

MỘT CÁCH GIẢI BÀI TOÁN DỰA TRÊN MẠNG NGỮ NGHĨA CÁC CÔNG THỨC

ĐỖ HỒNG ANH - HOÀNG KIẾM

Viện Tin học - Viện KHVN

I - MỞ ĐẦU

Trí tuệ nhân tạo hiện nay đang là ngành khoa học được quan tâm và phát triển mạnh. Một trong các vấn đề mà khoa học trí tuệ nhân tạo (TTNT) đang tập trung nghiên cứu là xây dựng và hoàn thiện các hệ TTNT có khả năng giải quyết được các nhiệm vụ ở mức độ trí tuệ ngày càng cao. Trong quá trình giải quyết vấn đề nêu trên, một số lí thuyết và kĩ thuật mới đã hình thành và phát triển, đặc biệt là lí thuyết giải quyết vấn đề và các kĩ thuật suy diễn thông minh. Chương trình GPS (General Problem Solving) do Newel, Scw và Simon xây dựng năm 1960, sau đó Ennest, Newel hoàn thiện năm 1969 là những chương trình có khả năng giải các câu đố và thực hiện được suy luận thông thường. Ngoài ra một số hệ hỏi đáp thông minh như SIR, AQ2, QA3 ... cũng đã lưu trữ được một khối lượng lớn các sự kiện và trả lời được những câu hỏi cần phân tích và suy diễn từ những sự kiện này.

Xét theo quan điểm tin học, mọi chương trình TTNT đều phải dựa trên một lược đồ biểu diễn kiến thức nào đó. Đến nay, các phương pháp biểu diễn kiến thức hay được sử dụng dựa trên các vị từ cấp 1, các hệ luật dẫn, mạng ngữ nghĩa cấu trúc khung (frame) v.v... Trong đó mạng ngữ nghĩa đã tỏ ra có nhiều lợi điểm trong việc biểu diễn kiến thức.

Một cách hình thức, mạng ngữ nghĩa có thể biểu diễn bởi cặp $\langle X, F \rangle$, với

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

là danh sách các đối tượng (các đỉnh), và

$$F = \{F x_1, F x_2, \dots, F x_n\}$$

với

$$F x_i = \{x_j | x_i R x_j \text{ và } R \in K\}$$

trong đó K là tập các quan hệ xác định trên mạng ngữ nghĩa $\langle X, F \rangle$.

Quan hệ $R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ có hạng m nếu xác định được m phụ thuộc hàm vào $(n - m)$ biến (thuộc tính) còn lại:

$$y_k = f_k(x_1, x_2, \dots, x_{n-m}), \quad k = 1, 2, \dots, m$$

(không mất tính tổng quát ta có thể coi m biến cuối là hàm của $(n - m)$ biến đầu.

Ứng dụng lí thuyết mạng ngữ nghĩa chúng tôi đã thử nghiệm xây dựng hệ TUTOR EUCLIDE trợ giúp giải bài toán hình học phẳng.

II - BIỂU DIỄN TRI THỨC HÌNH HỌC VÀ CƠ CHẾ GIẢI BÀI TOÁN TRONG TUTOR EUCLIDE

TUTOR EUCLIDE là một hệ mềm được thiết kế dựa trên những nguyên lí của TTNT kết hợp với các kĩ thuật đồ họa tiên tiến định hướng vào việc giải tự động và trợ giúp người học và dạy hình học phẳng sơ cấp. Hệ bao gồm 3 phân hệ:

- Phân hệ ANALYS (phân tích),
- Phân hệ GRAPH (vẽ hình),
- Phân hệ SOLVE (giải đề).

Trước hết xin đề cập đến phân hệ SOLVE.

Phân hệ này thực chất là một hệ chuyên gia giải đề dựa trên cơ sở tri thức biểu diễn theo mạng ngữ nghĩa. Các đỉnh của mạng tương ứng với các yếu tố của tam giác là:

3 góc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$;

3 cạnh ứng với 3 góc là a, b, c ;

3 đường cao ứng với 3 cạnh là h_a, h_b, h_c ;

3 đường phân giác trong ứng với các góc là p_a, p_b, p_c ;

3 đường trung tuyến ứng với 3 cạnh là m_a, m_b, m_c ;

Bán kính R đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ;

Bán kính r đường tròn nội tiếp tam giác ABC ;

Chu vi p của tam giác ABC .

Các yếu tố kể trên được tổ chức thành một mạng ngữ nghĩa có 19 đỉnh. Các cung phản ánh mối quan hệ giữa các đỉnh của mạng là các công thức, các hệ thức lượng trong tam giác biểu thị mối quan hệ giữa các cạnh, các đường và các góc của tam giác như:

$$* \quad S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

(Diện tích bằng đáy nhân chiều cao chia đôi)

$$* \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(Định lý hàm số sin)

và nhiều công thức khác.

Theo lý thuyết mạng ngữ nghĩa đã trình bày ở trên thì

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$$

$$F = \{F_{x_1}, F_{x_2}, \dots, F_{x_{10}}\} \text{ với}$$

$$F_{x_i} = \{x_j | x_i R x_j \text{ và } R \in \mathcal{K}\}$$

trong đó \mathcal{K} là tập khoảng gần 200 công thức và các hệ thức lượng biểu diễn mối quan hệ giữa các đỉnh của mạng. Hơn nữa mỗi công thức của \mathcal{K} thực chất là các hàm có 3, 4 hoặc 5 biến.

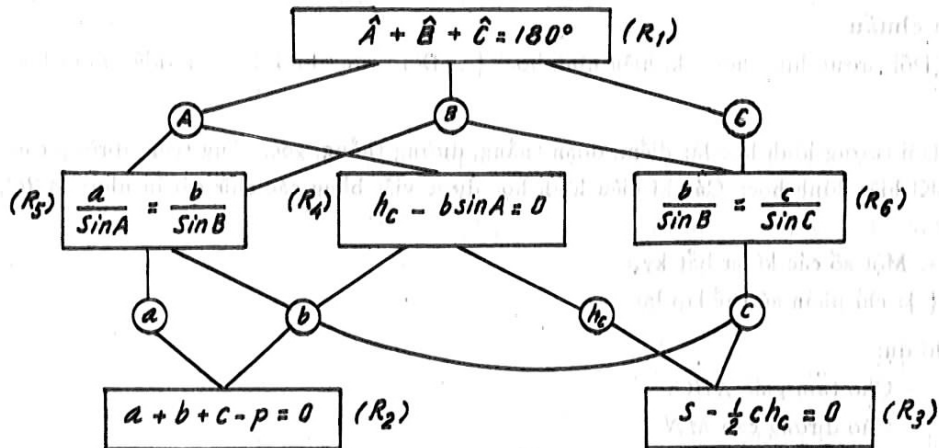
Thí dụ:

$$S - \frac{1}{2}a \cdot h_a = 0 \text{ (hàm 3 biến)}$$

$$a^2 - (b^2 + c^2) + 2bc \cos A = 0 \text{ (hàm 4 biến)}$$

$$S - p(p-a)(p-b)(p-c) = 0 \text{ với } p = (a+b+c)/2 \text{ (hàm 5 biến).}$$

Trong các hàm có n biến ($n = 3, 4$ hoặc 5) kể trên nếu biết $(n-1)$ biến thì sẽ suy ra được biến còn lại. Thí dụ ta có thể nêu một phần cách thức tổ chức và hoạt động của mạng.



trong đó a, b, c là 3 cạnh của $\triangle ABC$, p là chu vi $\triangle ABC$, $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ là 3 góc $\triangle ABC$. Các hình chữ nhật tương ứng với các hệ thức lượng trong tam giác.

Trong ví dụ trên các công thức đều có thể dẫn xuất một biến bất kỳ nhờ các biến còn lại trong công thức. Thí dụ: từ R_3 ta có thể dẫn xuất $S = (1/2)h_c \cdot c$, $h_c = 2S/c$, $c = 2S/h$.

Giả sử cần giải bài toán sau: "Tính diện tích tam giác biết cạnh c và 2 góc A, B ".

Ta lập cách giải trên mạng như sau:

+ Kích hoạt các đỉnh ứng với các tham số được cho ở đề toán (c, \hat{A}, \hat{B}).

+ Các đỉnh được kích hoạt sẽ truyền động theo các cung dẫn đến các đỉnh khác. Nếu đỉnh là hình chữ nhật thì điều kiện được kích hoạt sẽ phải có sự truyền động từ $(m-1)$ cung trong số m cung liên hệ với đỉnh này. Như vậy quá trình kích hoạt sẽ diễn ra theo các bước:

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------|
| 1) $\hat{A}, \hat{B} \rightarrow R_1$ | 2) $R_1 \rightarrow \hat{C}$ |
| 3) $\hat{C}, \hat{B} \rightarrow R_6$ | 4) $R_6 \rightarrow b$ |
| 5) $\hat{A}, b \rightarrow R_4$ | 6) $R_4 \rightarrow h_c$ |
| 7) $h_c, c \rightarrow R_3$ | 8) $R_3 \rightarrow S$. |

Tất nhiên tương ứng với quá trình kích hoạt này là các chương trình con cụ thể được tạo sinh và việc tính toán sẽ dựa vào các chương trình con đó.

Nhờ cách tổ chức như trên mà TUTOR EUCLIDE đã giải quyết rất hữu hiệu các bài toán tính toán của chương trình hình học phẳng ở phổ thông (trong đó có nhiều bài thuộc loại bài khó).

III - PHÂN HỆ ANALYS

Đầu vào cho phân hệ này là nội dung bài toán hình học được soạn thảo bằng hệ soạn thảo khác hoặc có thể soạn thảo nhờ bộ soạn thảo của TUTOR EUCLIDE. Ngôn ngữ bài toán hình học là ngôn ngữ thông thường trong sách giáo khoa phổ thông. Các đầu bài được đưa vào phân hệ này dưới dạng các mẫu cơ bản sau:

1. Mẫu chuẩn

a) * (Đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) { , (Đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) }

ở đó:

- Đối tượng hình học là: điểm, đoạn thẳng, đường thẳng, góc, vòng tròn, đường cao, v.v...
- Kí hiệu hình học: Các kí hiệu hình học được viết bằng các chữ cái in như: ABC , AH , MN v.v...

- *: Một số các kí tự bất kỳ.
- { }: chỉ phần có thể lặp lại.

Thí dụ:

- Cho tam giác ABC .
- Cho đường cao MN .

b) * (kí hiệu hình học) { , (kí hiệu hình học) } *

là (đối tượng hình học) { , (đối tượng hình học) }

{ của (đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) { , (đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) } }.

Thí dụ:

- Cho M là điểm giữa của cạnh AB .
- Cho A là giao điểm của các trung tuyến BE và CF .
- Các đường thẳng AA' , AM , AN là các đường cao, trung tuyến, phân giác của tam giác ABC .

2. Mẫu quan hệ

* (Đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) (quan hệ) (đối tượng hình học) (kí hiệu hình học)

Thí dụ:

- Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn O .
- Cho điểm A nằm trên đường thẳng xy .
- Các đoạn AA' , BB' , CC' cắt đoạn thẳng DD' tương ứng tại E , F , G .

3. Mẫu phức tạp

* (Đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) (quan hệ) (đối tượng hình học) (kí hiệu hình học) { (quan hệ)... }.

Thí dụ:

- Cho các điểm M , N là các giao điểm của đường thẳng xy với đường tròn tâm O .

- Cho điểm M nằm ngoài dây cung BC .

Những mẫu dạng trên được xem là các quy định (tất nhiên không hề ảnh hưởng đến tính tự nhiên của phát biểu của bài toán) để đưa các đầu bài toán vào phân hệ ANALYS. Khi các đầu bài được đưa vào ANALYS sẽ phân tích và tóm tắt đầu bài dưới dạng các thủ tục (vị từ) để sử dụng cho các phân hệ sau (GRAPH : vẽ hình và SOLVE : giải đề).

Trong quá trình phân tích nếu gặp các câu phức tạp không phổ biến thì hệ sẽ đối thoại với người dùng để bổ xung thông tin cho việc hiểu đề.

4. Phân hệ GRAPH

Phân hệ này chứa các thủ tục giúp cho việc hiển thị và dựng hình trực tiếp bằng cách dùng các tên các thủ tục tương ứng với các thao tác vẽ hình thông thường hoặc dựng hình theo kết quả phân tích ở phần ANALYS. Cụ thể trong phân hệ này chứa các lệnh dựng hình như: Điểm, đoạn thẳng, kéo dài đoạn thẳng, lấy một điểm trên đường thẳng, chia một đoạn thẳng theo tỉ số k , hai đường thẳng song song, dựng đường thẳng qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước, giao điểm của 2 đường thẳng, điểm giữa, tam giác (cân, vuông, đều) dựng các đường trong tam giác (cao, phân giác, trung tuyến, trung trực), tứ giác (hình bình hành, hình thoi, hình thang, hình vuông, chữ nhật), các vòng tròn, cung tròn, tiếp tuyến và cát tuyến của vòng tròn, cùng với các thủ tục dựng hình khác như thu hình, phóng hình, dịch chuyển hình.

Sau đây xin nêu một vài ví dụ cụ thể để bạn đọc hình dung rõ cách hoạt động của hệ.

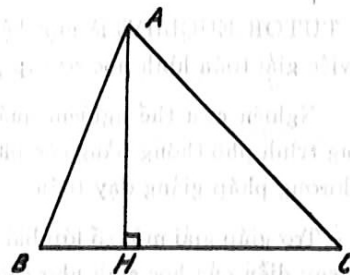
Thí dụ: Giả sử phải giải bài toán sau "Cho tam giác ABC có $A = 50^\circ$, $B = 70^\circ$. AH là đường cao của tam giác. Cho $AH = 12$ cm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp, O' là tâm đường tròn nội tiếp tam giác. Hãy tính:

- a) Diện tích tam giác ABC ,
- b) Chu vi tam giác ABC ,
- c) Độ dài r của bán kính đường tròn O' ,
- d) Độ dài R của bán kính đường tròn O .

Sau khi đưa đầu bài toán trên vào (đưa vào từ bàn phím) phân hệ ANALYS sẽ phân tích đề bài và kết quả phân tích của ANALYS là như sau:

TAM GIAC (A, B, C)
 ĐTRON NGTIEP (O, A, B, C)
 ĐTRON NOI TIEP (O', A, B, C)
 DUONG CAO (A, H, A, B, C)
 $\hat{A} = 50^\circ$; $\hat{B} = 70^\circ$
 $h_a = 12$ cm ; $p = ?$; $S = ?$; $r = ?$

GRAPH:



Phân hệ GRAPH sẽ đưa vào sự phân tích của ANALYS để hiển thị hình vẽ dựng tam giác ABC với các đường theo các thủ tục dựng hình đã trình bày ở trên.

SOLVE : thể hiện kết quả như sau.

$$\sin \hat{B} = \frac{h_a}{c} \rightarrow c = \frac{h_a}{\sin \hat{B}}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{h_b}{c} \Rightarrow h_b = c \cdot \sin \hat{A}$$

$$a = \frac{h_b}{\sin \hat{C}} \Rightarrow h_b = a \cdot \sin \hat{C}$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$b = \sqrt{h_a^2 + (a + \sqrt{c^2 - h_a^2})^2} \text{ (dùng định lý Pitago)}$$

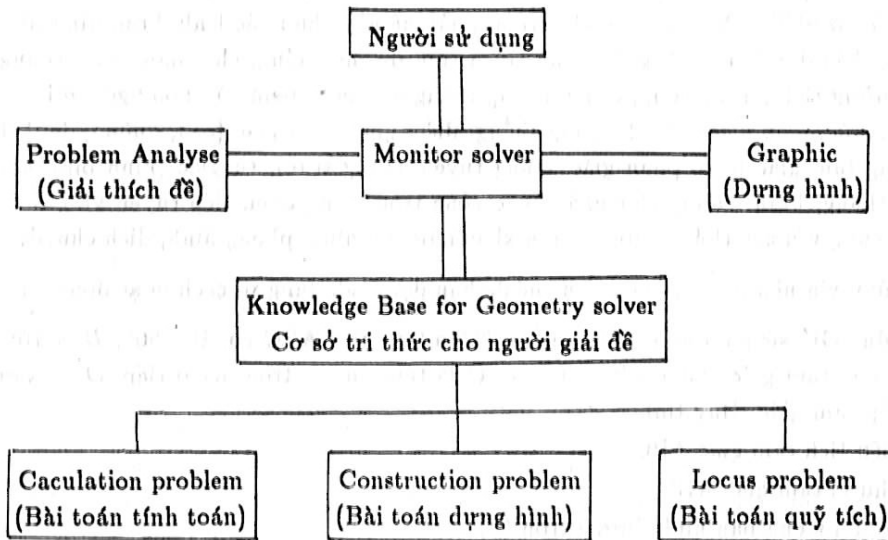
$$\text{hoặc } b = \sqrt{h_a^2 + (a - \sqrt{c^2 - h_a^2})^2}$$

$$S = \frac{abc}{4R} \text{ (dùng công thức tính diện tích qua 3 cạnh)}$$

$$S = \frac{1}{2} r \cdot (a + b + c) \Rightarrow r = \frac{2S}{(a+b+c)}$$

$$p = (a + b + c)$$

SƠ ĐỒ KHỐI TỔNG QUÁT CỦA HỆ



V - KẾT LUẬN

TUTOR EUCLIDE là một hệ mềm được thiết kế định hướng vào việc giải tự động và trợ giúp việc giải toán hình học sơ cấp phục vụ cho các mục đích

- Nghiên cứu thể nghiệm quá trình giải bài toán trên một số lớp bài toán đặc trưng của chương trình phổ thông bằng các phương pháp của TTNT. Từ đó rút ra các kết quả bổ xung cho các phương pháp giảng dạy toán.

- Trợ giúp giải một số lớp bài toán từ đơn giản đến phức tạp nhằm nâng cao năng lực phán đoán, suy diễn của học sinh nhờ các phần mềm sinh động dễ sử dụng.

Trong version hiện nay, cơ sở tri thức mới chỉ bao gồm các tri thức giúp cho việc giải một số lớp bài toán về tam giác lượng, dựng hình và dự đoán quỹ tích. Hệ được viết bằng ngôn ngữ TURBOPASCAL, có thể chạy trên các máy XT, AT và có bộ nhớ trong tối thiểu là 512 KB, màn

hình màu hoặc đơn sắc. Version đang hoàn thiện sẽ hướng vào giải bài toán về quỹ tích bổ xung các phần mềm giao tiếp với người sử dụng, đặc biệt là phần hướng dẫn giải đề và kĩ thuật đồ họa linh hoạt hơn nữa.

Nhận ngày 20 - 9 - 1991

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. TURBOGRAPHIC TOOLBOX. Version 10 Borland international inc.
2. EAO GUIDE PRATIQUE DE L'ENSEIGNEMENT ASSISTE PAR ORDINATEUR. Jean - Michel Lefèvre.
3. Экспертные системы "Пятью поколения". Л. А. Консарский.
4. Thông tin khoa học kĩ thuật số 6/1985. Bài vài nét về trí tuệ nhân tạo của Bạch Hưng Khang - Hoàng Kiếm.
5. Sổ tay toán học sơ cấp.

SUMMARY

A problem solver based on the formulas network

This paper presents a method for creating a knowledge base (formulas network), drawing inference over this built-in base, finding and computing one/more solutions to your problem in orienting your domains of interest. Tutor Euclide is the firth prototype version in this approach.

KHẢO SÁT ĐƯỜNG CONG TÍN HIỆU ...

(Tiếp theo trang 6)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bạch Hưng Khang, Hoàng Kiếm, Trí tuệ nhân tạo: Các phương pháp và ứng dụng. NXB Khoa học kỹ thuật, Hà Nội, 216 tr. 1989.
2. Franks, L. E., Signal Theory. Prentice - Hall Inc. Englewood Cliffs, 317 p., 1980.
3. Kunt, M., Traitement numerique des Signaux. Editions Georgi, Lausanne, 401 p., 1980.
4. Max J., Methodes et Technique de traitement des Signal et Applications aux Mesures physiques - Masson et CIE, Paris 401 p., 1985.

ABSTRACT

To study the signal curves by the Delta method and the point cluster

A approach based on the Delta method and the point cluster of the signal curves is suggested. This technic can be effectively applied for studying one wide class of the signal curves at the uncertain conditions.