)\}$ và $\overline{A}_i = \{a|\overline{P}_i(a)\}$, hiển nhiên có: $A_i \cup \overline{A}_i = E$ và $A_i \cap \overline{A}_i = \emptyset$.

Quan hệ giữa các tập hợp A_i, A_j (với $E \supset A_i$, $A_j \subset E$), hay giữa các tân từ $P_i(a)$, $P_j(a)$ tương ứng được chia thành bốn loại: "bằng", "lồng", "gắn", "rời" như đã trình bày ở mục 2 của phần I.

Quan hệ giữa A_i và $\overline{A}_i$ được gọi là quan hệ tầm thường.

– Đặt $\Pi_n = \{\ldots P_i(a),\ \overline{P}_i(a)\ldots\}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ $(a \in E)$ là tập hợp chứa $2n$ khái niệm nào đó (toán hay phi toán) $P_i(a)$, $\overline{P}_i(a)$.

– Gọi L_n là tập hợp mọi quan hệ hai ngôi đặc thù hoàn toàn xác định giữa từng cặp trong $2n$ khái niệm $P_i(a)$, $\overline{P}_i(a)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Định nghĩa 1. LĐLGĐX của $2n$ khái niệm $P_i(a)$, $\overline{P}_i(a)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ là hệ $\{\Pi_n, L_n\}$.

LĐLGĐX này được viết gọn lại thành $L(\Pi_n)$ hay L_n – được gọi là LĐLGĐX cấp n. Nói chung ta sẽ chỉ xét LĐLGĐX cấp 2 trở lên.

2. Khái niệm về ảnh, đồ thị, và bảng quan hệ của lược đồ lôgic đối xứng

Để mô tả các quan hệ hai ngôi trong một LĐLGĐX trước tiên cần có sự phân loại các phán đoán, các mệnh đề toán và phi toán theo quy ước sau đây:

Với không gian cơ sở E và $a \in E$:

$(i) \longrightarrow (j)$ có nghĩa là $(\forall a)\ [\overline{P}_i(a) \vee P_j(a)]$ được gọi là phán đoán loại 1,

$(i) \not\longrightarrow (j)$ có nghĩa là $(\exists a)\ [P_i(a) \wedge \overline{P}_j(a)]$ được gọi là phán đoán loại 2.

Phán đoán đã được chứng minh hay xác nhận, phán đoán ấy là một mệnh đề toán hay phi toán. Do đó cũng có mệnh đề loại 1, mệnh đề loại 2 tùy theo phán đoán đã được chứng minh, xác nhận là loại 1 hay loại 2. Các phán đoán, mệnh đề nằm trong quan hệ tầm thường được gọi là phán đoán, mệnh đề tầm thường.

Để có được sự mô tả cụ thể khái niệm LĐLGĐX (mô tả các quan hệ hai ngôi giữa các khái niệm trong một LĐLGĐX) cần đưa ra khái niệm về "ảnh", "đồ thị" và "bảng quan hệ" của LĐLGĐX như sau:

a. *Ảnh của lược đồ lôgic đối xứng*

Định nghĩa 1 : Ảnh của LĐLGĐX $\{\Pi_n, L_n\}$ là sự chồng chất các quan hệ hai ngôi đặc thù trong L_n được minh họa dưới dạng ảnh nền E, với các nét phân hoạch theo quy ước ở các hình 1, 2, 3, 4, 5 đã trình bày ở trên.

Ở đây có nhận xét: một phần tử bất kỳ thuộc không gian cơ sở E luôn luôn thuộc tương giao của nửa số miền phân hoạch hình thành trên E và không thuộc nửa số miền phân hoạch còn lại. Điều này có ý nghĩa, với khái niệm LĐLGĐX, có khả năng khi cần thiết, người ta nêu lên được hàng loạt các thuộc tính đặc trưng của những đối tượng nào đó cần quan tâm thuộc không gian cơ sở (1).

b. *Đồ thị của lược đồ lôgic đối xứng*

Với các tân từ $P_i(a)$, $\overline{P}_i(a)$ được viết gọn lại thành (i), $\overline{(i)}$, khi ấy:

- Quan hệ bằng : $A_i = A_j$ khi và chỉ khi $(i) \rightleftarrows (j)$
  trong đồ thị của LĐLGĐX được viết là: $(i) \longleftrightarrow (j)$
- Quan hệ lồng (thứ tự i, j) : $(A_i \neq A_j) \wedge (A_i \subset A_j)$ khi và chỉ khi $(i) \rightleftarrows (j)$
  trong đồ thị của LĐLGĐX được viết là: $(i) \longrightarrow (j)$
- A_i, A_j có quan hệ gần hoặc rời khi và chỉ khi $(i) \rightleftarrows (j)$
  trong đồ thị của LĐLGĐX được viết là: $(i) \quad (j)$

Khi xét toàn bộ số lượng các mệnh đề trong một LĐLGĐX, sẽ tuân theo quan niệm: mỗi quan hệ hai ngôi đặc thù đều chứa hai mệnh đề (loại 1 hay loại 2) như đã trình bày trên. Đường đi ở đây được quy ước là một mũi tên hay một dãy các mũi tên nối tiếp cùng chiều. Còn quy ước: đường đi không chiều được hiểu là không có đường đi nào nối giữa hai đỉnh tương ứng.

Định nghĩa 2 : Đồ thị của LĐLGĐX $\{\Pi_n, L_n\}$ là tập hợp các đỉnh $(1), (2), \ldots, (n)$ và $\overline{(1)}, \overline{(2)}, \ldots, \overline{(n)}$ được xếp thành hai hàng song song và đối xứng ((i) trên, $\overline{(i)}$ dưới) cùng các đường đi hai chiều, một chiều, không chiều nối từng cặp đỉnh trong hệ thống các đỉnh trên.

(1) Điều này sẽ được trình bày rõ ràng hơn khi giới thiệu khái niệm về hệ thống miền đặc tính của một mô hình lôgic đối xứng.

c. Bảng quan hệ của lược đồ lôgic đối xứng

Trước tiên cần nêu lên mối quan hệ đặc trưng giữa đồ thị và các ký hiệu trong bảng quan hệ: với các đỉnh (i), (j) khác nhau của đồ thị:

- Quan hệ bằng $A_i = A_j$ khi và chỉ khi có đường đi hai chiều nối giữa hai đỉnh (i), (j), khi ấy đã có ký hiệu $[i, j]$
- Quan hệ lồng (thứ tự i, j) $(A_i \neq A_j) \wedge (A_i \subset A_j)$ khi và chỉ khi, có và chỉ có đường đi một chiều từ đỉnh (i) đến đỉnh (j), khi ấy đã có ký hiệu $(i, j]$
- Quan hệ gần: A_i, A_j có quan hệ gần khi và chỉ khi không có đường đi nào nối giữa hai đỉnh (i), (j) và cũng không có đường đi từ (i) đến (j), khi ấy đã có ký hiệu (i, j)
- Quan hệ rời: A_i, A_j có quan hệ rời khi và chỉ khi không có đường đi nào nối giữa hai đỉnh (i), (j) và có đường đi từ (i) đến $\overline{(j)}$, khi ấy đã có ký hiệu $]i, j[$

Định nghĩa 3 : Bảng quan hệ của LĐLGĐX $\{\Pi_n, L_n\}$ là tập hợp các quan hệ hai ngôi đặc thù có trong L_n được mô tả theo các ký hiệu $[i, j]$, $(i, j]$, (i, j), $]i, j[$ đã nêu trên.

3. Hạch của lược đồ lôgic đối xứng

Định nghĩa : Hạch (lõi) của LĐLGĐX là tập hợp một số ít nhất các mệnh đề của nó, từ đó bằng các quy tắc dẫn xuất lôgic, có thể suy ra được tất cả các mệnh đề còn lại của LĐLGĐX ấy.

Hạch của LĐLGĐX luôn luôn tồn tại xác định, nhưng không duy nhất.

Lược đồ lôgic đối xứng cấp n luôn luôn chứa $n(2n-1)$ quan hệ đặc thù do đó luôn chứa $2n(2n-1)$ mệnh đề. Nếu gọi h là số mệnh đề trong hạch của LĐLGĐX đó thì có sự đánh giá: $2(n-1) \leq h \leq 2n(n-1)$ - đó chính là phổ biến thiên về số lượng các mệnh đề trong hạch.

Giá trị đích thực của h dĩ nhiên còn tùy thuộc vào cấu trúc của LĐLGĐX tương ứng. Nói chung hạch chỉ là một phần khá nhỏ so với tập hợp toàn bộ các mệnh đề của LĐLGĐX. Chính điều này nói lên ý nghĩa của khái niệm LĐLGĐX trong biểu diễn tri thức: có khả năng từ một cơ sở tri thức ban đầu, qua mô tả suy diễn sẽ tạo nên được một hệ tri thức đầy đủ và phong phú hơn nhiều.

Thí dụ minh họa

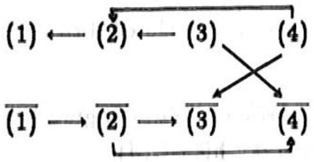
Chọn không gian cơ sở E là không gian R các số thực x ($x \in R$). Với bốn định nghĩa đã biết về đại số, số hữu tỷ, phân số đơn thuần (phân số không phải là số nguyên), số nguyên, hình thành tám khái niệm toán sau đây:

(1) $P_1(x)$: x là số đại số	$\overline{(1)}$ $\overline{P}_1(x)$: x là số siêu việt
(2) $P_2(x)$: x là số hữu tỷ	$\overline{(2)}$ $\overline{P}_2(x)$: x là số vô tỷ
(3) $P_3(x)$: x là phân số đơn thuần	$\overline{(3)}$ $\overline{P}_3(x)$: x không là phân số đơn thuần
(4) $P_4(x)$: x là số nguyên	$\overline{(4)}$ $\overline{P}_4(x)$: x là số không nguyên

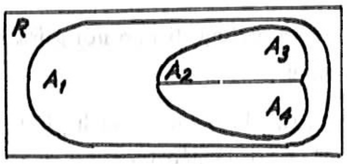
Tất cả tám loại số này đều thực sự tồn tại trong không gian R. Vậy tất cả các khái niệm $P_i(x)$, $\overline{P}_i(x)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) đều không tầm thường đối với không gian cơ sở R.

Theo nguyên tắc quan hệ tất yếu sẽ tồn tại một LĐLGĐX L liên kết tám khái niệm trên. Sau khi chứng minh trực tiếp các mệnh đề trong một hạch của L, sử dụng các quy tắc dẫn xuất lôgic (bộ suy diễn) sẽ thu được toàn bộ đồ thị, bảng quan hệ, ảnh (nền R) của LĐLGĐX L như sau

Đồ thị



Ảnh



Bảng quan hệ

$[1,2)$	$[2,3)$	$]3,4[$	$]4,\bar{1}[$
$[1,3)$	$[2,4)$	$]3,\bar{1}[$	$]4,\bar{2}[$
$[1,4)$	$]2,\bar{1}[$	$]3,\bar{2}[$	$(4,\bar{3}]$
$]1,\bar{1}[$	$]2,\bar{2}[$	$]3,\bar{3}[$	$]4,\bar{4}[$
$(1,\bar{2})$	$(2,\bar{3})$	$(3,\bar{4}]$	$(\bar{1},\bar{2}]$
$(1,\bar{3})$	$(2,\bar{4})$	$(\bar{2},\bar{3}]$	$(\bar{1},\bar{3}]$
$(1,\bar{4})$	$(\bar{3},\bar{4})$	$(\bar{2},\bar{4}]$	$(\bar{1},\bar{4}]$

Trên đây đã giới thiệu trọn vẹn khái niệm lược đồ lôgic đối xứng. (Khái niệm LĐLGĐX chỉ là trường hợp riêng của khái niệm sơ đồ lôgic đối xứng khi hệ số mờ $\mu = 0$). Qua những nội dung trên có thể sơ bộ thấy rằng: nếu chưa kể đến vấn đề tác dụng của bộ suy diễn tri thức bằng ngôn ngữ của lôgic vị từ, chỉ với khái niệm đồ thị của LĐLG ĐX cấp n đã cho phép ta nhìn nhận được một cách tổng quát, chính xác các mối quan hệ lôgic chồng chéo của một hệ $2n$ khái niệm trừu tượng nào đấy. Đó vốn là một yêu cầu truyền thống trong biểu diễn tri thức nói chung và trong biểu diễn tri thức toán nói riêng.

Nhận ngày 4 - 12 - 1991

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Arnold Kaufmann, Mathématiques nouvelles pour mieux comprendre l'informatiques. Entreprise moderne d' édition, Paris, 1974.
2. Bạch Hưng Khang, Hoàng Kiếm, Trí tuệ nhân tạo - các phương pháp và ứng dụng. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 1989.
3. Phan Chí Vân, Nguyên lý đối ngẫu liên hợp và nguyên lý quan hệ tất yếu. Báo cáo khoa học - ban Toán Tin học, hội nghị khoa học lần thứ 16 Đại học Bách khoa Hà Nội, 1989.
4. Phan Chi Van, Principe de dualité conjuguée et principe des relations nécessaires. Bulletin pour les sousensembles flous et leurs applications N^o 44, Automne 1990, France.
5. Phan Chi Van, Schemas flous et Schemas logiques symetriques (1ère partie). Bulletin pour les sousensembles flous et leurs applications N^o 45, Hiver 1990-1991, France.

(Xem tiếp trang 30)