

CÁC KỸ THUẬT TRỢ GIÚP CHỨNG MINH BÀI TOÁN HÌNH HỌC: CÁCH TIẾP CẬN TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

NGUYỄN THANH THÚY

Abstract. This paper investigates some fundamental techniques of Artificial Intelligence for supporting geometry problem solving: Backward Inference and Forward inference over knowledge base, gathered from figures, theorems and AND/OR Graph representing rules. The proof process can be carried out either in "package mode" or in "stepwise mode". A forward and backward inference algorithm for predicate logics will be presented. Some feature of an experimental system Géoprover are considered. This system is implemented in C++, ver. 3.1.

1. MỞ ĐẦU

Quá trình giải bài toán chứng minh hình học có sự trợ giúp của máy tính bao gồm các giai đoạn chính sau:

Bước 1: Dựng hình. Học sinh vẽ hình, nhờ sử dụng các công cụ đồ họa, tương ứng với các phép dựng hình dựa trên thước và compa. Một ràng buộc quan trọng là hình vẽ phải đáp ứng đầy đủ các ràng buộc đặt ra trong đầu bài.

Bước 2: Thao tác trên hình vẽ. Ở giai đoạn này học sinh có thể tác động trực tiếp lên các đối tượng hình học, di chuyển chúng bằng cách sử dụng chuột, để khám phá ra các đặc trưng cơ bản trong hình. Khi tác động lên đối tượng hình, các ràng buộc logic giữa chúng vẫn được bảo toàn, đó là cơ sở để học sinh có thể phát hiện ra các bất biến quan hệ logic giữa các đối tượng hay quỹ tích của một điểm nào đó, khi điểm khác chuyển động.

Bước 3: Tiến hành thử chứng minh bài toán. Theo một trong hai cách sau:

A. *Trọn gói:* Hệ thống xây dựng toàn bộ đồ thị lời giải hay vết suy diễn của bài toán. Trong trường hợp này, quá trình chứng minh của hệ trở thành không tương minh đối với học sinh, do vậy hiệu quả sư phạm của phương pháp này không cao, thường chỉ phù hợp với học sinh ở trình độ khá trở lên. Ngoài ra, khi cần thiết, học sinh có thể yêu cầu hệ giải đáp những thắc mắc của mình về kết quả suy diễn do hệ thống đưa ra.

Hệ thống trả lời theo hai phong cách:

- Hoặc "nhát gừng" theo nghĩa hệ dần dần giải thích câu hỏi của học sinh nh mức một.

- Hoặc “một lèo” theo nghĩa hệ giải thích đến tận gốc của mọi thắc mắc học sinh.

Từ góc độ sư phạm, cách giải thích “nhát gừng” khá phù hợp với các đối tượng người sử dụng có trình độ trung bình, còn cách giải thích “một lèo” thường phù hợp với các học sinh khá.

B. Từng bước: Hệ thống tương tác với người học để xây dựng dần dần đồ thị lời giải, vết suy diễn của bài toán. Tại mỗi bước, hệ sẽ sinh ra một tập các phương án giải quyết chấp nhận được để người học tự chọn cách làm của mình và xây dựng ra đồ thị lời giải, vết suy diễn có sự trợ giúp của máy. Một vấn đề đặt ra là ở một bước nào đó, quyết định lựa chọn của học sinh không đúng, do đó cần phải quay lui trong quá trình chứng minh. Nhưng quay lui tại điểm nào và đến khi nào thì thoát? Đây là một hạn chế quan trọng của cách tiếp cận này. Thông thường, để xử lý khó khăn này, người ta sử dụng một ngăn xếp (STACK) để lưu giữ “lịch sử” quá trình suy diễn.

Ba nguồn thông tin được dùng để trợ giúp chứng minh bài toán là:

i) Các thông tin trích ra từ hình vẽ F hoặc mô tả giả thiết GT của bài toán. Trong trường hợp này ta nói là quá trình chứng minh có định hướng tới các yếu tố đặc thù của bài toán. Do ta giả thiết hình vẽ đã được xây dựng đúng đắn (xem bước 1), nên có thể xem các thông tin mô tả lấy từ hình vẽ và các mô tả trong GT trùng với nhau [8].

ii) Các thông tin trích ra từ cơ sở tri thức. Trong trường hợp này ta nói là quá trình chứng minh vét cạn. Ở mỗi bước, hệ duyệt toàn bộ các luật (các tiên đề định lý) để chọn ra một định lý phù hợp nhất có thể áp dụng, hay nói cách khác, chọn ra một luật suy diễn

$$p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q (*)$$

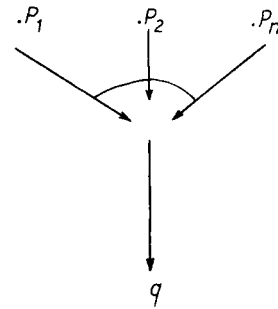
mà không cần quan tâm tới tổng thể quá trình chứng minh.

iii) Đồ thị diễn biến không gian bài toán. Trong trường hợp này tất cả “bó cung” như trong hình vẽ ứng với các luật được gắn lại với nhau tạo nên một đồ thị, biểu thị toàn bộ không gian bài toán, có đỉnh đầu là GT và các tập đích là KL.

Hai hướng suy diễn cơ bản:

a) Suy diễn tiến: Quá trình chứng minh xuất phát từ các mô tả có trong GT, sau đó dần dần thêm vào những sự kiện mới q nhờ áp dụng định lý, tiên đề dạng (*) (với giả thiết rằng p_1, p_2 đã đúng), cho đến khi toàn bộ KL được khẳng định.

b) Suy diễn lùi: Quá trình suy diễn xuất phát từ các điều phải chứng minh trong KL. Với mỗi sự kiện q cần phải chứng minh, hệ sẽ tìm cách thay chứng



minh nó bằng việc chứng minh các giả thiết p_1, \dots, p_n nhờ áp dụng luật (*). Quá trình tiếp tục cho đến khi mọi điều cần phải chứng minh đều thuộc tập GT .

2. TRỢ GIÚP CHỨNG MINH DỰA THEO ĐỊNH LÝ

2.1. Đặt bài toán. Các mô tả các đối tượng hình học và các ràng buộc logic giữa chúng được cho bởi các vị từ [7]. Mỗi định lý, tiên đề và tính chất hình học được biểu diễn dưới dạng:

$$p_1(x, \dots) \wedge p_2(y, \dots) \wedge \dots \wedge p_n(z, \dots) \Rightarrow q(u, \dots) (*),$$

ở đây các vị từ p_i, q thỏa mãn điều kiện:

- p_i, q chỉ chứa các biến gắn với lượng từ với mọi và không chứa ký hiệu hàm.

- p_i, q đều ở dạng khẳng định.

- Nếu gặp NOT $p(\dots)$ thì thay bằng non $-p(\dots)$.

Xuất phát từ đầu bài toán, có thể xác định được:

- Tập các giả thiết đã cho GT .

- Tập các điều cần phải chứng minh KL .

Giả sử cơ sở tri thức được cho bởi tập luật $R = \{r_1, \dots, r_m\}$, mỗi luật r_i có dạng (*) (mục 1). Bài toán đặt ra là xác định xem $GT \Rightarrow *KL$ hay không và nếu có thì chỉ ra tập $Vet = \{r_{i_1}, \dots, r_{i_k}\}$ các định lý đã được áp dụng.

2.2. Trợ giúp chứng minh trọn gói

2.2.1. Suy diễn tiến

Gọi $TGian = \{p(t_1, \dots, t_n) | p(t_1, \dots, t_n) \text{ đã được chứng minh là đúng}\}$ cho đến thời điểm hiện tại. Ban đầu $TGian = GT$. Tiếp theo, ở mỗi bước khi sử dụng một định lý $r \in R$ phù hợp, $r : left \rightarrow q$, với phép gán trị tương ứng θ sao cho $left\theta \in TGian$, ta có $TGian = TGian \cup \{q\theta\}$.

Ví dụ 1. Xét bài toán: “Cho tứ giác $ABCD$; I, J, K, L tương ứng là điểm giữa của AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng tứ giác $IJKL$ là hình bình hành”.

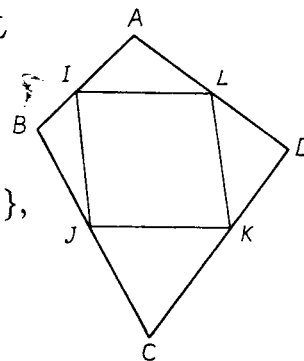
Khi xử lý bài toán, ban đầu

$GT = \{\text{Trd}(I, AB), \text{Trd}(J, BC); \text{Trd}(K, CD), \text{Trd}(L, DA)\}$,

và $KL = \{\text{hbh}(I, J, K, L)\}$, một phần các định lý sẽ được dùng là:

r_1 : Định lý đường trung bình

$$\text{Trd}(U, XY) \wedge \text{Trd}(V, XZ) \Rightarrow \text{ssong}(UV, YZ)$$



r_2 : Đường song song

$$\text{ssong}(UV, XY) \wedge \text{ssong}(ST, XY) \Rightarrow \text{ssong}(UV, ST)$$

r_3 : Hình bình hành

$$\text{ssong}(XY, VU) \wedge \text{ssong}(VX, UY) \Rightarrow \text{hbh}(X, Y, U, V)$$

r_4 : Điểm giữa

$$\text{Trd}(X, YZ) \Rightarrow \text{Trd}(X, ZY)$$

r_5 : Giao hoán

$$\text{ssong}(XY, UV) \Rightarrow \text{ssong}(UV, XY)$$

r_6 : Giao hoán bộ phận

$$\text{ssong}(XY, UV) \Rightarrow \text{ssong}(XY, VU)$$

Việc áp dụng định lý đường trung bình vào tam giác ABD tương ứng với phép gán trị

$\theta = \{A/X, B/Y, D/Z, I/U, L/V\}$, và kết quả là chứng minh được sự kiện $\text{ssong}(UV, YZ)\theta = \text{ssong}(IL, BD)$.

THUẬT TOÁN SUY DIỄN TIẾN ĐỔI VỚI LOGIC VỊ TỪ

$\{_1$ TGian = GT , vet = \emptyset ; sat = Lọc($R, TGian$) ;

while sat $\neq \emptyset$ and $KL \notin TGian$ do $\{_2$

(r, θ) \leftarrow get (sat) ; /* giả sử $r : \text{left} \rightarrow q$ */

TGian = TGian $\cup \{q, \theta\}$;

vet = vet $\cup \{(r, \theta)\}$;

sat = lọc ($r, TGian$) $\}_2$

if $KL \subseteq TGian$ then exit (vet) else exit (“không thành công”) $\}_1$

ở đây, sat = $\{(r, \theta)/r$ là luật $r : \text{left} \rightarrow q$; θ là phép gán trị thỏa mãn $\text{left } \theta \subseteq TGian\}$

Ví dụ 2. Với bài toán trong ví dụ 1, vết suy diễn nhận được là:

vet = $\{(r_4, \theta_1), (r_1, \theta_2), (r_4, \theta_3), (r_2, \theta_5), (r_4, \theta_6), (r_1, \theta_7),$

$(r_4, \theta_8), (r_1, \theta_9), (r_2, \theta_{10}), (r_3, \theta_{11})\}$

$\theta_1 = \{L/X, D/Y, A/Z\}$ để suy ra $q_1 = \text{Trd}(L, AD)$,

$\theta_2 = \{A/X, B/Y, D/Z, I/U, L/V\}$ để suy ra $q_2 = \text{ssong}(IL, BD)$,

$\theta_3 = \{J/X, B/Y, C/Z\}$ để suy ra $q_3 = \text{Trd}(J, CB)$,

$\theta_4 = \{C/X, B/Y, D/Z, J/U, K/V\}$ để suy ra $q_4 = \text{ssong}(JK, BD)$,

$\theta_5 = \{I/U, L/V, B/X, D/Y, J/S, K/T\}$ để suy ra $q_5 = \text{ssong}(IL, JK)$,

...

$\theta_{11} = \{I/X, I/Y, K/U, L/V\}$ để suy ra $q_{11} = \text{hbh}(I, J, K, L)$

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CẦN GIẢI QUYẾT

- Tùy vào cơ chế cho vào và lấy ra từ tập Sat, mà vết suy diễn có thể khác nhau. Thông thường người ta tổ chức Sat như một STACK, QUEUE hoặc 1

danh sách, trong đó các phần tử r, θ được gắn với một heuristic nào đó [7].

- Tập Vet được xây dựng trong thuật toán có thể dư thừa, theo nghĩa tồn tại $(r, \theta) \in \text{Vet}$ sao cho dùng $\text{Vet} \setminus \{(r, \theta)\}$ vẫn có thể suy ra KL , xuất phát từ GT .
- Việc xác định $\text{Sat} = \{(r, \theta)/r : \text{left} \rightarrow q; \text{left}\theta \subseteq \text{TGian}\}$ dẫn tới hai bài toán con sau:

Bài toán 1. Giả sử TGian là tập sự kiện đúng cho đến thời điểm đang xét, p là một vị từ nào đó.

Xác định phép gán trị θ sao cho $p\theta \in \text{TGian}$.

Bài toán 2. Quay lui trong quá trình gán trị.

- Cơ chế xử lý cạnh tranh khi $\#\text{Sat} \geq 2$.

2.2.2. Suy diễn lùi: Trong quá trình xử lý, ta lưu tập các sự kiện cần phải chứng minh trong một Stack tên là goal. Ở mỗi bước tiếp theo, khi xét một sự kiện $f \in \text{goal}$ nào đó, thuật toán sẽ tìm cách sử dụng một định lý r nào đó $r : p_1 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$, cùng với phép gán trị sao cho $f\theta = q\theta$.

Như vậy, thay vì chứng minh $f\theta = q\theta$, ta quy về chứng minh $p_1\theta, \dots, p_n\theta$. Những $p_i\theta \in GT$ được coi như đã được chứng minh. Ngược lại cho vào tập goal, nghĩa là $\text{goal} = (\text{goal} \setminus \{f\}) \cup \{p_1\theta, \dots, p_n\theta\}$. Quá trình tiếp tục cho đến khi $\text{goal} = \emptyset$, hoặc quay lui cho tới khi gặp một sự kiện $f_0 \in KL$.

NHỮNG VẤN ĐỀ CẦN GIẢI QUYẾT

- Để đơn giản, ta giả thiết rằng các luật khác nhau chứa các biến số có tên khác nhau. Tuy nhiên hạn chế này có thể khắc phục được nhờ sử dụng kỹ thuật đánh dấu.
- Việc tìm phép gán trị θ sao cho $f\theta = q\theta$ được quy về bài toán 1 trong 2.2.1.
- Quá trình suy diễn lùi thực chất là quá trình tìm cây lời giải trong đồ thị Và /Hoặc biểu diễn tập luật [7]. Trong trường hợp cụ thể, ta dùng phép duyệt theo chiều sâu, do vậy tập goal được tổ chức như một Stack.
- Để quay lui trong quá trình suy diễn, ta sử dụng một stack khác có tên Vet để lưu vết suy diễn hiện thời, tức là tập các sản xuất được sử dụng cho đến thời điểm hiện tại.

Thuật toán suy diễn lùi đối với logic vị từ

```

{1 if  $KL \subseteq GT$  then exit ("thanh cong")
   else {2 goal =  $KL \setminus GT$ ; Vet =  $\emptyset$ ; back = false;
         f  $\rightarrow$  get (goal);
repeat {3 if ( $f\alpha \in GT$ ) then goal = goal  $\alpha$  else {4
        tìm luật ( $f, i, R, o$ ). /* Tìm luật  $r_j$  và phép gán trị  $\beta$ 
                               sao cho  $f\beta$  là vế phải của luật  $r_j$ ;  $\beta$  */

```

```

if  $j \leq m$  then {5 Vet = Vet  $\cup$   $\{(f, j, \beta)\}$ ; goal = goal  $\cup$  leftj $\beta \setminus GT$  }5
    else {6 /* quay lui */ back = true;
while  $f \notin KL$  and back do {7 repeat  $\{(g, k, \theta) \rightarrow \text{get}(\text{Vet}); \text{goal} = \text{goal} \setminus \text{left}_k \theta\}$ 
    until  $f \in \text{left}_k \theta$ ;
    Tìm luật  $(g, l, R, k)$  /* tìm luật  $r_1$  và phép gán trị  $\gamma$ 
    sao cho  $g\gamma$  là vế phải của  $r_j \gamma$  */
    if  $l \leq m$  then {8 goal = goal  $\cup$  leftl $\gamma \setminus GT$ ;
        Vet = Vet  $\cup$   $\{(g, l, \gamma)\}$ ;
        back = false }8
    else  $f = g$  }7 }6 }4
if goal =  $\emptyset$  then BREAK else  $f \rightarrow \text{get}(\text{goal})$  }3
until  $f \in KL$ ;
if  $f \in KL$  and back then exit (“không thành công”)
    else exit (Vet) }2 }1
    
```

Để đơn giản cho trình bày về sau, ta dùng ký pháp

POS = tìm luật $(f, j, R, k) = \{(f, j, \theta)/r_j : \text{left} \rightarrow q; f\theta = q\theta\}$

Nhận xét: Tập luật $R = \{r_1, \dots, r_m\}$ được xét trong thuật toán không được chứa đựng sự đệ qui (về gán trị). Trong một số trường hợp, có thể khử đệ qui nhờ một vài thao tác đặc biệt. Ví dụ, có thể đồng nhất mỗi đoạn thẳng đi qua hai điểm A và B với tập hợp $\{A, B\}$ do đó không cần đưa vào luật $\text{Trd}(C, AB) \Rightarrow \text{Trd}(C, BA)$.

2.3. Trợ giúp chứng minh từng bước

Ở mỗi bước trong quá trình học sinh cùng hệ thống tìm kiếm lời giải, hệ hiển thị cả 3 tập:

TGian = $\{f \mid f \text{ đã được chứng minh}\}$

Goal = $\{q \mid q \text{ cần phải chứng minh}\}$

và Vet = $\{(r, \theta) \mid r \text{ là định lý đã được dùng, } \theta \text{ là phép gán trị}\}$

Ban đầu, TGian = GT ; Goal = KL ; Vet = \emptyset .

Như đã nói ở trên, hệ xác định được tập CO THE = Sat \cup Pos.

Hai phương án xử lý:

- Hoặc học sinh tự xác định (Giả-thiết, Định-lý, Kết-luận). Khi đó
 Nếu Giả-thiết \subseteq TGian thì Tgian = Tgian \cup {Kết-luận} (suy diễn tiến)
 Nếu Giả-thiết $\not\subseteq$ TGian and Kết-luận \in Goal thì Goal = Goal \cup Giả-thiết \subseteq TGian (suy diễn lùi).
- Hoặc hệ gợi ý cho học sinh bằng cách liệt kê các định lý có thể dùng được $r \in$ CO THE. Học sinh tự chọn một định lý r nào đó, rồi xác định các Giả-thiết và Kết-luận phù hợp.

Ví dụ 3: Với bài toán trong ví dụ 1, lúc bắt đầu chứng minh hệ có thể gợi ý định lý đường trung bình r_1 áp dụng cho 4 tam giác khác nhau (suy diễn tiến) hoặc định lý r_3 nhận biết hình bình hành (suy diễn lùi).

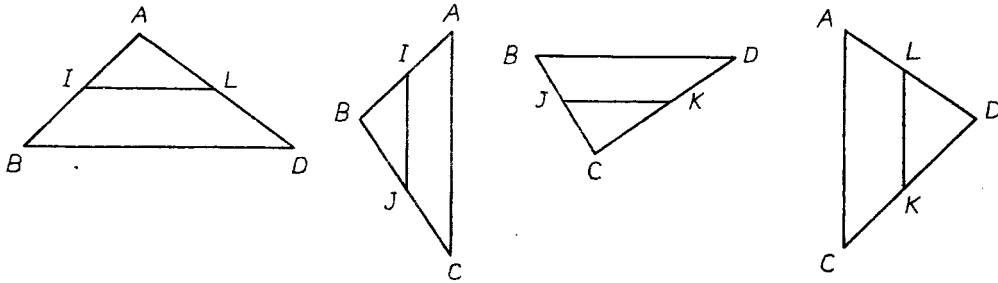
3. TRỢ GIÚP CHỨNG MINH DỰA THEO HÌNH VẼ

Khi trợ giúp chứng minh dựa theo hình vẽ, hệ thống coi hình vẽ như giao diện tương tác giữa học sinh và máy tính. Một yêu cầu đặt ra là hình vẽ phải hoàn toàn tương ứng với các giả thiết có trong đầu bài [1,4]. Để dùng hình vẽ F trợ giúp chứng minh, người ta thực hiện các thao tác sau:

- Diễn đạt các thao tác dựng hình đối với F bằng các mô tả S^1 trong ngôn ngữ FCL.
- Chuyển đổi/dịch các mô tả S_1 sang các mô tả S^2 trong ngôn ngữ SCL.
- Chuyển đổi/dịch các mô tả S^2 sang các mô tả S^3 trong ngôn ngữ LDL.
- Hệ dựa vào S^3 để trợ giúp giải bài toán chứng minh. Khi đó S^3 đóng vai trò như tập GT trong suy diễn tiến lùi.

Quá trình trợ giúp ở đây cũng giống như trợ giúp chứng minh dựa theo định lý, chỉ khác là thay vì hiển thị dạng text của định lý r cùng với phép gán trị chấp nhận được θ , hệ sẽ hiển thị ra hình vẽ con tương ứng.

Ví dụ 4: Xuất phát từ giả thiết của bài toán hệ có thể đưa ra 4 hình vẽ con để lựa chọn:



Nhận xét: Trong nhiều trường hợp, dùng hình vẽ để trợ giúp suy diễn lùi gặp rất nhiều khó khăn.

Ví dụ 5: Xét bài toán trong ví dụ 2. Giả sử cần chứng minh, song song (IL, JK) .

Một định lý là: Nếu IL và JK cùng song song với đường thẳng d thì IL song song với JK .

Hệ không thể cụ thể hóa d trong trường hợp bài toán này chính là (BD) !

4. TRỢ GIÚP CHỨNG MINH DỰA THEO ĐỒ THỊ BIỂU DIỄN KHÔNG GIAN BÀI TOÁN (TẬP LUẬT)

4.1. Đồ thị suy diễn tập luật

Tương ứng với mỗi sự kiện $q \in KL$ (tập kết luận trong suy diễn), ta xây

dựng đồ thị Gq như sau:

- q là đỉnh của Gq .
- Nếu có một định lý r sao cho $r : p_1 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$ và phép gán trị θ sao cho $q\theta = f$ thì tạo ra một bó các cung và $(*)$ như trong mục 1.

Quá trình cứ tiếp tục như vậy đối với $p_i\theta$, $i = \overline{1, n}$ đến khi mọi đỉnh là của Gq đều xác định được là thuộc vào GT .

Đồ thị biểu diễn không gian bài toán được cho bởi G .

Về thực chất quá trình suy luận từ GT dẫn tới KL tương ứng với việc xác định đồ thị con lời giải trong đồ thị G [7].

4.2. Xây dựng đồ thị con lời giải dựa theo suy diễn tiến

Việc xây dựng đồ thị con lời giải dựa theo suy diễn tiến gắn với quá trình lan truyền “tính chứng minh được” trên đồ thị G . Bước đầu các đỉnh thuộc GT có tính chất đó. Nếu gặp một bó cung $(*)$ mà $p_1\theta, \dots, p_n\theta$ đã chứng minh, thì $q\theta$ cũng chứng minh được. Khác hẳn với quá trình suy diễn trong mục 2.2.1, ở mỗi bước học sinh chỉ biết một định lý $r \in \text{Sat}$ và sau đó quên mất những định lý đã áp dụng, ngược lại đồ thị suy diễn cho học sinh hình dung một cách tường minh toàn bộ các liên kết giữa các giả thiết và kết luận của bài toán.

4.3. Xây dựng đồ thị con lời giải dựa theo suy diễn lùi

Việc xây dựng đồ thị con lời giải dựa theo suy diễn lùi tương ứng với quá trình duyệt đồ thị VÀ/HOẶC biểu diễn tập luật [7]. Trên thực tế thường áp dụng cơ chế duyệt theo thứ tự sâu. Tại mỗi thời điểm, học sinh thử xây dựng một đồ thị lời giải bộ phận và kiểm chứng xem nó có phải là đồ thị lời giải thực sự không.

Điểm khác nhau giữa hai cách tiếp cận xây dựng đồ thị con lời giải:

- Dựa theo suy diễn tiến: từ dưới lên.
- Dựa theo suy diễn lùi: từ trên xuống.

5. THỬ NGHIỆM CÀI ĐẶT

Các phần mềm dạy học trợ giúp giải bài toán hình học có trên thị trường tập trung theo các kỹ thuật sau:

- Trợ giúp chứng minh theo định lý từng bước: Hệ Mentoniez, cài đặt bằng ngôn ngữ PROLOG, không có giao diện đồ họa vẽ hình [5].
- Trợ giúp chứng minh dựa theo hình vẽ: Hệ DEFI, cài đặt bằng ngôn ngữ PASCAL trên máy MACINTOSH [6].
- Trợ giúp chứng minh sử dụng đồ thị không gian bài toán dựa theo suy diễn

tiến: Hệ CHYPRE, cài đặt bằng PASCAL trong Windows, có giao diện đồ họa để vẽ hình [3].

Trong khuôn khổ đề tài nghiên cứu về “phần mềm dạy học”, đã tiến hành thử nghiệm hệ For Prover, Back Prover, trợ giúp chứng minh trọn gói dựa theo định lý, cài đặt bằng ngôn ngữ C++, version 3.1, không có giao diện đồ họa vẽ hình.

Hiện đã xây dựng hệ tích hợp các kỹ thuật đồ họa và suy diễn Geoprover cho phép học sinh:

- Vẽ hình, kiểm tra tính đúng đắn của hình và mô tả bằng ngôn ngữ LDL để trợ giúp chứng minh dựa theo hình vẽ.

- Hiện thị các định lý có thể áp dụng để học sinh lựa chọn, đồng thời có sự tương hỗ của các phần trong hình vẽ.

- Xây dựng đồ thị con lời giải, vết suy diễn.

- Soạn thảo lời chứng minh.

Hệ được thử nghiệm cài đặt bằng ngôn ngữ C++.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. R. Allen, P. Nicolas, L. Trilling, *Figure correctness in an expert system for teaching geometry*, Proc. of Canadian Society for computational studies of intelligence, Ottawa, May 1990, 154 - 160.
2. F. Bellemain, *Conception, réalisation et experimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie: Cabri-Géomètre*, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 1992.
3. P. Benat, *CHYPRE: qPour une aide au raisonnement non linéaire basée sur la prégnance*, 3 es journées EIAO, ENS de Cachan, Baron, M., Gras R., Nicaud J-F, Eds, Eyrolles, 1993.
4. C. Desmoulins, *Etude et réalisation d'un système tuteur pour la construction de figures géométriques*, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 1994.
5. D. Py, *Mentoniez, a geometry ITS for figure drawing and proof setting*, Journal of AI in Education, 1 (3) (1990), 41 - 56.
6. S. A. Almouloud, I. Giorgiutti, *Sur la modélisation de l'élève: le cas de DEFI*, 3es journées EIAO, ENS de cachan, Baron M., Gras Régis, Nicaud J-F, Eds, Eyrolles, 1993.
7. N. T. Thủy, *Trí tuệ nhân tạo: Các phương pháp giải quyết vấn đề kỹ thuật xử lý tri thức*, NXB Giáo dục, 1995.
8. N. T. Thủy, *Conception et réalisation d'un environnement pour la résolution de problèmes de géométrie Rapport Technique*, LGI, IMAG, Grenoble, 1994.
9. N. T. Thủy, *Diagnostis des erreurs de l'élève au travers de l'usage de logiciels de géométrie*, Colloque International “Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants”, Ho Chi Minh ville, 20 - 24 février 1995, 294 - 299.

Khoa Công nghệ thông tin

Trường đại học Bách khoa Hà Nội

Nhận bài ngày 23-1- 1996