ạp Chí Tin Học và Điều Khiển Học
ập IX(1993), Số 4, 1-9

Lô Gic Mờ và Quyết Định Mờ Dựa Trên Cấu Trúc Thứ Tự Của Giá Trị Ngôn Ngữ

Nguyễn Cát Hồ - Trần Thái Sơn
Trung tâm nghiên cứu hệ thống và quản lý
Viện Khoa Học Việt Nam

Mở đầu

Trong thời gian gần đây, lý thuyết tập mờ và biến ngôn ngữ đã được sử dụng rộng rãi trong ệc giải quyết các bài toán ra quyết định.

Các phương pháp quyết định mờ đã được nghiên cứu nhiều (xem [1, 2]) và có thể quy về hai ng chính:

1 - Phương pháp quyết định mờ của L.A.Zadeh [1], dựa trên "luật hợp của suy dẫn" và quy tắc uyển mệnh đề điều kiện mờ " nếu X là A thì y là B" thành quan hệ mờ R(x,y). Nhiều phương áp khác [3] là sự cải biên phương pháp Zadeh bằng việc đưa ra các luật hợp và quy tắc khác au chuyển đổi mệnh đề mờ nêu trên.

2 - Phương pháp quyết định mờ của Baldwin [2], sử dụng không gian các giá trị chân lý mờ.

Những phương pháp này đều sử dụng các hàm đặc trưng mờ (membership function) để tính án trong quá trình suy diễn và do đó đều gặp khó khăn khi xác định hàm đặc trưng mờ cho ột tập mờ là biến ngon ngữ và khi tính toán đến kết quả, việc xác định ngược lại biến ngôn ữ ứng với hàm đặc trưng tìm được trong rất nhiều trường hợp là không thể thực hiện nổi.

Trong bài báo này, chúng tôi xây dựng một số quy tắc suy dẫn để giải quyết bài toán quyết nh mờ, dựa tren cơ sở Đại số gia tử, được đưa ra trong [4] và [5]. Phương pháp này d ựa trên tưởng tiến hành suy diễn trực tiếp trên các biến ngôn ngữ mờ là phương pháp mà chính con ười thường dùng. Điều này mang lại sự đơn giản và tính hiệu quả của phương pháp nêu ra.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

2. Các khái niệm cơ bản của đại số gia tử mở rộng

Trong bài này chúng tôi sẽ nhắc lại một cách không hình thức các khái niệm chính của đại số gia tử (ĐSGT) và đại số gia tử mở rộng cùng các tính chất cơ bản của chúng. Các định nghĩa hình thức có thể xem ở [4] và [5].

Tư tưởng chính của ĐSGT là xem tập các giá trị của biến ngôn ngữ mờ như một đại số hình thức với các phép toán một ngôi (là các gia tử) tác động lên các khái niệm nguyên thủy. Thí dụ, tập mọi giá trị chân lý có thể T = { đúng, sai, rất đúng, rất sai, tương đối đúng ...} có thể coi như một đại số với các từ sinh (khái niệm nguyên thủy) "đúng" và "sai" và với các phép toán một ngôi "rất", "tương đối" ... mà ta sẽ gọi là các phép toán gia tử hay đơn giản là gia tử. Ngoài ra, ngữ nghĩa của các gia tử có thể biểu diễn qua quan hệ thứ tự bộ phận, chẳng hạn "rất đúng" > "đúng", "hơi sai" > "sai" ... Dựa trên tính chất của các gia tử có thể thấy T là một tập được sắp xếp thứ tự bộ phận và có một cấu trúc đại số chặt chẽ. Như vậy ĐSGT X sẽ được biểu diễn bởi bộ ba X=(X,H, $\leq$) trong đó X là tập được sắp xếp thứ tự bộ phận bởi quan hệ $\leq$, H là tập các phép toán một ngôi hay tập các gia tử. Kết quả áp dụng phép toán h(x) sẽ ký hiệu bởi hx. Ta sẽ chỉ xét các phép toán thứ tự h, tức $\forall x \in X$, $hx \leq x$ hoặc $hx \geq x$.

Nhận xét rằng trong ngôn ngữ tự nhiên mọi gia tử có tác dụng làm tăng hoặc giảm ngữ nghĩa của một khái niệm mờ. Nếu h, k là hai gia tử trong H, thì k được gọi là dương (âm) đối với h nếu $\forall x \in X$, $hx \geq x$ suy ra $khx \geq hx$ ($khx \leq hx$). Hai gia tử là đối nhau nếu $\forall x \in X$ $hx \leq x \Longleftrightarrow kx \geq x$. Tiếp theo, h và k được gọi là tương hợp nếu $\forall x \in X$, $x \leq hx \longleftrightarrow x \leq kx$. Ngoài ra bao giờ cũng có những từ nhấn mạnh nhất (theo hai hướng) gọi là gia tử đơn vị.

Đại số gia tử X đòi hỏi mọi phép toán đều có phép toán đối. Tập gia tử H sẽ được phân tích thành hai tập H^+ và H^- sao cho mọi phép toán trong H^+ có phép toán đối trong H^- và trong mỗi tập các phép toán là tương hợp.

Để có thể định nghĩa các phép toán lôgic trên ĐSGT, trong [5] đã mở rộng đại số gia tử bằng cách cộng thêm các phần tử "giới hạn" inf và suf ứng với giá trị cận dưới và cận trên của tập sinh ra bởi phần tử x H(x) với mỗi $x \in H(G)$. Ký hiệu $H_c = H \cup \{ \inf, \sup \}$. ĐSGT mở rộng X=(X, G, H_c, $\leq$) sẽ là một dàn có phần tử đơn vị 1 và 0, ngoài ra hai phần tử bất kỳ của dàn đều có phần tử tuyển và hội trong dàn, cụ thể là:

Nếu x, y không sánh được, $x \in H_c(a)$, $y \in H_c(b)$, trong đó a, b $\in$G thì

1) Nếu $a \neq b$

$$\text{supremum}\ \{ x, y \} = \inf\ (a \cup b)$$

$$\text{infimum}\ \{ x, y \} = \sup\ (a \cap b\ )$$

2) Nếu a=b $\exists$ k, h $\in$ H và $\exists$ v $\in$ H(a)=H(b) sao cho hw, kw không so sánh được và

$$\text{supremum}\ \{ x, y \} = \text{supremum}\ \{hw, kw\}$$

$$= \begin{cases} \inf\ (h \cup k)w & \text{nếu } hw > w \\ \inf\ (h \cap k)w & \text{trong trường hợp khác} \end{cases}$$

$$\text{infimum}\ \{ x, y \} = \text{infimum}\ \{hw, kw\}$$

$$= \begin{cases} \sup (h \cup k)w & \text{nếu } hw < w \\ \sup (h \cap k)w & \text{nếu } hw > w \end{cases}$$

Trong thực tế ta thấy đa số các biến ngôn ngữ chỉ có hai phần tử sinh có ngữ nghĩa đối nhau như "đúng" và "sai", "già" và "trẻ", "khỏe" và "yếu" .... Các ĐSGT với hai phần tử sinh, một được gọi là phần tử sinh dương, một được gọi là phần tử sinh âm, được quan tâm đặc biệt vì ý nghĩa của chúng.

Một ĐSGT mở rộng AX= (X, G, H_c, ≤) mà cơ sở thực tế của nó chứa đúng hai phần tử sinh dương và âm được gọi là một ĐSGT mở rộng đối xứng nếu $\forall x \in X$, x có một phần tử đối xứng x^- duy nhất trong X, ở đó nếu $x = h_1h_2...h_mc$, $c \in G$ thì $x^- = h_1h_2...h_mc'$, ở đó $c' \in G$, $c' \neq c$. Chẳng hạn, nếu x = "rất rất tương đối đúng" thì x^- = "rất rất tương đối sai". Nếu x= sup u, ở đó $u \in H(G)$ thì y= inf u^- là phần tử đối xứng của x.

ĐSGT và ĐSGT mở rộng của biến ngôn ngữ chân lý có thể dùng như một nền tảng đại số của lôgic mờ, cũng như đại số Bool, đại số Post, đại số Lukasiewicz là cơ sở cho lôgic cổ điển và lôgic đa trị.

Xét đại số gia tử mở rộng đối xứng AT = (T, G, H_c, ≤) được sinh bởi hai phần tử sinh nguyên thủy "đúng" và "sai". Vì mọi đại số gia tử mở rộng đều là dàn nên các phép toán dàn hợp (join) và giao (meet) có thể biểu diễn các phép toán logic hội và tuyển. Ngoài ra có thể định nghĩa phép toán phủ định của một phần tử x là phần tử đối xứng của nó, tức là $-x = x^-$, Khi đó phép toán kéo theo có thể định nghĩa như sau:

$$x \Rightarrow y = -x \cup y$$

Với các định nghĩa như vậy, các tính chất cơ bản của các phép toán logic vẫn giữ được, ngoại trừ một số tính chất có liên quan đến phép phủ định như:

$$x \wedge \rceil x \leq y \vee \rceil y$$
$$x \wedge \rceil x \leq w \leq x \vee \rceil x$$

ở đó w là phần tử "trung hòa".

Với các khái niệm về ĐSGT, tập các giá trị của biến ngôn ngữ mờ trở nên có cấu trúc chặt chẽ và do đó, việc suy diễn trên các giá trị của biến ngôn ngữ mờ có thể trở nên đơn giản và có hiệu quả sẽ nêu lên ở phần sau.

3. Các mệnh đề mờ và định giá ngôn ngữ mờ

Khi tiến hành ra quyết định, trong nhiều trường hợp con người phải đề cập đến các mệnh đề có những khái niệm mờ với độ đúng đắn nào đó. Điều đó dẫn ta đến việc xem xét tập các mệnh đề mờ và sự định giá ngôn ngữ mờ gắn giá trị chân lý mờ cho các mệnh đề đó. Dạng đơn giản của các mệnh đề mờ là các vị từ mờ như "Nam là người khá trẻ tuổi", "Hùng là người rất khỏe mạnh"... Các vị từ nêu trên có thể tách làm hai phần, một phần chứa giá trị không rõ như "khá", "rất", phần kia là tất cả những từ còn lại, làm nên nghĩa chính của câu như "Nam là người trẻ tuổi". Do vậy một vị từ mờ có thể ký hiệu bởi cặp (p u) trong đó p là vị từ n ngôi và u là khái niệm mờ. Thí dụ: (Tuổi (Nam), khá trẻ), (Sức (Hùng), rất khỏe). Các vị từ này được gọi là các mệnh đề cơ sở nhờ các phép toán logic như "và", "hoặc", "nếu", "thì"... "không" với các ký tương ứng là $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\rceil$.

Ta sẽ đưa ra các định nghĩa sau:

Miền xác định ngôn ngữ D(p) ứng với vị từ p được nhúng trong ĐSGT mở rộng được biểu diễn bởi bộ

$$(D(p), C, H(p), -)$$

ở đó H(p) là tập các gia tử bao gồm cả inf và sup.

Tập các term TER(p) ứng với mỗi miền D(p) được định nghĩa như sau:

(t1) $C \leq TER(p)$

(t2) $\forall h \in H(p), u \in TER(p)\ hu \in TER(p)$;

(t3) $\forall u \in TER(p), -u \in TER(p)$

Tập các mệnh đề mờ FP được định nghĩa như sau:

(p1) $\forall p \in P, u \in TER(p), (k,u) \in FP$

(p2) $\forall P, Q \in FP, P\vee Q, P\wedge Q, P\rightarrow Q$ và $\rceil P$ thuộc FP

Giả sử cho trước một ĐSGT đối xứng của biến giá trị chân lý mờ T=(T, C, H, -, $\cup$, $\cap$, $\Rightarrow$, $\leq$).

Định giá trị chân lý mờ V là một ánh xạ bộ phận

$$V: FP \rightarrow T$$

thỏa mãn các điều kiện sau:

(v1) Với mọi mệnh đề cơ sở P trong FP, V(P) là xác định.

(v2) $\forall$ P, Q mà V(P), V(Q) xác định

$$V(\rceil P) = -V(P)$$
$$V(P\vee Q) = V(P)\cup V(Q)$$
$$V(P\wedge Q) = V(P)\cap V(Q)$$
$$V(P\rightarrow Q) = V(P)\Rightarrow V(Q)$$

(v3) Với mọi mệnh đề cơ sở (p, u), $h \in H$, $t \in T$

$$V((p, u)) = ht \iff V((p, hu)) = t$$

(v4) Nếu $V(P(x,u) \rightarrow Q(x,v)) = \alpha\ T$, khi đó với mọi hằng a

hoặc $V(Q(a,v)) = \alpha\ V(P(a,u)) = \alpha\delta\ T$

hoặc $-V(Q(a,v)) = -\alpha\ V(P(a,u)) = \alpha\delta'\ T$

nếu một trong hai định giá V(P(a,u)) và V(Q(a,u)) xác định. Ở đây T là "True" tức giá trị chân lý nguyên thủy "Đúng". F sẽ được ký hiệu cho giá trị chân lý "Sai".

Hai công thức $P, Q \in FP$ là tương đương nếu với mọi định giá V, nếu V(P) và V(Q) xác định thì V(P) = V(Q), ký hiệu $P \leftrightarrow Q$.

Dễ thấy các kết quả sau:

Định lý1. *Với mọi công thức* F, P, Q *và mọi vị từ* P, *gia tử* h

1) $-(p,u) \leftrightarrow (p,-u) \leftrightarrow (p,h\text{-}u)$

2) $P \leftrightarrow P$ và $\rceil\rceil P \leftrightarrow P$

3) $P\vee Q \leftrightarrow Q\vee P$ và $P\wedge Q \leftrightarrow Q\wedge P$

4) $F\wedge(P\wedge Q) \leftrightarrow (F\wedge P)\wedge Q$ và

$F\vee(P\vee Q) \leftrightarrow (F\vee P)\vee Q$

5) $F\vee F \leftrightarrow F$ và $F\wedge F \leftrightarrow F$

6) $F\wedge(F\vee P) \leftrightarrow F$ và $F\vee(F\wedge P) \leftrightarrow F$

7) $F\wedge(P\vee Q) \leftrightarrow (F\wedge P)\vee(F\wedge Q)$ và

$F\vee(P\wedge Q) \leftrightarrow (F\vee P)\wedge(F\vee Q)$

8) $\rceil(F\vee P) \leftrightarrow \rceil F\wedge\rceil P$ và $\rceil(F\wedge P) \leftrightarrow \rceil F\vee\rceil P$

9) $F \rightarrow P \leftrightarrow \rceil F\vee P$.

4. Quy tắc suy dẫn trong lập luận ngôn ngữ mờ

Trong phần này chúng tôi đưa ra một số quy tắc suy dẫn, nhờ nó mà ta có thể xử lý các khái niệm mờ một cách thuận tiện.

Quy tắc suy dẫn là sơ đồ cho phép ta rút ra kết luận từ một tập các khẳng định, ở đó khẳng định là cặp mệnh đề mờ và giá trị chân lý của nó. Thí dụ khẳng định "Anh A khỏe" với giá trị chân lý "Rất đúng".

Một cách hình thức, quy tắc suy dẫn có dạng

$$\frac{(P_1, t_1) \ldots (P_n, t_n)}{(Q_1, s_1) \ldots (Q_n, s_n)}$$

ở đó (P_i, t_i) là tiện đề còn (Q_i, s_i)là kết luận.

Quy tắc suy dẫn được gọi là đúng đắn nếu với mỗi định giá V, $V(P_i) = t_i$, $i = \overline{1,m}$ ta có $V(Q_j = S_j$ với $j = \overline{1,m}$.

Tập các khẳng định $\{(P_i, t_i)$: $i \in$ Ind.$\}$ trong đó Ind là tập chỉ số, được gọi là phi mâu thuẫn, nếu tồn tại định giá sao cho $V(P_i)= t_i$. Ta sẽ chỉ xét các tập khẳng định phi mâu thuẫn.

4.1 Quy tắc chuyển đổi gia tử cho các mệnh đề mờ đơn giản

Trong quá trình suy dẫn để rút ra kết luận nhiều khi cần thiết phải thay đổi dạng một khẳng thành một khẳng định khác, thí dụ khẳng định "Hùng học rất giỏi" với giá trị chân lý "t" nào đó. Các quy tắc sau cho phép ta làm được điều này.

(RT1) $\dfrac{((P, hu), \sigma T)}{((P, u), \sigma hT)}$ (RT2) $\dfrac{((P, u), \sigma hT)}{((P, hu), \sigma T)}$

Theo các quy tắc này khẳng định trên cơ sở chuyển thành khẳng định "Hùng học giỏi" là "khá rất đúng".

Tính chất 4.1 *Các quy tắc (RT1) và (RT2) là đúng đắn.*

Chứng minh: Theo định nghĩa của phép định giá.

4.2 Quy tắc chuyển đổi gia tử cho phép kéo theo

Giả sử V là một định giá chân lý mờ. Ký hiệu dom(V) tập mọi mệnh đề mờ P sao cho V(xác định. Định nghĩa biểu diễn dạng hP ứng với V bằng quy nạp như sau:

- Với mệnh đề đơn giản P=P(x,hu) ta sẽ viết P=hP(x,u). Trong trường hợp này ta luc nếu V(P(x, hu)) = σ t, ở đó σ là chuỗi các gia tử bao gồm cả các gia tử nhân tạo inf và suf "Đúng" hoặc "Sai", thì V(P(x,u)) = σht theo định nghĩa của phép định giá.
- Đối với P=-hQ, mà ta có nếu V(-hQ)= σt thì V(]Q) = σht, khi đó ta viết P= h]Q.
- Đối với P=hQ$\circ$hQ', trong đó "$\circ$" là phép toán lôgic hai ngôi, mà ta có nếu V(P) = σ V(Q$\circ$Q') = σ ht, khi đó ta viết P =h(Q$\circ$Q').

Ta nói P và Q là tương thích ứng vơi định giá V nếu V(P) > w và V(Q) > w và không tı thích nếu một trong hai định giá V(P), V(Q) là lớn hơn w và một bé hơn w.

Bổ đề 4.2: *Cho trước định giá V. Khi đó*

1)]hP = h]p

2) hP ∨ hQ = h(P∨Q) nếu P và Q không tương thích ứng với V.

3) hP∧hQ = h(P∧Q) nếu P và Q không tương thích ứng với V

4) hP → hQ = h(P→Q) nếu P và Q là tương thích ứng với V.

Chứng minh

1) Giả sử V(]hP) = σt. Theo tính chất của V, V(hP) = - σ t = σ -t. Theo định ng V(P)=σh-t=- σht. Từ đó V(]P)= σht.

2) Giả sử V(hP∨hQ)=σT, V(hP)=$\sigma_1 T_1$ và V(hQ)=$\sigma_2 T_2$ ở đó $T_1 \in$ { "Đúng, "Sai" }. Vì F Q là không tương thích nen suy ra T_1 = "Đúng", T_2 = "Sai" hoặc ngược lại. Giả sử có T "Sai", ta sẽ có V(hP) ≤ V(hQ) và do đó

$$V(hP \vee hQ) = V(hP) \cup V(hQ) = \sigma_2 T_2 = \sigma T.$$

Đẳng thức cuối cùng cho thấy T_2=T và $\sigma_2=\sigma$. Ta sẽ có theo định nghĩa V(hP)=$\sigma_1 hT_1$, V(hQ)=$\sigma_2 T_2$ suy ra V(P)=$\sigma_1 hT_1$, V(hQ)=$\sigma_2 hT_2$. Vì T_1 = "Sai" và T_2 = "Đúng" dễ thấy rằ $\sigma_1 hT_1 \leq \sigma_2 hT_2$ do đó

V(P∨Q) = V(P)∪V(Q) =V(Q) = σhT

3) Chứng minh bằng tính chất đối ngẫu với 2)

4) Suy ra từ 2) vì V(hP→hQ) = V(]hP)∪V(hQ)

4.3 Các quy tắc đổi gia tử đối với suy dẫn. Modus Ponens và Modus tolens

- Các quy tắc chuyển đổi gia tử:

RTI1: $\dfrac{(hP \to hQ,\ \sigma True),\ (hP,\ \alpha\ True)}{(P \to Q,\ \sigma hTrue)}$

RTI2: $\dfrac{(P \to Q,\ \sigma hTrue),\ (P,\ \alpha hTrue)}{(hP \to hQ,\ \sigma True)}$.

đó σ và α: chuỗi các gia tử.

- Quy tắc Modus Ponens

$$\text{RMP: } \frac{(P \rightarrow Q, \sigma\text{True}), (P, \text{True})}{(Q, \sigma\text{True})}$$

- Quy tắc Modus Tolen:

$$\text{RMT: } \frac{(P \rightarrow Q, \sigma\text{True}), (\neg Q, \text{True})}{(\neg P, \sigma\text{True})}$$

Mệnh đề 3.3 *Các quy tắc* RTI1, RTI2, RMP, RMT *là đúng đắn*

Chứng minh Dễ thấy từ bổ đề 3.2

Quy tắc suy dẫn tỷ lệ: Để đưa ra quy tắc này, trước hết ta hãy xem xét một vài ví dụ.

Ví dụ 1: Xét mệnh đề

"Nếu người càng khỏe thì càng làm việc tốt" là "đúng" thì "Nếu người không thật khỏe thì làm việc không thật tốt" cũng là "đúng".

Ví dụ 2: Xét khẳng định

"Nếu cậu bé học tập chăm chỉ thì kết quả sẽ tốt" là "Tương đối đúng" thì khẳng định

"Nếu cậu bé học tập khá chăm chỉ thì kết quả sẽ khá tốt" cũng là "Tương đối đúng"

Ta còn có thể đưa ra rất nhiều ví dụ tương tự, khi giữa hai thành phần của mệnh đề có một quan hệ tỷ lệ. Ta có thể phát biểu các quy tắc sau:

$$\text{(RPI1): } \frac{(P(x,u) \rightarrow Q(x,v), \alpha\text{True}), (P(a, \sigma u), \text{True})}{(\sigma P(a,u) \rightarrow \sigma Q(a,v), \alpha\text{True})}$$

$$\text{(RPI2): } \frac{(P(x,u) \rightarrow Q(x,v), \alpha\text{True}), (\neg Q(a, \sigma v), \text{True})}{(\sigma P(a,u) \rightarrow \sigma Q(a,v), \alpha\text{True})}$$

ở đây α và σ là chuỗi các gia tử, a là hằng . P và Q là các công thức cho phép chuyển đổi các gia tử. Để thuận tiện về sau, ta đưa ra quy tắc sau về sự tương đương:

$$\text{(RE): } \frac{P \rightarrow Q, (F(P), \alpha T)}{(F(Q), \alpha T)}$$

ở đó F(X) là công thức chứa X như công thức con.

5. Phương pháp lấy quyết định bằng ngôn ngữ mờ

Trong cuộc sống, con người luôn phải đứng trước việc ra quyết định về một việc gì đó t loạt các dữ kiện đã biết. Vấn đề là từ tập các khẳng định đã biết ấy, ta có thể rút ra đư luận gì để giúp cho việc ra quyết định được đúng đắn.

Giả sử $S = \{(P_i, t_i): i \in I\}$ là tập các khẳng định. Ta luôn giả sử là S là phi mâu thuẫ là tồn tại một định giá chân lý V sao cho $\forall i \in I\ V(P_i) = t_i$.

Một suy dẫn từ S là một dãy khẳng định $(P_1, t_1) \dots (P_n, t_n)$ sao cho $i = \overline{1, n}$ hoặc $(P_i,$ S hoặc (P_i, t_i) sinh ra từ $(P_1, t_1) \dots (P_{i-1}, t_{i-1})$ bởi một trong các quy tắc (RT), (RTI1), (I (RMT), (RMP) (RPI1) (RPI2) và (RE). Trong trường hợp này (P_n, t_n) là hệ quả của S hiệu $S \vdash (P_n, t_n)$.

Cho S, ký hiệu C(S) là tập hệ quả của S tức

$$C(S) = \{ (P, t): S \vdash (P,t) \}.$$

Tính chất 5.1: *Nếu S tương thích thì* C(S) *cũng thế.*

Chứng minh. Vì S là tương thích, tồn tại định giá V sao cho $\forall (P, t) \in S\ V(P) = t$. Xét k định $(Q, t) \in C(S)$. Tồn tại dãy suy dẫn $(P_1, t_1) \dots (P_n, t_n)$ S sao cho $(P_n, t_n) = (Q, t)$. Ta sẽ c minh bằng quy nạp rằng $V(P_i) = t_i$, $i = \overline{1,n}$.

Giả sử $V(P_j) = t_j, \forall j < i$. Khi đó:

1) Nếu $(P_i, t_i) \in S$ thì theo giả thiết $V(P_i) = t_i$.

2) Nếu (P_i, t_i) nhận được từ P_j nhờ quy tắc (RT) thì $P_j = P_j(x, hu)$, $t_j = \sigma_j T$, $P_i = P_j($ và $t_i = \sigma_j\ hT$ và theo định nghĩa của V $V(P_j(x, u)) = \sigma_j hT = t_i$.

3) Nếu (P_i, t_i) nhận được từ (P_k, t_k) và (P_l, t_l) nhờ quy tắc (RTI1) thì $(P_k, t_k) = (hI$ $hQ', \sigma_k T)$, $(P_l, t_l) = (hP', \alpha_l T)$ và $(P_i, t_i) = ((P' - Q'), \sigma_k hT)$. Theo giả thiết $\rceil V(hP') \cup V($ $= \sigma_k T$, $V(hP) = \alpha_l F$ và do đó $\rceil V(hP') = \alpha_l F$ hay $V(hQ') = \sigma_k T$. Theo tính chất của V, su $V(Q') = \sigma_k hT$ và $V(P') = \alpha_l hT$. Rõ rà ng $V(P' \to Q') = \alpha_k hT = t_i$. Với quy tắc (RTI2) tương

4) Nếu (P_i, t_i) nhận được từ (P_k, t_k) và (P_l, t_l) bằng quy tắc (RMP) thì $(P_k, t_k) = (P' \to$ $\sigma_k T)$, $(P_l, t_l) = (P', T)$ và $(P_i, t_i) = (Q', \sigma_k T)$. Vì $V(P_k) = V(P' \to Q') = \rceil V(P') \cup V(Q') =$ và $\rceil V(P') = F$ suy ra $V(Q') = V(P_i) = \sigma_k T = t_i$.

5) Với quy tắc (PMT) chứng minh tương tự 4)

6) Nếu (P_i, t_i) nhận được từ (P_k, t_k) và (P_l, t_l) bởi quy tắc (RPI1) thì $(P_k, t_k) = (P'($ $\to Q'(x,v), \alpha T)$, $(P_l, t_l) = (P(a,u), \sigma T))$ và $(P_i, t_i) = (\sigma P(a,u) \to \sigma Q(a,v), \alpha T)$. Theo giả t $V(P_k) = \rceil V(P(x,u) \cup V(Q(x,v)) = \alpha T$ và $V(P_1) = V(P(a,u)) = \sigma T$. Theo tính chất của V ta $V(\sigma(P(a,u)) = T$ và $V(\sigma Q(a,v)) = \alpha T$ do đó $V(\sigma P \to \sigma Q) = \rceil V(\sigma P) \cup V(\sigma Q) = \alpha T$, tức $V(P_i$ t_i.

Chứng minh cho trường hợp quy tắc (RPI2) tương tự.

7) Trường hợp quy tắc (RE): hiển nhiên.

Ta đã chứng minh xong tính chất.

Để kết thúc, ta sẽ xem một ví dụ minh họa cho phương pháp suy dẫn ngôn ngữ mờ.

Ta xét các mệnh đề sau:

(i) "Người càng khỏe mạnh làm việc càng tốt" là "Khá đúng"

(ii) "An có thể khỏe mạnh" là "Rất đúng"

Từ những thông tin này ta có thể có dãy suy dẫn sau: ta ký hiệu mệnh đề "x là người khỏe mạnh" bằng p(x,khỏe) và "x làm việc tốt" bằng q(x, tốt)

(1) (p(An, có thể khỏe), Rất đúng) (giả thiết)

(2) (p(An, rất có thể khỏe), Đúng) (RT)

(3) (p(x, khỏe) $\rightarrow$ q(x, tốt), Khá đúng) (giả thiết)

(4) (rất có thể p(An, khỏe) $\rightarrow$ rất có thểq(An, tốt), Khá đúng) (RPI1)

(5) (rất có thể q(An, tốt), Khá đúng) (RMP)

(6) (q(An, rất có thể tốt) Khá đúng) (RE)

(7) (q(An, có thể tốt, Khá rất đúng) (RT)

(8) (q(An, tốt), Khá Rất có thể Đúng) (RT)

Trong đó có thể sử dụng kết luận (6) là "An làm việc rất có thể tốt" là "Khá đúng".

6. Kết luận

Trong bài báo này chúng tôi đã đưa ra một số phương pháp lập luận mờ dựa trên cơ sở ĐSGT mở rộng mà theo ý chúng tôi, nó khá gần gũi với cách lập luận của con người. Công việc nghiên cứu tiếp theo là đưa ra những quy tắc cũng đơn giản để suy luận trực tiếp trên các biến ngôn ngữ trong trường hợp giả thiết và tiền đề của phép kéo theo có sự khác nhau nào đó.

Tài liệu tham khảo

1. Zadeh L.A.,*The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning,* (1); (2); Information Sciences, 8 & 9 1975,199-244; 301-357; 43-80.
2. Baldwin J.F., *Fuzzy logic and its application to fuzzy reasoning,* In "Advances in Fuzzy Set Theory and Applications (ed. Gupta M.M. et al.), North-Holland 1979, 93-115.
3. Madami E.H., *Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant,* Proc. of IEEE, **121**, 1981, 247-306.
4. Nguyen Cat Ho & Wechler W., Hedge algebras: an Algebraic Approach to Structurse of Sets of Linguistic Truth Values, Fuzzy Sets ans Systems **34** 1990.
5. Nguyen Cat Ho & Wechler W., *Extended hedge algebras and their application to fuzzy logic.* Fuzzy Sets and Systems, **51** 1992.
6. Rasiowa H. & Nguyen Cat Ho, LT-*Fuzzy Logic,* In "The Book - ed. L.A. Zadeh and J. Kacpczyk, Willey's Publisher. 1992.