Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 12, S. 3 (1996) (77–81)

QUELQUES RÉSULTATS ADDITIONNELS SUR LES CLÉS D'UN SCHÉMA DE RELATION

HO THUAN, MALKI MIMOUN

Résumé. Soit $S = \langle \Omega, F \rangle$ un schéma de relation, où $\Omega = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ est l'univers des attributs et F est l'ensemble des dépendances fonctionnelles sur Ω. Dans [1] Lucchesi et Osborn ont prosé un algorithme trés inéressant pour la recherche de toutes les clés pour le schéma de relation $S = \langle \Omega, F \rangle$. Dans [3] quelques améliorations ont été proposé par Thuan H.. Dans [4] une condition nécessaire pour que $X \subset \Omega$ soit une cé et une formule explicite pour le calcul de l'intersection de toutes les clés pour le schéma S ont été donné par Thuan H. et Bao L. V..

Dans cet article, nous consid'erons quelques cas particuliers où on peut déterminer facilement toutes les clés pour le schéma $S = \langle \Omega, F \rangle$ sans recourir aux algorithmes connus pour la recherche de toutes les clés.

Nous supposons que le lecteur s'est familiarité avec les notions fondamentales du modèle relationnel présentéss, par exemple dans [2] ou [5].

Nots clés. Schéma de relation, dépendances fonctionnelles, clé, superclé, axiomes d'Armonstrong, fermeture transitive, fermatture X^+ de X ($X \subseteq \Omega$) par rapport à F.

Dans ce paragraphe, nous rappelons quelques notions et résultats qui nous seront nécessaires par la suite.

Soit $S = \langle \Omega, F \rangle$ un schéma de relation, où

$\Omega = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ l'univers des attributs, et

$F = \{L_i \to R_i \mid L_i, R_i \subseteq \Omega_i,\ i = 1, 2, \ldots, m\}$, l'ensemble des d'ependances fonctionnelles que doivent satisfaire toutes les instances de S.

Dénotons par

$$L = \bigcup_{i=1}^{m} L_i\ , \quad R = \bigcup_{i=1}^{m} R_i$$

et

$$G = \bigcap_{K_j \in K} K_j$$

l'intersection de toutes les clés K_j, où K est l'ensemble de toutes les clés pour le schéma $S = \langle \Omega, I \rangle$.

Définition 1.1 [5]. Soit $S = \langle\Omega, F\rangle$ un schéma de relation. La fermeture transitive de F, notée F^+ est l'ensemble des dépendances fonctionnelles qui peuvent être déduites de F en appliquant (un nombre fini de fois) les axiomes d'Armstrong.

Rappelons que le système d'Armstrong se compose de trois règles d'inférences suivantes:

(A_1) Si $Y \subseteq X$, alors $X \to Y$

(A_2) Si $X \to Y$, alors $XZ \to YZ$

(A_3) Si $X \to Y$ et $Y \to Z$, alors $X \to Z$

où X, Y et $Z \subseteq \Omega$, Ω est l'univers des attributs.

Définition 1.2 [5]. Soit $S = \langle\Omega, F\rangle$ un schéma de relation. $X \subseteq \Omega$ est une cé pour le schéma S, si les deux conditions suivantes se sont vérifiées:

(i) $(X \to \Omega) \in F^+$,

(ii) $\nexists X' \subset X$ t.q. $(X' \to \Omega) \in F^+$.

Si X satisfait seulement la condition (i), il est appelé une super-clé.

Définition 1.3 [5]. Soitent $S = \langle\Omega, F\rangle$ un schéma de relation et $X \subset \Omega$. La fermeture de X par rappoıt à F, notée X^+ est l'ensemble: $X^+ = \{A \mid (X \to A) \in F^+\}$.

On a le théorème suivant:

Théorème [5]. *Soit $f : X \to Y$ une dépendance fonctionnelle arbitraire alors: $(X \to Y) \in F^+$ si et seulement si $Y \subseteq X^+$.*

On a les résultats suivants:

Théorème 1.1 [3]. it Soitent $S = \langle\Omega, F\rangle$ un schéma de relation et $X \subset \Omega$.

Si X est une clé, alors

$$\Omega \setminus R \subseteq X \subseteq (\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$$

Les corollaires suivants sont immédiats.

Corollaire 1.1. *Soit $S = \langle\Omega, F\rangle$ un schéma de relation. Si $L \cap R = \emptyset$ alors $\Omega \setminus R$ est une clé unique pour le schéma de elation $S = \langle\Omega, F\rangle$.*

Corollaire 1.2. *Soit K une clé arbitraire pour le schéma de relation $S = \langle\Omega, F\rangle$, alors la structure de K est la suivante:*

$$K = (\Omega \setminus R) \cup Z$$

où $Z \subseteq L \cap R$.

Théorème 1.2 [3]. *Soitient* $S = \langle \Omega, F \rangle$ *un schéma de relation et* G *l'intersection de toutes les clés pour le schéma* $S = \langle \Omega, F \rangle$. *Alors*

$$G = \Omega \setminus R\,.$$

A partir des théorèmes 1.1 et 1.2, on peut obtenir les résultats suivants:

Théoème 2.1. *Soit* $S = \langle \Omega, F \rangle$ *un schéma de relation avec* $L \cap R \neq \emptyset$. *Alors* $(\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$ *contient strictement une clé. Autrement dit, dans ce cas* $(\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$ *est une super-clé mais pas une clé.*

Démonstration. Supposons le contraire que $(\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$ est une clé. D'apprès le théorème 1.1, la clé

$$K = (\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$$

est la clé unique pour le schéma $S = \langle \Omega, F \rangle$. D'où

$$G = (\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$$

où G est l'intersection de toutes les clés pour le schéma S.

D'autre part, d'après le théorème 1.2, nous avons

$$G = (\Omega \setminus R) \neq (\Omega \setminus R) \cup (L \cap R),$$

Car $(L \cap R) \neq 0$, on arrive à une contradiction.

Le théorème 2.1 permet de généraliser le corollaire 1.1 de la manière suivante:

Corollaire 2.1. *Soit* $S = \langle \Omega, F \rangle$ *un schéma de relation. Si* $|L \cap R| \leq 1$ *alors* $\Omega \setminus R$ *est la clé unique pour le schéma de relation* S.

Exemple 2.1. Soit $S = \langle \Omega, F \rangle$ un schéma de relation, où

$$\Omega = \{A,\, B,\, C,\, D,\, E\},$$
$$F = \{B \to C,\;\; A \to BD\}.$$

On a: $L = BA$ [1], $R = BCD$, $L \cap R = B$.

---

[1] Ici on utilise la concatélation BA pour désigner l'ensemble $\{B, A\}$.

Donc le schéma considéré a une clé unique, qui est

$$K = \Omega \setminus R = AE\,.$$

Naintenant, considérons le cas où

$$L \cap R = \{A_{i_1}, A_{i_2}\}.$$

On a le corollaire suivant:

Corollaire 2.2. *Soit $S = \langle \Omega, F \rangle$ un schéma de relation avec $L \cap R = \{A_{i_1}, A_{i_2}\}$. Si $(\Omega \setminus R)^+ \neq \Omega$, alors le schéma $S = \langle \Omega, F \rangle$ a deuw clés:*

$$K_1 = (\Omega \setminus R) \cup \{A_{i_1}\}\,,$$
$$K_2 = (\Omega \setminus R) \cup \{A_{i_2}\}\,.$$

Démonstration. $(\Omega \setminus R)^+ \neq \Omega$, *cela veut dire que* $(\Omega \setminus R)$ *n'est pas une clé pour le schéma* S.

D'après les théorèmes 1.2 et 2.1, on a respectivement:

$$G = (\Omega \setminus R)$$

et $(\Omega \setminus R) \cup \{A_{i_1}, A_{i_2}\}$ *n'est qu'une super-clé et non pas une cl; nous trouvons que le schéma* S *a exactement deux clés:*

$$K_1 = (\Omega \setminus R) \cup \{A_{i_1}\}$$

et

$$K_2 = (\Omega \setminus R) \cup \{A_{i_2}\}\,.$$

Exemple 2.2. *Soit $S = \langle \Omega, F \rangle$ un schéma de relation, où*

$$\Omega = \{A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ G\},$$
$$F = \{B \to C,\ C \to B,\ A \to GD\}.$$

On a:

$$L = ABC,\ R = BCDG,\ \Omega \setminus R = AE,\ L \cap R = BC$$

Car $(\Omega \setminus R)^+ = (AE)^+ = AEGD \neq \Omega$, *d'après le corollaire 2.2, le schéma* S *a deux clés:*

$$K_1 = (\Omega \setminus R) \cup \{B\} = AEC,$$

et

$$K_2 = (\Omega \setminus R) \cup \{C\} = AEC.$$

REFERENCES

1. Lucchesi C. L., Osbora S. L., *Candidate keys for relations*, J. of computer and system sciences, **17** (1978), 270-279.

2. Malki M., *La conception assistée des schémas relationels*, Thèse de Magister: Université de Sidi Bel Abbes, 1992.

3. Ho Thuan, *Some remarks on the algorithm of Licchesi and Osborn*, Acta Cybernetica, Tom 8, Fasc. 2, Szeged 1987, Hungary.

4. Ho Thuan and Le Van Bao, *Some results about keys of relational schemas*, Acta Cybernetica, Tom 7, Fasc. 1, Szeged 1985, pp. 99-1034.

5. Ullman J. D., *Principles of database systems*, 2nd ed., Computer Science Press, 1982.

netica,

Université de Sidi Bel Abbes
Algérie.

Nhận bài ngày 12-2-1995