Tạp chí Tin học và Điều khiển học T. 11, S. 3 (1995) (1 - 6)

ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG TRONG NGHIÊN CỨU CÁC HỆ 2 KÊNH

NGUYỄN VĂN CHÂU

Viện Công nghệ Thông tin

Summary. In this paper the Duality Approach is applied to find out the weight functions of two-input two-output systems.

I. MỞ ĐẦU

Trong nghiên cứu động học các hệ hai kênh việc xác định các thành phần thuận và nghịch các hàm trọng phức và hàm truyền phức gặp khó khăn ở chỗ chúng khác nhau về module và phase ban đầu. Trong phạm vi bài này giới thiệu khả năng ứng dụng phương pháp thành phần đối xứng trong lý thuyết máy điện để nghiên cứu các hệ có 2 vào / 2 ra.

II. KHẢO SÁT HỆ 2 KÊNH

Các hệ (kín hoặc mở) 2 vào / 2 ra (hình 1) có thể biểu diễn dưới dạng

$$Y = \phi X \tag{1}$$

ở đây

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}; \; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

TVCL 09

ϕ- toán tử biến đổi tuyến tính. Ở dạng phức

$$\overline{y} = y_1 + jy_2, \tag{3}$$

$$\overline{x} = x_1 + jx_2 \tag{4}$$

Hình 1. Hệ 2 kênh

Giả thiết rằng hệ là điều khiển được và quan sát được, nghiã là rank $\phi = 2$. Khi đó nếu tín hiệu vào có dạng

$$\overline{x}(t) = |\overline{x}|e^{j\omega t} \tag{5}$$

thì ϕ có các tính chất sau:

1) Nếu tín hiệu vào có tốc độ $\omega > 0$ thì có thể biểu diễn ϕ dưới dạng vecto $\Phi_d(j\omega)$ với tốc độ $\omega > 0$.

2) Nếu tín hiệu vào có tốc độ $\omega < 0$, thì ϕ có dạng $\phi u(j\omega)$ với $\omega < 0$. Như vậy, $\phi_d(j\omega)$ và $\phi_u(j\omega)$ là các véc tơ liên hợp, nghiã là các véc tơ có biên độ như nhau và với tốc độ như nhau nhưng khác chiều. Từ đó có thể biểu diễn ϕ dưới dạng véc tơ

$$\phi(j\omega) = \frac{1}{2}[\phi_d(j\omega) + \phi_u(j\omega)], \tag{6}$$

ở đây

$$\phi_d(j\omega) = \begin{bmatrix} f_{d11}(j\omega) & f_{d12}(j\omega) \\ f_{d21}(j\omega) & f_{d22}(j\omega) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\phi_u(j\omega) = \begin{bmatrix} f_{u11}(j\omega) & f_{u12}(j\omega) \\ f_{u21}(j\omega) & f_{u22}(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{f}_{d11}(j\omega) & \overline{f}_{d12}(j\omega) \\ \overline{f}_{d21}(j\omega) & \overline{f}_{d22}(j\omega) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$f_{di,k}(j\omega)$, $f_{ui,k}(j\omega)$ - các thành phần thuận và nghịch của ma trận truyền.
$\overline{f}_{di,k}(j\omega)$ các thành phần liên hợp của ma trận truyền thuận.

Như vậy, có thể bằng cách tượng trưng chia chuyển động của hệ thành hai phần thuận nghịch có module bằng nhau với cùng tốc độ ω nhưng khác chiều.

Bây giờ, giả sử tín hiệu vào có dạng δ - hàm phức

$$\overline{x}(t) = e^{j\varphi}\delta(t), \tag{9}$$

ở đây φ - góc pha ban đầu.

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{j\omega t}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{-j\omega t}d\omega. \tag{10}$$

Từ (6) và (10), hàm trọng phức được xác định bởi

$$K(t) = \frac{e^{j\varphi}}{2}[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \Phi_d(\omega)e^{j\omega t}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \Phi_u(\omega)e^{-j\omega t}d\omega]. \tag{11}$$

Chú ý rằng (7) và (8) có thể viết lại dưới dạng

$$\Phi_d(j\omega) = P_d(\omega) + jQ_d(\omega), \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\Phi_u(j\omega) &= P_u(\omega) + jQ_u(\omega),\\ &= P_d(\omega) - jQ_d(\omega).\end{aligned} \tag{13}$$

Tính đến (13) có thể viết lại (11) trong dạng

$$K(t) = e^{j\varphi}[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \P_d(\omega)cos\omega td\omega + j\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty Q_d(\omega)cos\omega td\omega]. \tag{14}$$

Khi đó hàm truyền của hệ có dạng

$$W(t) = e^{j\varphi}[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \frac{P_d(\omega)}{\omega}sin\omega td\omega + j\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \frac{Q_d(\omega)}{\omega}sin\omega td\omega], \tag{15}$$

ở đây $0 \le \omega < +\infty$. Các giá trị $P_d(\omega)$ và $Q_d(\omega)$ được xác định từ (7) và viết lại dưới dạng

$$\Phi_d(j\omega) = [a_{i,k}(\omega) + jb_{i,k}(\omega)] \tag{16}$$

hoặc

$$\Phi_d(j\omega) = [a_{i,k}(\omega)] + j[b_{i,k}(\omega)]. \tag{17}$$

Bởi (12) và (17) có cùng cấu trúc, đưa các ma trận $[a_{i,k}(\omega)$ và $b_{i,k}(\omega)]$ về dạng ma trận chéo ta được $P_d(\omega)$ và $Q_d(\omega)$.

Cần chú ý rằng trong trường hợp ở (7), khi $f_{12}(j\omega) = -f_{21}(j\omega)$ và $f_{11}(j\omega) = f_{22}(j\omega)$ bài toán đặt ra đưa về trường hợp hệ không đối xứng và được giải theo phương pháp [3] thích hợp hơn.

III. TƯƠNG ĐƯƠNG HOÁ HỆ 2 VÀO / 2 RA BẰNG HỆ 1 VÀO / 1 RA

Để có thể dễ dàng khảo sát các tính chất động học của hệ 2 vào / 2 ra nói trên có thể đưa chúng về dạng tương đương 1 vào / 1 ra. Sau đây chúng ta sẽ khảo sát vấn đề đó.

Bởi vì theo giả thiết đã nêu, hệ là điều khiển được và quan sát được, ta có rank Φ_d = rank $\Phi = 2$ nên trong basic x, y không thể thực hiện được việc chuyển hệ về dạng tương đượng 1 vào / 1 ra. Tuy nhiên nếu xem $\Phi(i\omega)$ là điểm của trường không gian vec tơ có toạ độ $P_d(\omega)$ và $Q_d(\omega)$ thì việc đưa hệ về dạng tương đương 1 vào / 1 ra có toạ độ $\bar{x}$ và $\bar{y}$ có thể thực hiện được.

Chú ý rằng có thể xem toán tử của hệ Φ là véc tơ tổng của các vec tơ thành phần liên hợp (6) và các biểu thức (8) có thể biểu dưới dạng

$$\Phi_d((j\omega) = \Phi_d(\omega)e^{j\omega t} \tag{18}$$

$$\Phi_u((j\omega) = \Phi_u(\omega)e^{-j\omega t} \tag{19}$$

ở đây $\Phi_d(\omega)$ và $\Phi_u(\omega)$ - modules các véc tơ của toán tử truyền thuận và nghịch và

$$\Phi_d(\omega) = \Phi_u(\omega). \tag{20}$$

Từ (18) và (19) ta có thể viết lại (11) dưới dạng

$$\dot{K}(t) = \frac{e^{j\varphi}}{2}[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \Phi_d(\omega)e^{j2\omega t}d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \Phi_u(\omega)e^{-j2\omega t}d\omega] \tag{21}$$

tính đến (20), biến đổi (21) về dạng

$$K(t) = \frac{e^{j\varphi}}{2}[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \Phi_d(\omega)cos(2\omega t)d\omega]. \tag{22}$$

Tương tự ta nhận được

$$W(t) = \frac{e^{j\varphi}}{2}[\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\Phi_d(\omega)}{\omega}sin(2\omega t)d\omega]. \tag{23}$$

Từ (22) và (23) ta thấy rằng $K(t)$ và $W(t)$ có dạng đặc tính tần số thực với tốc độ 2ω.

Nếu chấn động vào có dạng hàm delta (δ - hàm) với góc phase ban đầu $\varphi(0) = 0$, ta có đặc tính tần số phức của hệ tương đương

$$W(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\Phi_d(\omega)}{\omega}sin(2\omega t)d\omega \tag{24}$$

và quá trình quá độ của hệ tương đương sẽ được xác định bởi

$$h_\vartheta(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{1-\vartheta}[si\tau - \vartheta si(\vartheta\tau) + \frac{cos\tau - cos(\vartheta\tau)}{\tau}], \tag{25}$$

trong đó $\vartheta = \omega_d/\omega_0$; $\tau = 2\omega_k t$; ω_0, ω_k- tần số cắt và tần số cộng hưởng; hàm $si\tau$ tra bảng trong các tài liệu giáo khoa.

IV. XÁC ĐỊNH $\Phi(\omega)$

Trong (23), $\Phi_d(\omega)$ được xác định như sau: Chú ý rằng, véc tơ $\Phi_d(\omega)$ có gốc toạ độ x,y và trị số module không phụ thuộc vào phase. Từ đó cho thấy

$$\Phi_d(\omega) = |\Phi_d(j\omega)| = \sqrt{|P_d(\omega)|^2 + |Q_d(\omega)|^2}. \tag{26}$$

So sánh (12) với (17) ta có

$$P_d(\omega) = \begin{bmatrix} a_{11}(\omega) & a_{12}(\omega) \\ a_{21}(\omega) & a_{22}(\omega) \end{bmatrix}, \tag{27}$$

$$Q_d(\omega) = \begin{bmatrix} b_{11}(\omega) & b_{12}(\omega) \\ b_{21}(\omega) & b_{22}(\omega) \end{bmatrix}. \tag{28}$$

Đưa (27) và (28) về dạng ma trận đường chéo:

$$P_d(\omega) = \begin{bmatrix} A_1(\omega) & 0 \\ 0 & A_2(\omega) \end{bmatrix}, \tag{29}$$

$$Q_d(\omega) = \begin{bmatrix} B_1(\omega) & 0 \\ 0 & B_2(\omega) \end{bmatrix}, \tag{30}$$

có thể viết (29) và (30) trong dạng

$$P_d(\omega) = \begin{bmatrix} p_1(\omega) \\ p_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(\omega) & 0 \\ 0 & A_2(\omega) \end{bmatrix}, \tag{31}$$

$$Q_d(\omega) = \begin{bmatrix} q_1(\omega) \\ q_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1(\omega) & 0 \\ 0 & B_2(\omega) \end{bmatrix}, \tag{32}$$

ở đây $p_1(\omega)$, $p_2(\omega)$ và $q_1(\omega)$, $q_2(\omega)$ toạ độ $P_d(\omega)$ và $Q_d(\omega)$ trong không gian x, y.

Từ (31) và (32) ta nhận được

$$|P_d(\omega)| = \sqrt{p_1^2(\omega) + p_2^2(\omega)} = \sqrt{A_1^2(\omega) + A_2^2(\omega)} \tag{33}$$

$$|Q_d(\omega)| = \sqrt{q_1^2(\omega) + q_2^2(\omega)} = \sqrt{B_1^2(\omega) + B_2^2(\omega)}. \tag{34}$$

Từ (26), (33) và (34) ta có

$$\Phi_d(\omega) = \sqrt{A_1^2(\omega) + A_2^2(\omega) + B_1^2(\omega) + B_2^2(\omega)}. \tag{35}$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Galmakher F.R., Theory matrix M Nauka, 1967.
2. Bellman R. Introduction of Matrix Analysis, McGraw-Hill Book Comp. Inc N.Y. Toronto, London, 1960.
3. Angot A. Compléments de mathématique, Paris 1957.
4. Krashovsky A.A., O dvuxkanalnyx systemax avtomaticheskovo regulirovania s anti-systemtrisnymi sviazamy, AiTT. 28, N. 2, 1957.

Phân viện Tự động hoá
Viện Công nghệ thông tin