Tạp Chí Tin Học và Điều Khiển Học
Tập IX(1992), Số 1, 28-36

Về Một Bài Toán Thiết Kế Phương Án Minimax Kiểm Tra Nghiệm Thu Thống Kê

Nguyễn Thanh Tùng
Viện Tin Học
Viện Khoa Học Việt Nam

I. Mở đầu

Khi thiết kế phương án kiểm tra nghiệm thu thống kê, nếu có đầy đủ cả hai loại thông tin: thông tin về các tổn thất và thông tin về sự biến động của chất lượng trung bình của sản xuất thì phương pháp Bayes là phương pháp thích hợp nhất. Trường hợp không có thông tin về sự biến động của chất lượng trung bình, người ta bằng lòng với phương pháp thiết kế dựa trên nguyên lý minimax.

Trong những năm qua, bài toán thiết kế phương án kiểm tra nghiệm thu thống kê dựa trên nguyên lý minimax (phương án minimax) được nhiều người quan tâm tới, (xem chẳng hạn [1], [3], [7]). Tuy vậy các công trình nghiên cứu cho tới nay chỉ giới hạn trong khuân khổ mô hình bài toán với những giả thiết tình huống khá đơn giản như sau:

- Quá trình sản xuất được đặc trưng bằng một quá trình ngẫu nghiên dừng.
- Các tổn thất trên một đơn vị sản phẩm ứng với các quyết định chấp nhận hay bác bỏ là những hàm tuyến tính của chất lượng lô.
- Phí tổn lấy mẫu kiểm tra chỉ tỉ lệ với số đơn vị sản phẩm mẫu mà không phụ thuộc vào tình trạng chất lượng lô.

Bài này nhằm trình bày mô hình một bài toán thiết kế phương án minimax kiểm tra nghiệm thu thống kê với những giả thiết tình huống khá mềm dẻo; chứng minh một số tính chất của phương án minimax, trên cơ sở đó đưa ra thuật toán hữu hiệu xác định nó.

2. Mô hình bài toán và nguyên lý minimax xác định phương án kiểm tra

Giả sử cần xây dựng phương án lấy mẫu một lần (n,c) kiểm tra một loạt ô sản phẩm có cỡ N nào đó trong tình huống giả thiết sau đây:

a) Mỗi đơn vị sản phẩm chỉ có thể là chính sản phẩm hoặc thứ phẩm. Quá trình sản xuất là một quá trình chịu sự điều chỉnh Bernoulli với tham số p (chất lượng trung bình của sản xuất) không đổi trong phạm vi mỗi lô nhưng thay đổi từ lô này sang lô khác với phân bố xác suất không biết.

b) Dựa trên kết quả kiểm tra mẫu, hai quyết định có thể chọn là: chấp nhận hay bác bỏ phần còn lại không kiểm tra của lô.

c) Không những tổn thất do chấp nhận hay bác bỏ một đơn vị sả phẩm mà cả phí tổn kiểm tra mẫu cũng là những hàm tuyến tính của tỉ lệ thứ phẩm ρ trong lô và đươc lần lượt ký hiệu bởi:

$$k_a(\rho) = A_1 + A_2\rho,$$

$$k_r(\rho) = R_1 + R_2\rho, \tag{1}$$

$$k_s(\rho) = s_1 + s_2\rho.$$

Rõ ràng, khi kiểm tra là có sửa chữa thì giả thiết này sẽ hợp lý hơn giả thiết phí tổn kiểm tra chỉ tỉ lệ với cỡ mẫu.

Có thể xem các hệ số A_1, R_1, và S_1 lần lượt là tổn thất của việc chấp nhận, bác bỏ và kiểm tra một đơn vị sản phẩm khi đơn vị sản phẩm đó là chính phẩm, còn A_2, R_2, và S_2 làq tổn thất cũng của các sự việc đó nhưng trong trường hợp đơn vị sản phẩm là thứ phẩm, (xem [2], trang 12).

Để bài toán có nghĩa ta giả thiết rằng:

$$A_1 < R_1,\ A_1 + A_2 > R_1 + R_2,\ S_1 \geq R_1,\ S_2 \geq R_2. \tag{2}$$

Từ giả thiết c) suy ra phí tổn trung bình lấy mẫu kiểm tra cũng như tổn thất trung bình của việc chấp nhận hay bác bỏ một đơn vị sản phẩm là những hàm tuyến tính của chất lượng trung bình P của sản xuất:

$$k_a(P) = A_1 + A_2P,$$

$$k_r(P) = R_1 + R_2P, \tag{3}$$

$$k_s(P) = S_1 + S_2P.$$

$k_a(P)$ và $k_r(P)$ cắt nhau tại điểm:

$$P_0 = (R_1 - A_1)/(A_2 - R_2),\ 0 < P_0 < 1. \tag{4}$$

Giá trị P_0 được gọi là mức chất lượng phân biệt. Rõ ràng nếu $P < P_0$ thì quyết định chấp nhận sẽ tốt hơn quyết định bác bỏ, còn khi $P > P_0$ ta có tình trạng ngược lại.

Nếu P đã biết biết, ta có thể chọn quyết định hoàn toàn đúng đắn, tổn thất phải chịu khi đó là tổn thất không tránh khỏi:

$$L_u(P) = \begin{cases} k_a(P), & \text{nếu } P \leq P_0 \\ k_r(P) & \text{nếu } P > P_0. \end{cases} \tag{5}$$

Vì không biết P đối vỡi mỗi lô, ta phải ước lượng nó thông qua việc kiểm tra mẫu. Do các giả thiết a)-c), suy ra tổn thất trung bình phải chịu khi sử dụng phương án (n,c) kiểm tra những lô sản phẩm ứng với mức chất lượng trung bình P của sản xuất bằng

$$L(N,n,c,P) = nk_s(P) + (N-n)\{k_a(P)P(P) + k_r(P)[1-P(P)]\}$$

$$= nk_s(P) + (N-n)\{k_a(P)P(P) + k_r(P)Q(P)\}, \tag{6}$$

trong đó $P(P)$ và $Q(P)$ lần lượt là xác suất trung bình của việc chấp nhận và bác bỏ.

$$Q(P) = 1 - P(P),$$

$$P(P) = B(n, cP) = \sum_{x=0}^{c} b(n,x,P) = \sum_{x=0}^{c} \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x} \tag{7}$$

với x là thứ phẩm kiểm tra thấy trong mẫu.

Dĩ nhiên ta luôn có

$$L(N,n,c,P) \geq L_u(P),\ \forall P \in [0,1]. \tag{8}$$

Hiệu

$$L_a(N,n,c,P) = L(N,n,c,P) - L_u(P) \tag{9}$$

được gọi là tổn thất thặng dư trung bình do sử dụng phương án (n,c).

Như đã biết, khi phân phối $w(P)$ của chất lượng trung bình P của sản xuất là đã biết, phương án kiểm tra cần xác định là phương án Bayes làm cực tiểu tổn thất trung bình toàn cục

$$L_w(N,n,c) = E_w\{L(N,n,c,P)\} = \int_0^1 L(N,n,c,P)dw(P). \tag{10}$$

Bây giờ giả sử

$$L^{*}(N,n,c) = sup_{\,0 \leq P \leq 1} L(N,n,c,P). \tag{11}$$

Từ (10) suy ra

$$L_w(N,nc) \leq L(N,n,c).$$

Do đó, trong trường hợp không biết phân bố của P, nếu chọn (n,c) sao cho $L(N,n,c)$ là nhỏ nhất thì có thể đảm bảo rằng $L_w(N,n,c)$ sẽ luôn luôn nhỏ, bất luận P có phân bố như thế nào.

Định nghĩa Với cỡ lô N cho trước, phương án kiểm tra minimax là phương án $(\hat{n}, \hat{c})$ làm cực tiểu cực đại theo P của hàm tổn thất trung bình $L(N, n, c, P)$ cho trong (6), tức

$$L(N, \hat{n}, \hat{c}) = inf_{(n,c)} L(N, n, c) = inf_{(n,c)} sup_P L(N, n, c, P).$$

Do $L(N, n, c, P)$ là hàm liên tục trên khoảng đóng $[0, 1]$ và tập S các phương án có thể chọn là hữu hạn, cụ thể là

$$S = \{(n, c) : \ 0 \leq n \leq N, \ -1 \leq c \leq n\},$$

phương án minimax luôn luôn tồn tại.

3. Một số tính chất và thuật toán xác định phương án minimax.

Hiển nhiên phương án minimax $(\hat{n}, \hat{c})$ cũng chính là phương án làm cực tiểu cực đại theo P của phiếm hàm sau đây

$$R(N, n, c, P) = [L(N, n, c, P) - L_u(P)]/(A_1 - A_2) \tag{12}$$

$R(N, n, c, P)$ được gọi là hàm tổn thất trung bình đã chuẩn hóa.

Từ (5), (6) và (7) suy ra

$$R(N, n, c, P) = \begin{cases} n(\delta_1 + \delta_2 + P_0 - P) + (N - n)(P_0 - P)[1 - B(n, c, P)] & \text{nếu } 0 \leq P \leq P_0 \\ n(\delta_1 + \delta_2 P) + (N - n)(P_0 - P)B(n, c, P) & \text{nếu } P_0 \leq P \leq 1, \end{cases} \tag{13}$$

trong đó $\delta_1 = (S_1 - R_1)/(A_2 - R_2) \geq 0$ và $\delta_2 = (S_2 - R - 2)/(a_2 - R_2) \geq 0$, do giả thiết (2).

Để xác định $(\hat{n}, \hat{c})$, có thể thực hiện lần lượt hai bước sau đây

- Ứng với mỗi $0 \leq n \leq N$, tìm số chấp nhận minimax $c(n)$.
- So sánh các phương án $(n, c(n)), n = 1, 2, ..., N$.

Tuy vậy dễ dàng thấy rằng khối lượng tính toán khi đó sẽ rất lớn. Dưới đây sẽ nghiên cứu một số tính chất của phương án minimax và của hàm tổn thất (13). Các tính chất này sẽ cho phép giảm bớt đáng kể thời gian và không gian tính toán.

Ký hiệu

$$R(N, n, c) = sup_{\ 0 \leq P \leq 1} \ R(N, n, c, P).$$

Bổ đề 1. *Xét các phương án đặc biệt* $(0, 0)$ *và* $(0, -1)$, *(không lấy mẫu kiểm tra mà luôn chấp nhận và bác bỏ một cách tương ứng). Theo nghĩa minimax, phương án* $(0, 0)$ *tốt hơn phương án* $(0, -1)$ *nếu* $P_0 > 1/2$ *và tồi hơn trong trường hợp ngược lại.*

Chứng minh Với $(0, 0)$ và $(0, -1)$ ta có:

$$R(N, 0, 0, P) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } P \leq P_0, \\ N(P - P_0) & \text{nếu } P > P_0. \end{cases} \tag{14}$$

$$R(N, 0, -1, P) = \begin{cases} N(P - P_0) & \text{nếu } P \leq P_0 \\ 0 & \text{nếu } P > P_0. \end{cases} \tag{15}$$

$$R(N, 0, 0) = N(1 - P_0), \quad R(N, 0, -1) = NP_0.$$

Từ đây suy ra kết luận của bổ đề.

Bổ đề 2 *Mọi phương án (N, c) với $0 < c \leq N$ không thể là phương án minimax.*

Chứng minh. Ta có

$$R(N,N,c,P) = \begin{cases} N(\delta_1 + \delta_2 P + P_0 - P) & \text{nếu} P \leq P_0, \\ N(\delta_1 + \delta_2 P) & \text{nếu } P > P_0. \end{cases}$$

$$R(N,N,c) = Max\{N(\delta_1 + P_0),\ N(\delta_1 + \delta_2)\}.$$

Vì $R(N, N, c)$ luôn lớn hơn $R(n, o, -1) = NP_0$, ta thu được kết luận nêu trong bổ đề.

Bổ đề 3 *Xét các phương án thuộc tập*

$$S^1 = \{(n,n) :\ n = 0, 1, ..., N-1\}.$$

Nếu $\delta_1 + \delta_2 + P_0 - 1 \geq 0$ thì phương án tốt nhất là $(0,0)$. Trường hợp ngược lại, phương án tốt nhất sẽ là (n', n') với

$$n' = INT\{N(1 - P_0)/(1 - \delta_2)\}, \tag{16}$$

trong đó $\{x\}$ kí hiệu phần nguyên của x.

Cứng minh. Ta có

$$R(N,n,c,P) = \begin{cases} n(\delta_1 + \delta_2 P + P_0 - P) & \text{nếu } P \leq P_0, \\ n(\delta_1 + \delta_2 P) + (N-n)(P - P_0) & \text{nếu } P > P_0 \end{cases} \tag{17}$$

Suy ra

$$R(,N,n,n) = max\{n(\delta_1 + P - 0), n(\delta_1 + \delta_2 P_0), n(\delta_1 + \delta_2) + (N-n)(1 - P_0)\}$$

$$= max\{n(\delta_1 + P - 0), n(\delta_1 + \delta_2 P_0), n(\delta_1 + \delta_2 + P - 0 - 1) + (N-n)(1 - P_0)\}. \tag{18}$$

- Nếu $\delta_1 + \delta_2 + P - 0 - 1 \geq 0$ $R(N, n, n)$ sẽ là hàm tăng của n bất luận với $0 < P_0 < 1$ và $\delta_1, \delta_2 \geq 0$. Do đó phương án tốt nhất trong số các phương án thuộc S^1 phải là $(0,0)$.

- Ngược lại, nếu $\delta_1 + \delta_2 + P - 0 - 1 < 0$ $R(N, n, n)$ sẽ là hàm giảm khi $n \leq n'$ và tăng khi $n \geq n'$. Do đó phương án tốt nhất phải là (n', n') với n' cho trong (16).

Bổ đề 4. *Nếu chỉ xét các phương án thuộc tập*

$$S^{(2)} = \{(n, -1) :\ n = 0, 1, ..., N-1\}.$$

thì phương án tốt nhất là $(0, -1)$.

Chứng minh. Ta có

$$R(N,n,-1,P) = \begin{cases} n(\delta_1 + \delta_2 P) + N(P_0 - P) & \text{nếu } P \leq P_0, \\ n(\delta_1 + \delta_2 P) & \text{nếu } P > P_0. \end{cases} \tag{19}$$

suy ra

$$R(N,n,-1) = max\{n\delta_1 + NP_0, n(\delta_1 + \delta_2)\}. \tag{20}$$

Vì $\delta_1, \delta_2 \geq 0$, $R(N, n, -1)$ luôn luôn là hàm tăng của n, do đó phương án tốt nhất thuộc $S^{(2)}$ sẽ là $(0, -1)$.

Từ các bổ đề 1, 3 và 4 ta có kết luận sau đây.

Định lý 1. *Xét các phương án thuộc tập*

$$S^{(3)} = S^{(1)} \cup S^{(2)}.(21)$$

- *Nếu* $\delta_1 + \delta_2 + P - 1 \geq 0$, *thì khi đó phương án tốt nhất là* $(0,0)$ *hay* $(0,-1)$ *tùy thuộc vào* P_0 *lớn hơn hay nhỏ hơn 1/2.*

- *Nếu* $\delta_1 + \delta_2 + P - 1 < 0$, *phương án tốt nhất là* (n', n') *hay* $(0,-1)$ *tùy theo* $(1-P_0)(\delta_1 + P_0)$ *nhỏ hơn hay lớn* $P_0(1-\delta_1)$, *(*n' *xác định như trong (16)).*

Ký hiệu

$$R_1(N,n,c) = sup_{\ 0\leq P\leq P_0} R(N,n,c,P),$$
$$R_2(N,n,c) = sup_{\ P_0\leq P\leq 1} R(N,n,c,P),$$

Bổ đề 5 *Ứng với* N *và* n *cố định,* $R_1(c) = R_1(N,n,c)$ *là hàm giảm còn* $R_2(c) = R_2(N,n,c)$ *là hàm tăng của* c.

Chứng minh. Bổ đề suy ra từ bất đẳng thức sau đây

$$R(N,n,c,P) = \begin{cases} -(N-n)(P_0-P)b(n,c+1,P) & \text{khi } P \leq P_0 \\ (N-n)(P-P_0)b(n,c+1,P) & \text{khi } P > P_0 \end{cases}$$

Định lý 2. *Đặt*

$$n_1 = \begin{cases} N(1-P_0)/(1-\delta_2) & \text{nếu } 0 \leq \delta_2 \leq P_0, \\ nP_0/\delta_2 & \text{nếu } \delta_2 > P_0. \end{cases}$$

Khi đó phương án với cỡ mẫu n *thỏa* $n_1 < n < N$ *sẽ không thể là phương án minimax.*

Chứng minh.

a) Giả sử $n_1 = N(1-P_0)/(1-\delta_2)$, khi đó nếu $n > n_1$ thì

$$R_1(N,n,n) = n(\delta_1 + P) \geq n(\delta_1 + \delta_2 + P_0 - 1) + N(1-P_0)$$
$$= R_2(N,n,n).$$

Vì $R_1(N,n,c)$ là hàm giảm, $R_2(N,n,c)$ là hàm tăng của c, ta lại có

$$R_1(N,n,c) \geq R_1(N,n,n) \geq R_2(N,n,n) \geq R_2(N,n,c) \geq$$

với mọi c. Suy ra số chấp nhận minimax $c(n)$ ứng với n bằng chính n. Theo bổ đề 2 phương án (n,n) với $n > n_1$ không thể là phương án minimax.

b) Nếu $n_1 = NP_0/\delta_2$, khi đó với $n > n_1$ ta có

$$R_1(N,n,-1) = max\{n\delta_1 + NP_0, n(\delta_1 + \delta_2 P_0)\}$$
$$\leq n(\delta_1 + \delta_2) = R_2(N,n,-1).$$

Nhưng theo bổ đề 5, khi đó ta lại có

$$R_1(N,n,c) \leq R_1(N,n,-1) \leq R_2(N,n,-1) \leq R_2(N,n,c)$$

với mọi c. Suy ra số chấp nhận minimax $c(n)$ ứng với n bằng -1. Theo bổ đề phương án $(n,-1)$ với $n > NP_0/\delta_2 > 0$ không thể là phương án minimax.

Các kết quả trên đây cho phép giảm bớt đáng kể khối lượng công việc tính toán tìm kiếm phương án minimax $(\hat{n}, \hat{c})$. Thay cho tập S bây giờ chỉ cần xét tập

$$S' = \{(n, c): \ n = 1, 2, ..., n_1; \ 0 \leq c < n\}.$$

Một khi đã tìm được phương án tốt nhất thuộc tập S' (theo hai bước đã nêu ở đầu mục), đem so sánh với phương án tốt nhất trong số 3 phương án $(0, 0)$, $(0, -1)$ và (n', n') sẽ thu được $(\hat{n}, \hat{c})$.

Với các phương án thuộc tập S', một lần nữa ta có thể giảm bớt khối lượng tính toán nhờ mệnh đề sau đây.

Định lý 3. *Với các phương án thuộc tập S', hàm tốt nhất (13) có tối đa một cực đại địa phương trong mỗi khoảng* $(0, P_0)$ và $(P_0, 1)$.

Chứng minh. Ta có:

$$B'(n, c, P) = -\beta(P, n+1, n-c) = nb(n-1, c, P),$$

$$B''(n, c, P) = \beta(P, c, n-c-1)\{n(P-h)/[h(1-h)]\},$$

trong đó $\beta(x, s, t)$ là hàm mật độ của phân bố Beta với các tham số s, t và $h = c/(n-1)$, (xem [2], trang 192).

Sử các công thức trên thu được

$$R'(P) = \begin{cases} n(\delta_2 - 1) + (N-n)\{(P_0 - P)nb(n-1, c, P) - [1 - b(n, c, P)]\} & \text{khi } P \leq P_0 \\ n\delta_2 + (N-n)\{P_0 - P)nb(n-1, c, P) + B(n, c, P)\} & \text{khi } P > P_0. \end{cases}$$

$$R''(P) = (N-n)n\binom{n-1}{c}P^{c-1}Q^{n-c-2}\{(n+1)P^2 - (c+2-P_0+nP_0)P + cP_0\}.$$

Vì $(N-n)P^2 - (c+2-P_0+nP_0)P + cP_0$ là tam thức bậc hai của P, chỉ tồn tại tối đa hai nghiệm $0 \leq x_1 < P_0 < x_2$. Suy ra $R''(P)$ đổi dấu nhiều nhất hai lần trong khoảng $(0, 1)$. Hơn nữa, dễ dàng thấy rằng $R''(P) < 0$ khi $x_1 < P < min\{x_2, 1\}$. Do đó $R(P)$ chỉ có cực đại địa phương trong khoảng $(0, P_0)$ khi và chỉ khi $R'(X_1) > 0 > R'(P_0-)$ và có cực đại địa phương trong khoảng $(P_0, 1)$ khi và chỉ khi $R'(P_0+) > 0 > R'(min\{x_2, 1\})$.

Để xác định cực đại địa phương cần giải phương trình $R'(P) = 0$. Việc này có thể thực hiện bằng một phương pháp lặp, xuất phát từ nghiệm gần đúng nào đó. Đồng thời, nếu có chương trình tính các cực đại địa phương này thì việc xác định $R(N, n, c)$ có thể tiến hành một cách dễ dàng:

$$R(N, n, c) = max\{R_t(N, n, c), R(N, n, c, 0), R(N, n, c, P_0), R(N, n, c, 1)\}$$

trong đó $R_t(N, n, c)$ là giá trị lớn hơn trong hai cực trị địa phương.

Định lý 4. *Cho cỡ mẫu $1 \leq n \leq N-1$, khi đó số chấp nhận minimax $c(n)$ được cho bởi*

$$c(n) = \begin{cases} c_0 - 1 & \text{nếu } R_1(N, n, c_0 - 1) \leq R_2(N, n, c_0), \\ c_0 & \text{nếu } R_1(N, n, c_0 - 1) > R_2(N, n, c_0), \end{cases} \tag{23}$$

trong đó c_0 là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn

$$R_2(N,n,c) > R_1(N,n,c).$$

Chứng minh. Vì $R_1(N,n,c)$ là hàm giảm, còn $R_2(N,n,c)$ là hàm tăng của c (theo bổ đề 5), suy ra

$$Min_c\,\{Max\{R_1(N,n,c), R_2(N,n,c)\}\} =$$

$$Min\{R_1(N,n,c_0-1), R_1(N,n,c_0)\}.$$

Do đó, $c(n)$ được xác định như trong (23).

4. Ví dụ.

Các kết quả nghiên cứu thu được trong phần 3 cho phép giảm bớt đáng kể không gian và thời gian tính toán xác định phương án minimax. Dưới đây là hai ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Giả sử $N = 200$, $P_0 = 0,03$, $\delta_1 = 0,02$, $\delta_2 = 0,60$.
Vì $P_0 < \delta_2$ nên theo định lý 2 chỉ cần xét các phương án có cỡ mẫu không lớn hơn

$$n_1 = NP_0/\delta_2 = 2000.0,03/0,06 = 100.$$

Hơn nữa theo định lý 1, trong số các phương án thuộc tập $S^{(3)}$ phương án tốt nhất là $(0,-1)$.
Sử dụng các kết quả nêu trong định lý 3 và 4, lập một chương trình máy tính, dễ dàng tìm được một phương án tốt nhất thuộc tập S' là $(25,0)$.
Vì $(25,0)$ tốt hơn $(0,-1)$ nên phương án minimax cần xác định là $(25,0)$.

Ví dụ 2. Cho $N = 1500$, $P_0 = 0,35$, $\delta_1 = 0,05$, $\delta_2 = 0$.
Do $\delta_2 < P_0$ nên theo định lý 2 chỉ cần xét phương án có cỡ mẫu không lớn hơn

$$n_1 = (1-P_0)N/(1-\delta_2) = 0,65 \times 1500 = 975.$$

Phương án tốt nhất thuộc $S^{(3)}$ là $(975,975)$.
Phương án tốt nhất thuộc S' là $(50,17)$.
Vì $(50,17)$ tốt hơn $(975,975)$ nên phương án minimax cần tìm là $(50,17)$.

Tài liệu tham khảo

1. Colanni, E.V., A sampling system for inspection by attributes. Frontier in Statist. Qual. Contr. 2., ed. by Lenz et al. Physica - Verlage, 1984.
2. Hald, A., Statistical Theory of Sampling Inspection by attributes. Academic Press, London, 1981.
3. Thryregod, P., Towards an algorithm for the minimax regret single sampling strategy. Duplicated report, Institute of Mathematical Statistics, University of Copenhagen, 1969.
4. Uhlmann, W., Kosten - optimal prufplane fur die Gutschlecht - Prufung. Metrica, 13(1968), 206-224.

5. Van der Vaerden, B.L., Sampling inspection as minimum loss problem. Ann. Math. Statist., **31** (1960), 369-384.
6. Nguyễn Thanh Tùng, *Tiếp cận bằng quyết định thống kê bài toán lấy mẫu kiểm tra nghiệm thu,* Institute of Math. and Institute of Computer Sci. and Cybern. Preprint series n° 4b (1988).
7. Wetherill, G.B. & Chiu, W.K., *A review of acceptance sampling schemes with emphasis on the economic aspect,*Intern. Statist. Review, **43** (1975), 291-310.
8. Feller, W., An Introduction to Probability Theory and its Application, vol. 1, (1968), 3^{th} edn. New-York.

Abstract

On the problem of design of minimax - regret sampling plans for inspection

The purpose of this paper is to investigate the problem of designing minimax-regret attributes sampling plans under the following assumptions:

- The production process in control with process average varies at random from lot to lot and othing is known about this variation.

- Two decisions which will be considered regarding the remaider of lot are- acceptance and rejection.

- The per item costs for inspection, acceptance and rejection are all linear functions of the fraction defective in lot.

We study some properties of the optimal sampling plans. These properties are used to devise an improved and efficent algorithm for determination of such plans. Numerical examples are presented to illustrate the potential computational savings of the algorithm.