Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 12, S. 3 (1996) (47–63)

TÍCH HỢP CỦA CÁC PHÂN BỐ VÀ TOÁN TỬ TÍCH HỢP

ĐỖ VĂN THÀNH

Abstract. The aim of this paper is to show necessary conditions for aggregation operators such that aggregation processes associated with these operators of distribution are ones of knowlegde presentation and treatment.

In this paper, according to different aggregation strategies and these conditions, some classes of aggregation operators are proposed.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Giả sử $\mathbf{B} = \{S_1, S_2, ..., S_m\}$ là tập hợp gồm n mệnh đề trong ngôn ngữ mệnh đề cổ điển, khi ấy $\mathbf{B}$ được gọi là một cơ sở tri thức trong ngôn ngữ này. Nếu tính đúng của mỗi mệnh đề của cơ sở tri thức trên còn được đặc trưng bởi mức độ khả năng (cần thiết) thì cơ sở tri thức lúc ấy được gọi là cơ sở tri thức giá trị khả năng (cần thiết).

Giả sử có m chuyên gia khác nhau cho ý kiến riêng của mình về mức độ khả năng (cần thiết) về tính đúng của mỗi mệnh đề đó. Vấn đề đặt ra là làm thế nào để tiến hành các lập luận trên cơ sở tri thức khả năng (cần thiết) có nhiều ý kiến khác nhau như vậy.

Ký hiệu Ω là tập các thế giới có thể được sinh từ các biến mệnh đề được rút ra từ các mệnh đề của cơ sở tri thức trên. Mỗi ý kiến chuyên gia về mức độ khả năng (cần thiết) của các mệnh đề trong cơ sở tri thức này sẽ được đặc trưng bằng một phân bố khả năng trên tập các lớp thế giới có thể, ý kiến được xem là hợp lý, phi mâu thuẫn nếu phân bố khả năng tương ứng là phân bố chuẩn. Từ mỗi phân bố khả năng chuẩn sẽ xác định được duy nhất một độ đo khả năng trên tập tất cả các mệnh đề có thể suy dẫn được từ cơ sở tri thức trên theo các quy tắc của ngôn ngữ mệnh đề cổ điển [1].

Có hai cách tiếp cận để giải quyết vấn đề trên.

Một là: Lập luận với phân bố khả năng ít đặc tả nhất. Phân bố này được tìm bằng việc áp dụng nguyên lý do R. R. Yager đề xuất, được bắt nguồn từ nguyên lý entropi cực đại (ME) trong lý thuyết xác suất và được gọi là nguyên lý đặc tả cực tiểu (mS). Cụ thể là người ta xác định một độ đo đặc tả, phân bố được chọn từ m phân bố khả năng đã cho là phân bố làm cho độ đo đạc đặc tả đó nhận giá trị nhỏ nhất trên các phân bố ấy.

Mối liên hệ giữa các nguyên lý mS và ME, cũng như sự phụ thuộc của phân bố khả năng được chọn vào các tải trọng của độ đo đặc tả và tính ổn định của phân bố được chọn so với các tải trọng của độ đo này được chỉ ra trong [2, 3].

Hai là: Lập luận với độ đo khả năng chung có được bằng việc trộn m độ đo khả năng nói trên để nhận được một độ đo mới gọi là độ đo tích hợp (hay độ đo chung). Cụ thể là, giả sử trên đại số Bul A gồm một số hữu hạn phần tử có các độ đo khả năng $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$, độ đo khả năng chung Π phải thỏa mãn hai điều kiện dưới đây:

A_1 $\forall\varphi \in \mathbf{A}$, luôn tồn tại hàm $C_\varphi : [0,1]^m \to [0,1]$ sao cho

$$\Pi(\varphi) = C_\varphi(\Pi_1(\varphi), \Pi_2(\varphi), \dots, \Pi_m(\varphi)).$$

$A_2(c)$ $\forall c \in [0,1]$ nếu $\Pi_1(\varphi) = \Pi_2(\varphi) = \cdots = \Pi_m(\varphi) = c$ thì $\Pi(\varphi) = c$.

Điều kiện A_1 nói rằng độ đo khả năng chung của một sự kiện nào đó chỉ phụ thuộc vào các độ đo riêng của chính sự kiện đó (tức độ đo này có tính "chỉ phụ thuộc sự kiện" hay eventwise, hoặc pointwise), còn điều kiện $A_2(c)$ nhấn mạnh rằng nếu tất cả các chuyên gia khác nhau đều cho ý kiến thống nhất về mức độ khả năng xảy ra của một sự kiện thì ý kiến chung cũng phải như vậy.

Ý tưởng xây dựng một độ đo khả năng chung thỏa mãn hai điều kiện nói trên đã được bắt nguồn từ lý thuyết xác suất và lý thuyết chứng cớ. Khi ấy giả sử $P_1, P_2, \dots, P_m$ là các độ đo xác suất (hoặc các hàm bilief) thì độ đo khả năng chung thỏa mãn điều kiện trên sẽ có dạng

$$P = \sum_{1 \le i \le m} \lambda_i P_i \text{ ở đây } \sum_{1 \le \le m} \lambda_i = 1 \text{ và } 0 \le \lambda_i \le 1 \ \ ([4]).$$

Tuy nhiên, vì các độ đo khả năng nói chung không có cấu trúc lồi nên kết quả này không được bảo toàn đối với chúng. Trong [4] đã chứng minh được rằng độ đo khả năng chung thỏa mãn hai điều kiện A_1, $A_2(c)$ khi và chỉ khi nó có dạng

$$\Pi(\varphi) = \max\big(h_1(\Pi_1(\varphi)), h_2(\Pi_2(\varphi)), \dots, h_m(\Pi_m(\varphi))\big), \tag{1}$$

ở đây $h_i(x)$ là các hàm không giảm trên $[0,1]$, $h_i(O) = 0$ với mọi $i = 1, \dots, m$ và tồn tại i để $h_i(1) = 1$.

Chú ý rằng, lúc đó phân bố khả năng π tương ứng cũng có dạng:

$$\pi(\omega) = \max\big(h_1(\pi_1(\omega)), h_2(\pi_2(\omega)), \dots, h_m(\pi_m(\omega))\big), \text{ với mọi } \omega \in \Omega, \tag{2}$$

trong đó các π_i là các phân bố khả năng tương ứng với các độ đo khả năng Π_i, $i = 1, \dots, m$.

Cách xây dựng độ đo chung như trên là một cách tích hợp thông tin từ nhiều ý kiến cá nhân khác nhau. Có thể coi đó là một cách tích hợp tính chất kiến thiết. Việc chỉ ra rằng độ đo tích hợp có dạng như trên là một cách tích hợp có tính chất "như nhau với các sự kiện" hay likewise, nghĩa là cách thức tích hợp là giống nhau đối với mọi sự kiện (khi đại số Bul hữu hạn A là một tập con của ngôn ngữ mệnh đề cổ điển, mà trường hợp đặc biệt nó được sinh từ một cơ sở tri thức [2] thì mỗi sự kiện chính là một mệnh đề nào đó.

Trong một số bài báo gần đây [5-7] R.R. Yager đặt vấn đề tích hợp cho các luật dạng : *If V is A_i then U is B_i*, $i = 1,\dots, m$, ở đây A_i, B_i là các tập mờ của các không gian dữ liệu đưa vào và các dữ liệu đưa ra X, Y. Tác giả chỉ ra rằng trong mô hình mờ, các toán tử liên kết với quá trình tích hợp các luật này cần phải thỏa tính giao hoán, tính đồng nhất (hay identity) và tính đơn điệu. Tác giả cũng đã chỉ ra một số tính chất của các toán tử thỏa mãn các đòi hỏi trên và giới thiệu một vài lớp toán tử như vậy.

Một hướng tiếp cận tương tự được trình bày trong [8-9]. Trong các bài báo này V. Cutello và J. Montero đã phân tích quá trình tích hợp khi giải quyết bài toán sau đây: Giả sử X là một tập hữu hạn tùy ý của các lựa chọn, thừa nhận mỗi cá nhân đều có khả năng thể hiện ý kiến riêng của mình về một tập các lựa chọn thông qua một vài quan hệ ưu tiên nhị phân mờ đầy đủ. Vấn đề đặt ra là cần tích hợp các ý kiến này theo ý kiến nhóm được tích hợp theo thuật ngữ và quan hệ ưu tiên mờ đầy đủ. Một cách cụ thể hơn, giả sử cho m cá nhân biểu diễn ý kiến riêng của mình về một tập lựa chọn X, và giả sử $\Phi : [0,1]^m \to [0,1]$ coi là một luật tích hợp, lúc đó hàm cho giá trị thể hiện quan hệ ưu tiên tích hợp μ xác định trên $X \times X$ và liên kết với Φ được xác định như sau:

$\mu(x,y) = \Phi(\mu^1(x,y), \mu^2(x,y), \dots, \mu^m(x,y))$, trong đó $\mu^i(x,y)$, $i = 1,\dots, m$ nhận giá trị trong $[0,1]$ thể hiện ý kiến của người thứ i về quan hệ ưu tiên nhị phân của cặp x, y. Các tác giả bài báo này đề nghị một số điều kiện mà tùy vào từng trường hợp cụ thể mà luật tích hợp thỏa mãn một vài điều kiện trong số đó.

Ta có thể coi cách tiếp cận theo hướng của R.R. Yager, hoặc V. Cutello và J. Montero là hướng tiếp cận tiên đề hóa, nó có tính khái quát hơn so với cách tích hợp đã được đề nghị trên các độ đo khả năng hay xác suất [4].

Cho một cơ sở tri thức khả năng hoặc xác suất, nếu xem quá trình tích h ợp các ý kiến chuyên gia về cơ sở tri thức này là một quá trình thu nhận và xử lý tri thức thì ta sẽ thấy hai điều kiện A_1, $A_2(c)$ được đòi hỏi ở trên là chưa phản ánh đầy đủ bản chất của quá trình này. Các cách tiếp cận nghiên cứu được trình bày trong các bài báo của R.R. Yager, V. Cutello và J. Montergo là những gợi ý quan trọng để giải quyết yêu cầu xem việc tích hợp của các phân bố như là quá trình thu nhận và xử lý tri thức đối với các cơ sở tri thức khả năng hay xác suất.

Ta biết rằng trong lý thuyết khả năng cũng như trong lý thuyết xác suất luôn có sự tương ứng một–một giữa tập tất cả các độ đo khả năng (xác suất) trên đại số Bul hữu hạn và tập tất cả các phân bố khả năng (xác suất) trên tất cả các atom của đại số này [1, 2]. Việc tích hợp của các phân bố để sinh ra một phân bố mới là đơn giản và khả thi hơn. Vì thế bài báo này sẽ khảo sát việc tích hợp của các phân bố.

Bài báo này được cấu trúc như sau: Phần 2 của bài báo, sẽ so sánh cách lựa chọn một phân bố trong cách tiếp cận thứ nhất và cách xây dựng một phân bố tích hợp theo hướng kiến thiết trong các tiếp cận thứ hai. Bài báo đã phân tích tính chất của các toán tử thích hợp của các độ đo thỏa hai điều kiện A_1, $A_2(c)$ được đề nghị trong [4] và qua đó chỉ ra một số hạn chế của nó. Phần 3 sẽ trình bày những điều kiện mà một toán tử tích hợp của các phân bố cần phải thỏa mãn để quá trình tích hợp này là quá trình thu nhận và xử lý tri thức. Phần 4 chỉ ra rằng quá trình tích hợp của các phân bố và của các độ đo nói chung là khác nhau, đồng thời đề nghị một số toán tử tích hợp có thể được dùng trong quá trình tích hợp này, các toán tử này được xây dựng theo chiến lược tích hợp khác nhau nhưng nói chung đã đáp ứng được phần lớn các điều kiện đòi hỏi của một quá trình thu nhận và xử lý tri thức và cuối cùng phần 5 sẽ dành để nêu một số ý kiến thảo luận.

2. TÍCH HỢP CÁC ĐỘ ĐO KHẢ NĂNG

2.1. Tích hợp các độ đo khả năng và nguyên lý mS

Ta biết việc tích hợp các độ đo khả năng do D. Dubois và H. Prade đề xuất sẽ sinh ra một phân bố khả năng mới từ các phân bố khả năng $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ được suy từ các độ đo tương ứng. Phân bố này nói chung không thuộc tập các phân bố khả năng đã cho, điều này là khác với cách tiếp cận thứ nhất là lựa chọn một phân bố trong số các phân bố này. Ta cũng biết rằng những yêu cầu về các hàm $h_i(x)$ cho phép sinh ra một lớn khá rộng các phân bố khả năng chung, chúng đóng vai trò như là các tham số điều chỉnh, cụ thể là chỉ ra rằng việc điều chỉnh các tham số này sẽ nhận được các phân bố tích hợp khác nhau.

Trường hợp khi các hàm $h_i(x)$ có dạng $h_i(x) = \min(x, \lambda_i)$, ở đây $\max \lambda_i = 1$ thì lúc đó các λ_i được gọi là các tải trọng, nó có vai trò giống như các λ_i khi xác định phân bố chung được xây dựng từ các phân bố xác suất, ta có thể chỉnh các tham số này để nhận một phân bố chung theo ý muốn, thậm chí trùng với bất kỳ một phân bố nào trong số các phân bố đã cho. Mệnh đề sau đây chỉ rõ điều đó.

Mệnh đề 2.1. *Cho m phân bố khả năng $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$, một phân bố bất kỳ trong số các phân bố này đều có thể coi là kết quả một phép tích hợp thỏa hai tiền đề*

A_1, $A_2(c)$ của m phân bố đó với việc lựa chọn các $h_i(x)$ thích hợp.

Chứng minh. Không giảm tổng quát, giả sử phân bố bất kỳ trong m phân bố này là π_1 và tập các thế giới có thể $\Omega = \{\omega_i,\ i = 1, ..., n \mid \pi_1(\omega_i) \geq \pi_1(\omega_{i+1})\}$.

Ta xây dựng các hàm $h_i(x)$ như sau: $h_i(x) = \min(x,\ \pi_1(\omega_i))$, $i = 1, ... m$.

Lúc đó $\pi(\omega) = \max\left(\min h_i(\pi_i(\omega))\right)$ là một phân bố khả năng mà độ đo của nó là độ đo tích hợp từ các độ đo khả năng được sinh từ các phân bố trên thỏa các điều kiện A_1, $A_2(c)$.

Hiển nhiên là $\pi(\omega) = \pi_1(\omega)$ với mọi $\omega \in \Omega$. □

Như vậy cách tiếp cận thứ hai là rộng hơn nhiều so với cách tiếp cận thứ nhất, có thể coi nó như là chứa cách tiếp cận thứ nhất theo nghĩa một phân bố được chọn bằng cách tiếp cận thứ nhất cũng được chọn bằng cách tiếp cận thứ hai, nhưng ngược lại nói chung không đúng.

2.2. Tích hợp các độ đo khả năng theo hướng kiến thiết

Giả sử $\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_m$ và $P_1, P_2, ..., P_m$ tương ứng là các độ đo khả năng và độ đo xác suất trên đại số Bul hữu hạn A nào đó, còn các $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ và $p_1, p_2, ..., p_m$ tương ứng là các phân bố khả năng và phân bố xác suất của chúng.

Ký hiệu $\omega \leq_\pi \omega'$ khi và chỉ khi $\pi(\omega) \leq \pi(\omega')$.

$\omega \models_\pi \varphi$ khi và chỉ khi $\omega \models \varphi$ và nếu $\omega' \models \varphi$ thì $\omega' \leq_\pi \omega$.

Quan hệ thứ tự S xác định như sau: xSy khi và chỉ khi $\pi(x) \geq \pi(y)$ ở đây π là một phân bố (hoặc một độ đo) nào đó được gọi là quan hệ thứ tự tự nhiên sinh bởi π.

Từ đây về sau ta giả thiết các phân bố được xét đều là các phân bố (khả năng hoặc xác suất) chuẩn.

Phần này sẽ chỉ ra một vài mối quan hệ giữa các phân bố và các độ đo tương ứng, cũng như một vài tính chất của độ đo tích hợp thỏa hai điều kiện A_1 và $A_2(c)$ ở trên.

Mệnh đề 2.2. *m độ đo khả năng cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên khi và chỉ khi m phân bố tương ứng cũng như sinh ra cùng quan hệ thứ tự như vậy.*

Chứng minh. Ta chỉ việc chứng minh cho điều kiện đủ, điều kiện cần của mệnh đề là hiển nhiên.

Giả sử $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ là các phân bố khả năng cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên, ta sẽ chứng minh rằng với mọi mệnh đề φ, ψ nếu $\Pi_1(\varphi) \geq \Pi_1(\psi)$ thì cũng có $\Pi_k(\varphi) \geq \Pi_k(\psi)$ với mọi $k = 2, ..., m$. Chứng minh điều này quy về chứng minh nhận xét sau đây $\forall\varphi$, nếu $\Pi_1(\varphi) = \pi_1(\omega_0)$ thì $\Pi_k(\varphi) = \pi_k(\omega_0)$, $k = 2, ..., m$. Điều này là rõ ràng vì nếu $\omega_0 \models_{\pi_1} \varphi$, do π_1, π_k có cùng quan hệ thứ tự tự nhiên trên tập các thế g ới có thể nên cũng có $\omega_0 \models_{\pi_k} \varphi$ với mọi $k = 2, ..., m$. □

Nhận xét. Điều kiện đủ của mệnh đề không còn đúng đối với trường hợp xác suất.

Giả sử m phân bố (hoặc m độ đo) có tính chất T, phân bố (hoặc độ đo) tích hợp từ m phân bố (m độ đo) trên cũng có tính chất T thì ta nói phép tích hợp lan truyền tính chất T [9].

Mệnh đề 2.3. *Phép tích hợp trên các độ đo khả năng hoặc xác suất thỏa hai tiêu đề A_1, $A_2(c)$ có tính chất lan truyền tính đơn điệu.*

Chứng minh. Ký hiệu Φ_1, Φ_2 là các toán tử tích hợp thỏa mãn điều kiện A_1, $A_2(c)$ tương ứng trên m độ đo khả năng $\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_m$ và $P_1, P_2, \ldots, P_m$. Khi ấy với mệnh đề φ bất kỳ ta có

$$\Phi_1(\Pi_1(\varphi), \Pi_2(\varphi), \ldots, \Pi_m(\varphi)) = \max\big(h_1(\Pi_1(\varphi)), h_2(\Pi_2(\varphi)), \ldots, h_m(\Pi_m(\varphi))\big)$$

ở đây $h_i(x)$ là các hàm không giảm trên $[0,1]$, $h_i(0) = 0$ với mọi $i = 1, \ldots, m$, và tồn tại i sao cho $h_i(1) = 1$.

$$\Phi_2(P_1(\varphi), P_2(\varphi), \ldots, P_m(\varphi)) = \sum_{1 \le i \le m} \lambda_i P_i(\varphi),$$

ở đây $\sum_{1 \le i \le m} \lambda_i = 1$ và $0 \le \lambda_i \le 1$ ([4]).

Với toán tử Φ_1. Giả sử φ, ψ là hai mệnh đề bất kỳ và $\Pi_i(\varphi) \ge \Pi_i(\psi)$ với mọi $i = 1, \ldots, m$. Do các $h_i(x)$ đều là các hàm đơn điệu tăng nên $h_i(\Pi_i(\varphi)) \ge h_i(\Pi_i(\psi))$ với mọi $i = 1, \ldots, m$, vì thế ta nhận được

$$\Phi_1(\Pi_1(\varphi), \Pi_2(\varphi), \ldots, \Pi_m(\varphi)) \ge \Phi_1(\Pi_1(\psi), \Pi_2(\psi), \ldots, \Pi_m(\psi)).$$

Với toán tử Φ_2 điều khẳng định là khá hiển nhiên nên bỏ qua không chứng minh ở đây. □

Mệnh đề 2.4. *Các toán tử Φ_1 (Φ_2) trong mệnh đề 2.3 giao hoán khi và chỉ khi $h_1(x) = h_2(x) = \cdots = h_m(x)$ (hoặc $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_m = \frac{1}{m}$).*

Việc chứng minh là đơn giản bằng quy nạp theo số m của các phân bố. Mệnh đề này khẳng định phép tích hợp thỏa hai điều kiện A_1, $A_2(c)$ chỉ có tính giao hoán trong những trường hợp đặc biệt, còn nói chung chúng không có tính chất này. □

Mệnh đề 2.5. *Nếu các phân bố khả năng $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m$ cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên thì $\pi(\omega) = \sum_{1 \le i \le m} \lambda_i \pi_i(\omega)$, ở đây $\sum_{1 \le i \le m} \lambda_i = 1$ và $0 \le \lambda_i \le 1$ cũng là phân bố khả năng chuẩn, và lúc đó độ đo khả năng tương ứng là $\Pi(\varphi) = \sum_{1 \le i \le m} \lambda_i \Pi_i(\varphi)$.*

Chứng minh. Giả sử tập các thế giới có thể $\Omega = \{\omega_i,\ i = 1, \ldots, n \mid 1 = \pi_1(\omega_1) \ge$

$\pi_1(\omega_2) \geq \cdots \geq \pi_1(\omega_n)\}$ thế thì ta cũng có $1 = \pi_k(\omega_1) \geq \pi_k(\omega_2) \geq \cdots \geq \pi_k(\omega_n)\}$ với mọi $k = 2, ..., m$.

Vì vậy $1 = \pi(\omega_1) \geq \pi(\omega_2) \geq \cdots \geq \pi(\omega_n)\}$ tức π là phân bố khả năng chuẩn và cùng sinh ra quan hệ thứ tự tự nhiên như m phân bố khả năng đã cho.

Rõ ràng độ đo khả năng mới lúc đó thỏa mãn hai điều kiện A_1, $A_2(c)$. Như vậy các phân bố khả năng (hoặc các độ đo khả năng) là có cấu trúc lồi trên các phân bố (độ đo) khả năng cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên. □

Mệnh đề 2.6. *Nếu $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ là các phân bố khả năng sinh ra cùng một quan hệ thứ tự tự nhiên thì với mọi bộ m số $0 \leq \lambda_i \leq 1$ và $\sum\limits_{1\leq i\leq m} \lambda_i = 1$ đều tồn tại m hàm không giảm $h_i(x)$ trên $[0,1]$, thỏa $h_i(0) = 0$ với mọi $i = 1, ..., m$, và tồn tại i để $h_i(1) = 1$ sao cho $\sum\limits_{1\leq i\leq m} \lambda_i \pi_i(\omega) = \max\big(h_1(\pi_1(\omega)), h_2(\pi_2(\omega)), ..., h_m(\pi_m(\omega))\big)$, với mọi ω thuộc tập các lớp thế giới có thể.*

Việc chứng minh được suy ra trực tiếp từ bổ đề 2.5 và kết quả cơ bản trong [4] đã được trình bày ở trên. □

Nhận xét. Với mỗi bộ m số $0 \leq \lambda_i \leq 1$ và $\sum\limits_{1\leq i\leq m} \lambda_i = 1$ và m phân bố khả năng bất kỳ cùng sinh ra một quan hệ thứ tự $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ thế thì nói chung không thể tồn tại m số θ_i không âm, $\max\theta_i = 1$ để $\sum\limits_{1\leq i\leq m} \lambda_i \pi_i(\omega) = \max\big(\min(\pi_1(\omega), \theta_1), ..., \min(\pi_m(\omega), \theta_m)\big)$ với mọi lớp thế giới có thể ω.

Ví dụ $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.
$\pi_1 = \{\pi_1(\omega_1) = 1, \pi_1(\omega_2) = 1/3, \pi_1(\omega_3) = 1/4, \pi_1(\omega_4) = 0\}$
$\pi_2 = \{\pi_2(\omega_1) = 1, \pi_2(\omega_2) = 1/2, \pi_2(\omega_3) = 1/3, \pi_2(\omega_4) = 0\}$
Rõ ràng π_1, π_2 là các phân bố sinh cùng quan hệ thứ tự.

Xét phân bố
$$\pi = \{\pi(\omega) = 0,5\,\pi_1(\omega) + 0,5\,\pi_2(\omega),\ \omega \in \Omega\}. \tag{3}$$
Giả sử có cách biểu diễn khác của π là:
$$\pi(\omega) = \max\big(\min(\theta, \pi_1(\omega)), \pi_2(\omega)\big),\ 0 \leq \theta \leq 1. \tag{4}$$

Theo (3) $\pi(\omega_2) = 1/6+1/4 < 1/2$ và theo (4) $\pi(\omega_2) = \max\big(\min(\theta, 1/3), 1/2\big) = 1/2$, điều đó khẳng định nhận xét trên.

Mệnh đề 2.6 và nhận xét này nhấn mạnh rằng việc tích hợp m độ đo xác suất cho trước thỏa các điều kiện A_1, $A_2(c)$ sẽ thao tác thuận lợi hơn so với việc tích hợp các độ đo khả năng cũng thỏa hai tiên đề này. Đây là một gợi ý quan trọng rằng bằng việc sử dụng các phép biến đổi phi mâu thuẫn để chuyển các phân bố khả năng thành các phân bố xác suất hoặc ngược lại [3] ta có thể ứng dụng kết quả của việc tích hợp các độ đo xác suất cho việc tính hợp các độ đo khả năng nếu đòi hỏi của quá trình này không phải là pointwise, mà chỉ likewise. Trong bài này chúng tôi không trình bày quá trình này.

3. ĐIỀU KIỆN CỦA TOÁN TỬ TÍCH HỢP CỦA CÁC PHÂN BỐ

Suy cho cùng bản chất của việc xử lý tri thức đối với các cơ sở tri thức cần thiết (hay khả năng, hoặc xác suất) là xây dựng được một phân bố cho cơ sở tri thức này.

3.1. Mô tả hình thức

Nếu ta coi quá trình tích hợp các ý kiến chuyên gia về một trong những loại cơ sở tri thức này là một quá trình thu nhận và xử lý tri thức thì:

1) Việc tích hợp nhiều ý kiến trên mỗi thế giới có thể để sinh ra ý kiến mới chỉ phụ thuộc vào các ý kiến chuyên gia về chính thế giới đó, nói cách khác quá trình tích hợp này cần có tính "chỉ phụ thuộc sự kiện" (hay eventwise). (c1)

2) Quá trình tích hợp phải có khả năng thu nhận các ý kiến của một số không hạn chế các chuyên gia. Vậy miền tích hợp của quá trình này phải không bị hạn chế. (c2)

3) Việc tích hợp các ý kiến không phụ thuộc vào trật tự tham khảo ý kiến, nói cách khác ý kiến chuyên gia đều bình đẳng nhau. (c3)

4) Giả sử việc tích hợp m ý kiến chuyên gia sinh ra ý kiến mới thứ $m+1$. Thế thì việc tích hợp m ý kiến đầu và $m+1$ ý kiến sau đó phải cho kết quả như nhau. (c4)

5) Với hai lớp thế giới có thể ω_1, ω_2 khác nhau, nếu ý kiến các chuyên gia về khả năng xuất hiện của thế giới ω_1 cao hơn thế giới ω_2 thì ý kiến tích hợp cũng phải cho giá trị khả năng của ω_1 cao hơn ω_2. Nói cách khác quá trình tích hợp lan truyền tính đơn điệu. (c5)

6) Nếu các chuyên gia đều cho ý kiến thống nhất về khả năng xảy ra một lớp thế giới có thể, thì ý kiến tích hợp cũng phải cho ý kiến như vậy. (c6)

7) Ý kiến tích hợp từ nhiều ý kiến phi mâu thuẫn về một cơ sở tri thức (được đặc trưng bởi một phân bố chuẩn) nói chung cũng phải là ý kiến phi mâu thuẫn, tức phân bố tích hợp từ các phân bố chuẩn nó ichung cũng là phân bố chuẩn.(c7)

3.2. Mô tả toán học

Giả sử Ω là tập tất cả các lớp thế giới có thể được sinh ra từ một tri thức nào đó, $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m, ...$ là các phân bố (khả năng hoặc xác suất) trên tập các lớp thế giới có thể này.

Một bộ hữu hạn các phần tử có thể trùng nhau trong $[0,1]$, nếu không quan tâm đến thứ tự các phần tử của nó sẽ được gọi là một túi (hay bag [5]), ngược lại bộ đó sẽ được gọi là một túi có thứ tự. Ký hiệu $[0,1]^{[0,1]}$ là tập tất cả các túi.

Ánh xạ $\Phi : [0,1]^{[0,1]} \to [0,1]$ được gọi là một ánh xạ túi.

Ký hiệu π là phân bố tích hợp của m phân bố (khả năng hoặc xác suất) $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ nào đó. Nếu việc tích hợp của π thỏa mãn điều kiện (c1) thì với mọi $\omega \in \Omega$, $\pi(\omega) = \Phi_\omega(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$, ở đây Φ_ω là hàm phụ thuộc vào ω và bộ $(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$. Lúc đó toán tử Φ xác định như sau: $\Phi : [0,1]^m \to [0,1]$ sao cho $\Phi(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega)) = \Phi_\omega(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$ sẽ được gọi là toán tử liên kết của quá trình tích hợp m phân bố này.

Như vậy điều kiện (c1) ở trên đòi hỏi mỗi quá trình tích hợp phải được liên kết với một toán tử nào đó, hơn nữa để quá trình tích hợp này có thể tích hợp được một số không hạn chế các ý kiến chuyên gia và các ý kiến này là bình đẳng nhau thì toán tử tích hợp Φ liên kết với quá trình này phải là một ánh xạ túi. Nói cách khác:

1) Quá trình tích hợp thỏa điều kiện (c1) nếu nó được liên kết với một toán tử nào đó.

2) Quá trình tích hợp thỏa điều kiện (c2), (c3) thì toán tử liên kết với nó là một ánh xạ túi.

Giả sử Φ là toán tử liên kết đó.

3) Φ là toán tử tự đồng nhất (hay self-indentity [5]) nếu với mọi túi A thì $\Phi(A \oplus \Phi(A)) = \Phi(A)$, ở đây nếu A, B là hai túi bất kỳ thì $A \oplus B$ là một túi gồm các phần tử của cả A và B.

Quá trình tích hợp thỏa điều kiện (c4) nếu Φ là toán tử tự đồng nhất. (c4)

4) Φ được gọi là toán tử đơn điệu [5, 9], nếu $\Phi(A) \geq \Phi(B)$ khi $A \geq B$, ở đây $A \geq B$ có nghĩa A, B là hai túi bất kỳ có số phần tử bằng nhau và nếu $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$, $B = (b_1, b_2, ..., b_n)$ sao cho $a_i \geq a_{i+1}$, $b_i \geq b_{i+1}$ với mọi $i = 1, ..., n-1$ thì $a_i \geq b_i$ với mọi $i = 1, ..., n$.

Quá trình tích hợp thỏa điều kiện (c5) nếu Φ là toán tử đơn điệu. (c5)

5) Φ là toán tử idempotent [4] tức là $\Phi(c, c, ..., c) = c$ với mọi $c \in [0,1]$.

Quá trình tích hợp thỏa điều kiện (c6) nếu Φ là toán tử idempotent. (c6)

6) Quá trình tích hợp trên các phân bố liên kết với toán tử Φ sẽ thỏa mãn điều kiện (c7) nếu các phân bố $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ đều là các phân bố chuẩn, thì phân bố π xác định bởi $\pi(\omega) = \Phi(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$ cũng là phân bố chuẩn.(c7)

Chú ý rằng nếu toán tử Φ thỏa các điều kiện (c2), (c3), (c4), (c5) thì được gọi là toán tử MICA tự đồng nhất (hay self - identity), một vài tính chất của toán tử này đã được ch' ra trong [5].

Khác với các toán tử MICA tự đồng nhất ở chỗ ta đòi hỏi toán tử này cần thỏa mãn các điều kiện (c1), (c6), (c7).

Các điều kiện tương tự như (c2), (c3), (c5), (c6)là các điều kiện đã được nêu trong [8, 9] cho quá trình tích hợp các ý kiến cá nhân theo các quan hệ ưu tiên nhị phân mờ của một tập các lựa chọn. Nếu xem mỗi ý kiến chuyên gia về cùng một cơ sở tri thức được đặc trưng bởi một phân bố khả năng chuẩn, thì điều kiện (c7) là cần thiết cho quá trình tích hợp các ý kiến chuyên gia này.

Việc xây dựng các toán tử tích hợp thỏa đầy đủ các đòi hỏi ở trên là không đơn giản, dưới đây sẽ đề nghị một số toán tử cho các quá trình như vậy.

4. Toán tử tích hợp của các phân bố

Dựa vào kết quả của phần 2, ta có thể nhận xét rằng phân bố cảm sinh bởi độ đo tích hợp của các độ đo khả năng (hoặc xác suất) thỏa mãn hai điêu kiện A_1, $A_2(c)$ sẽ thỏa mãn các điều kiện (c1), (c5), (c6), (c7) nhưng không thỏa mãn các điều kiện (c2), (c3), và (c4), tức không thỏa mãn các điều kiện về miền tham khảo ý kiến không hạn chế, về tính giao hoán và tính tự đồng nhất của toán tử tích hợp. Ngược lại nếu toán tử tích hợp của các phân bố khả năng thỏa mãn các điều kiện (c1), (c5), (c6), (c7) thì nói chung độ đo được sinh từ phân bố tích hợp không thỏa mãn các điều kiện A_1, $A_2(c)$. Điều này nói rằng phép tích hợp trên các phân bố dù có thỏa mãn 7 điều kiện kể trên cũng khá khác phép tích hợp của các độ đo như đà biết. Tuy nhiên ta có.

Mệnh đề 4.1. *Nếu toán tử tích hợp của các phân bố khả năng cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên thỏa mãn các điều kiện (c1), (c5), (c6), (c7) thế thì độ đo sinh bởi phân bố tích hợp này là độ đo tích hợp của các độ đo khả năng tương ứng được sinh từ các phân bố khả năng đã cho thỏa mãn các điều kiện A_1, $A_2(c)$.*

Chứng minh. Giả sử các phân bố khả năng $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên, và π là phân bố khả năng tích hợp từ m phân bố này thỏa mãn các điều kiện (c1), (c5), (c6), (c7). Do (c5) π sinh ra quan hệ thứ tự tự nhiên như m phân bố trên, và do (c1) ta có $\forall\omega \in \Omega$, tồn tại hàm C_ω để $\pi(\omega) = C_\omega(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$.

Do (c7) nên π là phân bố chuẩn và giả sử Π là độ đo khả năng được sinh từ phân bố này.

Khi ấy với mỗi mệnh đề φ, giả sử $\omega \in \Omega$, $\omega \models_\pi \varphi$ thì ta cũng có $\omega \models_{\pi_k} \varphi$, $k = 1, ..., m$.
$\Pi(\varphi) = \pi(\omega) = C_\omega(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega)) = C_\omega(\Pi_1(\varphi), \Pi_2(\varphi), ..., \Pi_m(\varphi))$
$= C_\varphi(\Pi_1(\varphi), \Pi_2(\varphi), ..., \Pi_m(\varphi))$, trong đó $\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_m$ là các độ đo khả năng tương ứng sinh bởi các phân bố trên, vậy Π thỏa mãn điều kiện A_1.

Với mọi $c \in [0,1]$, nếu $\Pi_1(\varphi) = \Pi_2(\varphi) = \cdots = \Pi_m(\varphi) = c$. Giả sử $\omega \models_\pi \varphi$

thì ta cũng có $\omega \models_{\pi_k} \varphi$ (do (c5)) với mọi $k = 1, \ldots, m$ nên $\pi_1(\omega) = \pi_2(\omega) = \cdots = \pi_m(\omega) = c$. Theo (c6) $c = C_\omega(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), \ldots, \pi_m(\omega)) = C_\varphi(\Pi_1(\varphi), \Pi_2(\varphi), \ldots, \Pi_m(\varphi)) = \Pi(\varphi)$. Nói cách khác Π thỏa mãn tiên đề $A_2(c)$.

Như vậy mệnh đề đã được chứng minh. □

Nhận xét. Trong trường hợp xác suất, điều khẳng định như mệnh đề 4.1 nói chung không đúng.

Mệnh đề 4.2. *Các toán tử tích hợp:*

$\Phi_1(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \max(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ *đối với các phân bố khả năng.*

$\Phi_2(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \frac{1}{n} \sum\limits_{1 \le i \le n} a_i$ *đối với các phân bố xác suất, thỏa mãn các điều kiện từ (c1) đến (c7).*

Chứng minh. Với toán tử Φ_1 việc kiểm tra nó thỏa mãn tất cả các điều kiện từ c1 đến c7 đơn giản nên ta bỏ qua không chứng minh ở đây.

Toán tử Φ_2 được xây dựng dựa trên toán tử trung bình được giới thiệu bởi R. R. Yager [15], ở đây tác giả đã chứng minh rằng toán tử này là MICA - tự đồng nhất, các điều kiện còn lại được kiểm tra dễ dàng.

Hai toán tử Φ_1, Φ_2 là những toán tử khá tầm thường sau đây chúng tôi sẽ giới thiệu một số toán tử không tầm thường cho việc tích hợp các phân bố.

4.1. Toán tử tôn trọng ý kiến số đông

Trước khi định nghĩa toán tử này, ta giới thiệu trước một số khái niệm chuẩn bị. Giả sử A là một túi bất kỳ, $A = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, khi ấy tập này được phân hoạch theo quan hệ bằng nhau thành túi con của nó là $A_1, A_2, \ldots, A_k$, tức là $A/_= = \{A_1, A_2, \ldots, A_k\}$ sao cho $A_i > A_j$ với $i < j$, trong đó $A_i > A_j$ có nghĩa là $\mathrm{card}(A_i) > \mathrm{card}(A_j)$ và trong trường hợp $\mathrm{card}(A_i) = \mathrm{card}(A_j)$ thì $x > y$ với mọi $x \in A_i$ và $y \in A_j$. Khi đó A được gọi là một túi k lớp.

Gọi $\lambda_i = 1 - \frac{1}{n} \sum\limits_{j<i} \mathrm{card}(A_j)$, với $i = 1, \ldots, n$ và qui ước $\mathrm{card}(A_0) = 0$.

Định nghĩa 4.3. Toán tử tôn trọng ý kiến số đông Φ_3 được xác định như sau:

$$\Phi_3(A) = \max(\min(a_i, \lambda_h)), \; i = 1, \ldots, n \text{ và } a_i \in A_h \; (1 \le h \le k). \tag{5}$$

Nhận xét. Toán tử Φ_3 nhằm phục vụ cho quá trình tích hợp của các phân bố khả năng. Lúc đó quá trình tích hợp các phân bố khả năng liên kết với toán tử Φ_3 là quá trình tích hợp quan tâm đến các ý kiến được nhiều chuyên gia đồng ý và được thực hiện trên mỗi lớp thế giới có thể.

Sau đây là sẽ khảo sát tính chất của toán tử này.

Định nghĩa 4.4. Ta nói ánh xạ túi Φ là toán tử tự đồng nhất yếu nếu nó là tự đồng nhất chỉ trên các túi A thỏa mãn $\Phi(A) \in A$.

Φ được gọi là chuẩn yếu nếu phân bố tích hợp được sinh từ quá trình tích hợp liên kết với toán tử này của các phân bố chuẩn cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên là phân bố chuẩn.

Mệnh đề 4.5. *Φ_3 là toán tử tự đồng nhất yếu.*

Chứng minh. Giả sử A là một túi bất kỳ, sao cho $\Phi_3(A) \in A$, theo định nghĩa 4.3 $\Phi_3(A) = \max(\min(a_{i_h}, \lambda_h))$, $a_{i_h} \in A_h$ $(1 \le h \le k)$.

Giả sử h^* $(1 \le h^* \le k)$ là số nguyên dương sao cho $\Phi_3(A) = \min(a_{i_h}, \lambda_{h^*}) = a_{i_{h^*}} \in A_{h^*}$.

Do $\lambda_{h^*} \le \lambda_h$ với mọi $h \le h^*$ nên:

$$a_{i_{h^*}} \le \lambda_h \text{ với mọi } h \le h^*, \tag{6}$$

$$a_{i_{h^*}} \ge x,\ x \in A_h \text{ với mọi } h \le h^*, \tag{7}$$

$$a_{i_{h^*}} \ge \min(y, \lambda_h) \text{ với } y \in A_h \text{ và } h > h^*. \tag{8}$$

Vì $\Phi_3(A) \in A$, nên $(A \oplus \Phi_3(A))/_= = (B_1, B_2, ..., B_k)$.

Đặt $X = A_{h^*} \oplus \langle a_{i_{h^*}} \rangle$. Giả sử $i_0 \le h^*$ là số nguyên dương sao cho $A_{i_0} < X$ và $A_{i_0 - 1} > X$ ta sẽ có

$$B_r = \begin{cases} A_r & \text{nếu } r < i_0\,, \\ A_{h^*} \oplus \langle a_{i_{h^*}} \rangle & \text{nếu } r = i_0\,, \\ A_{r-1} & \text{nếu } i_0 < r\,. \end{cases} \tag{9}$$

Đặt $t_i = 1 - \frac{1}{n+1} \sum\limits_{j<i} \operatorname{card}(B_j)$, với $i = 1,..,k$ và qui ước $\operatorname{card}(B_0) = 0$, ta nhận được:

\+ Nếu $h \le i_0$ thì $t_h = \frac{n}{n+1} \lambda_h + \frac{1}{n+1}$ và bằng cách dựa vào (6), (9) suy ra với $x \in B_h$ thì

$$\min(x, t_h) = \min\Big(a_{i_h}, \frac{n}{n+1}\lambda_h + \frac{1}{n+1}\Big) = a_{i_h} \le \Phi_3(A)\,. \tag{10}$$

\+ Nếu $h > h^*$ thì $t_h = \frac{n}{n+1} \lambda_h$ nên với $x \in B_h$

$$\min(x, t_h) = \min\Big(a_{i_h}, \frac{n}{n+1}\lambda_h\Big) \le \min(a_{i_h}, \lambda_h) \le \Phi_3(A)\,. \tag{11}$$

\+ Nếu $i_0 < h \le h^*$ thì

$$\begin{aligned} t_h &= \frac{n}{n+1}\lambda_h + \frac{1}{n+1} \text{ khi } \operatorname{card}(A_{h^*}) + 1 = \operatorname{card}(A_{i_0}), \\ t_h &= \frac{n}{n+1}\lambda_h \text{ khi } \operatorname{card}(A_{h^*}) + 1 > \operatorname{card}(A_{i_0}). \end{aligned} \tag{12}$$

Dựa vào (6), (7), (9), (12) suy ra với $x \in B_h$, $\min(x, t_h) \le a_{i_{h^*}} = \Phi_3(A)$.

Do đó $\Phi_3(A \oplus \Phi_3(A)) = \max(\min(x, t_h))$ (với $1 \le h \le k$ và $x \in B_h$) $\le \Phi_3(A)$.

Khi $x \in B_{i_0}$, theo (6), $\min(x, t_{i_0}) = \min(a_{i_{h^*}}, \lambda_{i_0}) = a_{i_{h^*}} = \Phi_3(A)$, cho nên $\Phi_3(A \oplus \Phi_3(A)) \ge \Phi_3(A)$.

$\Phi_3(A \oplus \Phi_3(A)) \ge \Phi_3(A)$.

Vậy $\Phi_3(A \oplus \Phi_3(A)) = \Phi_3(A)$. □

Mệnh đề 4.6. *Φ_3 là toán tử chuẩn yếu.*

Chứng minh. Giả sử $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ là các phân bố khả năng chuẩn cùng sinh ra một quan hệ thứ tự tự nhiên thì tồn tại ít nhất một thế giới $\omega \in \Omega$ để $\pi_1(\omega) = \pi_2(\omega) = \cdots = \pi_m(\omega) = 1$. Do đó $\pi(\omega) = \Phi_3(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega)) = 1$, tức π là phân bố chuẩn. □

Nhận xét. Điều kiện các phân bố $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$ cùng sinh một quan hệ thứ tự tự nhiên là quá chặt, thực ra bằng cách lý luận tương tự như trên, ta sẽ có $\pi(\omega) = \Phi_3(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$ là phân bố chuẩn nếu tồn tại một thế giới có thể để tại thế giới đó số các phân bố cho giá trị là 1 là nhiều hơn số các phân bố cho cùng một giá trị nào đó tại thế giới này.

Mệnh đề 4.7. *Φ_3 là toán tử đơn điệu với các túi gồm hai loại phần tử khác nhau.*

Chứng minh. Giả sử A, B là hai túi bất kỳ gồm n phần tử, $A \leq B$, và

$$A = A_1 \oplus A_2 = \langle a \dots a \rangle \oplus \langle b \dots b \rangle, \; a > b,$$
$$B = B_1 \oplus B_2 = \langle a_1 \dots a_1 \rangle \oplus \langle a_1 \dots a_1 \rangle, \; a_1 > b_1.$$

1) Nếu $\text{card}(A_1) < \text{card}(B_1)$ thế thì từ $A \geq B$ suy ra $b \geq a_1$.

Ta biết $\Phi_3(A) = \max\left(a, \min\left(b, 1 - \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right) = a \geq a_1$ nếu $\text{card}(A_1) \leq n - \text{card}(A_2)$, và $\Phi_3(A) = \max\left(a, \min\left(a, \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right) \geq b \geq a_1$ nếu ngược lại.

Một cách tương tự ta có $\Phi_3(B) \leq a_1$.

Vậy $\Phi_3(A) \geq \Phi_3(B)$.

2) Nếu $\text{card}(A_1) = \text{card}(B_1)$, ta có $a \geq a_1$, $b \geq b_1$.

+ Khi $\text{card}(A_1) \geq n - \text{card}(A_2)$

$$\Phi_3(A) = \max\left(a, \min\left(b, 1 - \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right) \geq \max\left(a_1, \min\left(b_1, 1 - \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right)$$
$$= \Phi_3(B)$$

+ Khi $\text{card}(A_1) < n - \text{card}(A_2)$

$$\Phi_3(A) = \max\left(b, \min\left(a, \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right) \geq \max\left(b_1, \min\left(a_1, \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right) = \Phi_3(B)$$

3) Nếu $\text{card}(A_1) \geq \text{card}(B_1)$ xây dựng $C = C_1 \oplus C_2 = \langle a \dots a \rangle \oplus \langle b \dots b \rangle$ sao cho $\text{card}(C_1) = \text{card}(B_1)$. Theo phần 2) ở trên ta có $\Phi_3(C) \geq \Phi_3(B)$, ta sẽ chứng minh rằng $\Phi_3(A) \geq \Phi_3(C)$.

Thật vậy, xét các trường hợp sau:

a) Nếu $\text{card}(C\ ) \geq n - \text{card}(C_1)$ thì $\Phi_3(A) = \max\left(a, \min\left(b, 1 - \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\right)\right)$

$= a = \max\Big(a, \min\big(b, 1 - \frac{1}{n}\text{card}(C_1)\big)\Big) = \Phi_3(C)$.

b) Nếu $\text{card}(C_1) < n - \text{card}(C_1)$ và $\text{card}(A_1) \geq n - \text{card}(A_1)$ thì $\Phi_3(A) = \max\Big(a, \min\big(b, 1 - \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\big)\Big) = a \geq \max\Big(b, \min\big(a, \frac{1}{n}\text{card}(C_1)\big)\Big) = \Phi_3(C)$.

c) Nếu $\text{card}(C_1) < n - \text{card}(C_1)$ và $\text{card}(A_1) < n - \text{card}(A_1)$ thì $\Phi_3(A) = \max\Big(b, \min\big(a, \frac{1}{n}\text{card}(A_1)\big)\Big) \geq \max\Big(b, \min\big(a, \frac{1}{n}\text{card}(C_1)\big)\Big)$ (do $\text{card}(A_1) \geq \text{card}(C_1)) = \Phi_3(C)$.

Mệnh đề được chứng minh. □

4.2. Toán tử loại trừ sự khác biết

Giả sử bag A biểu diễn dưới dạng $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$ sao cho $a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_n$,

$$\Psi : [0,1]^{[0,1]} \rightarrow [0,1]^{[0,1]}$$
$$A_1 = \Psi(A) = \Big(\frac{1}{2}(a_1 + a_n), \frac{1}{2}(a_2 + a_{n-1}), ..., \frac{1}{2}(a_i + a_{n-i+1}) \tag{13}$$
với $i = 1, ..., n \text{ div } 2) + 1$.

Ký hiệu $A_{i+1} = \Psi(A_i)$, $i \geq 1$, khi đó tồn tại số nguyên dương N để A_N là túi gồm đúng một phần tử.

Định nghĩa 4.8. Toán tử loại trừ sự khác biệt Φ_4 xác định như sau $\Phi_4(A) = A_N$.

Nhận xét. Toán tử Φ_4 phục vụ cho quá trình tích hợp trên các phân bố khả năng, quá trình tích hợp liên kết với toán tử này sẽ dung hòa các ý kiến trái ngược nhau trên mỗi lớp thế giới có thể.

Mệnh đề 4.9. *Φ_4 là toán tử các điều kiện từ (c1) đến (c7) trừ điều kiện tự đồng nhất (c4).*

Chứng minh. Việc chứng minh Φ_4 thỏa mãn các điều kiện từ (c1) đến (c7) trừ (c4) là dễ dàng bằng việc kiểm tra trực tiếp, nên bỏ qua không chứng minh ở đây.

Ta xét ví dụ túi $A = (0,9, 0,8, 0,5, 0,4, 0,1)$ khi đó $\Phi_4(A) = 0,525$.

$A \oplus \Phi_4(A) = (0,9, 0,80,525, 0,5, 0,4, 0,1)$ và $\Phi_4(A \oplus \Phi_4(A)) = 0,5253125$. Vậy toán tử này không thỏa điều kiện (c4). □

4.3. Toán tử tích hợp tôn trọng thứ tự

4.3.1. Với các phân bố khả năng

Giả sử $h_1(x), h_2(x), ..., h_m(x)$ là dãy hàm đơn điệu không giảm trên $[0,1]$ thỏa mãn các tính chất sau:

a) $h_i(0) = 0$ với mọi i,

b) Tồn tại số nguyên dương N_0 sao cho với mọi $m \geq N_0$ luôn tồn tại i, $1 \leq i \leq m$ và $h_i(1) = 1$.

c) $h_i(x) \leq x$.

Mệnh đề 4.10. *Giả sử $A = (a_1, a2, ..., a_m)$ là một túi có thứ tự bất kỳ, toán tử Φ_5 được xác định như sau*

$$\Phi_5(A) = \max(h_1(a_1), h_2(a_2), ..., h_m(a_m)) \tag{14}$$

khi đó quá trình tích hợp trên các phân bố khả năng liên kết với toán tử này thỏa mãn điều kiện (c1) đến (c7) trừ điều kiện (c3) nếu phân bố nhận được là kết quả tích hợp của khôgn ít hơn N_0 phân bố.

Chứng minh. Ký hiệu $\pi(\omega) = \Phi_5(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega), ..., \pi_m(\omega))$ là phân bố khả năng tích hợp từ m phân bố khả năng $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_m$.

Dựa vào (14) và các điều kiện đòi hỏi a), b) của các hàm hi(x) có thể suy ra rằng thậm chí độ đo của chúng thỏa các điều kiện A_1, A_2(c), vì thế quá trình tích hợp thỏa các điều kiện (c1), (c2), (c6) là hiển nhiên.

Điều kiện b) về các hàm hi cho phép Φ_5 thỏa mãn điều kiện (c7).

Theo mệnh đề 2.3, Φ_5 thỏa mãn điều kiện (c5) về tính đơn điệu. Ta chỉ còn chứng minh cho điều kiện (c4) về tính tự đồng nhất của nó.

Thật vậy với túi có thứ tự $A = (a_1, a_2, ..., a_m)$ bất kỳ, ta có

$\Phi_5(A \oplus \Phi_5(A)) = \max\left(h_1(a_1), h_2(a_2), ..., h_m(a_m), h_{m+1}(\Phi_5(A))\right)$

$\leq \max\left(h_1(a_1), h_2(a_2), ..., h_m(a_m), \Phi_5(A)\right) = \Phi_5(A)$ do điều kiện c) về các hàm $h_i(x)$.

Mặt khác $\max\left(h_1(a_1), h_2(a_2), ..., h_m(a_m), h_{m+1}(\Phi_5(A))\right) \geq \max(h_1(a_1), ..., h_m(a_m))$. Điều này chứng tỏ $\Phi_5(A \oplus \Phi_5(A)) = \Phi_5(A)$. $\square$

Một ví dụ về hàm $h_i(x)$ là $h_i(x) = \min(x, \lambda_i)$, sao cho $0 \leq \lambda_i \leq 1$, $\max(\lambda_i) = 1$ với $1 \leq i \leq N_0$, ở đây N_0 là một số nguyên dương nào đó.

Dễ dàng kiểm tra rằng dãy hàm này thỏa mãn điều kiện a, b, c kể trên .

4.3.2. Với các phân bố xác suất

Giả sử $f(x)$ là một hàm không tăng trên $[0, +\infty)$ thỏa các điều kiện:

d) $f(1) > 0$,

e) $f(x) \in [0, 1]$ với mọi x.

Mệnh đề 4.11. *Giả sử $A = (a_1, a_2, ..., a_m)$ là một túi bất kỳ có thứ tự, toán tử Φ_6 được xác định như sau:*

$$\Phi_6(A) = \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} \sum_{1\le i\le m} a_i\, f(i)\,. \tag{15}$$

khi đó quá trình tích hợp trên các phân bố xác suất liên kết với Φ_6 thỏa các điều kiện từ (c1) đến (c7) trừ điều kiện (c3) về tính giao hoán.

Chứng minh. Điều kiện về miền xác định không bị hạn chế (c2), đơn điệu (c5), idempotent (c6) của toán tử Φ_6 là rõ ràng.

Toán tử này là đồng nhất vì với mọi túi có thứ tự $A = (a_1, a2, ..., a_m)$ ta có

$$\begin{aligned}
&\Phi_6(A \oplus \Phi_6(A)) = \\
&= \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m+1} f(i)} \sum_{1\le i\le m} a_i\, f(i) + \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m+1} f(i)} f(m+1) \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} \sum_{1\le i\le m} a_i\, f(i) \\
&= \Big\{ \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} \sum_{1\le i\le m} a_i\, f(i) \Big\} \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m+1} f_i} \Big\{ \sum_{1\le i\le m} f(i) + f(m+1) \Big\} = \Phi_6(A).
\end{aligned}$$

Điều kiện pointwise của quá trình tích hợp (c1) được thể hiện là khi ấy phân bố xác suất tích hợp từ cácphân bố p_1, $p2, ..., p_m$ được xác định như sau:

$$p(\omega) = \Phi_6(p_1(\omega), p_2(\omega), ..., p_m(\omega)) = \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} \sum_{1\le i\le m} f(i)\, p_i(\omega)\,.$$

Ta sẽ chứng minh rằng p là phân bố chuẩn nếu các phân bố xác suất p_i, $i = 1, ..., m$ cũng là phân bố chuẩn (c7).

$$\begin{aligned}
\sum_{\omega\in\Omega} p(\omega) &= \sum_{o\in\Omega} \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} \sum_{1\le i\le m} f(i)\, p_i(\omega) = \sum_{1\le i\le m} \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} f(i) \sum_{\omega\in\Omega} p_i(\omega) \\
&= \sum_{1\le i\le m} \frac{1}{\sum\limits_{1\le i\le m} f(i)} f(i) = 1\,.
\end{aligned}$$

Vậy mệnh đề được chứng minh. □

5. MỘT VÀI KẾT LUẬN

Vấn đề tích hợp là một vấn đề quan trọng trong các quá trình ra quyết định đa tiêu chuẩn, trong các điều tra xã hội, lựa chọn và xử lý thông tin theo các nhóm... Trong bài báo này chúng tôi giải quyết một phần vấn đề tích hợp các phân bố (khả năng, xác suất) đối với các cơ sở tri thức tương ứng sao cho quá trình tích hợp này là quá trình thu nhận và xử lý tri thức.

Vấn đề đặt ra này là rất khác với vấn đề tích hợp do R. R. Yager [5], hoặc V. Cutello và J. Montero, [8, 9], đề xuất. Trong [5] R. R. Yager đã chỉ ra rằng đòi hỏi toán tử tích hợp cho vấn đề đặt ra là toán tử MICA với phần tử đồng nhất cố định, còn quá trình tích hợp các phân bố đòi hỏi toán tử thích hợp liên kết với quá trình này phải là MICA tự đồng nhất. Tuy nhiên ta thấy các quá trình này đòi hỏi nhiều điều kiện giống nhau.

Trong bài báo này cũng đã đề nghị một số điều kiện cần thiết để quá trình tích hợp các phân bố là một quá trình thu nhận và xử lý tri thức, đồng thời bài báo đã giới thiệu một số lớp toán tử tích hợp theo các chiến lược khác nhau. Việc nghiên cứu để xây dựng các toán tử tích hợp thỏa các điều kiện đã nêu cần được tiếp tục.

Trong nghiên cứu tương lai chúng tôi tập trung vào vấn đề tích hợp các ý kiến cá nhân khác nhau không phải là chuyên gia về cùng một cơ sở tri thức. Lúc đó vấn đề tích hợp phân bậc theo nhóm là rất cần thiết. Xa hơn chúng tôi dự định nghiên cứu vấn đề tích hợp các phân bố khi các ý kiến đánh giá không phải là số mà là ngôn ngữ được sắp tuyến tính.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. R. R. Yager, *On the completion of qualitative measures*, in IEEE transactions on fuzzy systems, Vol. 1, No. 3 (1993), 1-16.
2. Do Van Thanh, *A relationship between the probabilistic logic and possiblistic logic*, 1994.
3. Do Van Thanh, *Stability of the principle of minimal Specificity and maximal Buoancy*, 1994.
4. D. Dubois and H. Prade, *Aggregation of possibility measures*, in Multiperson decision Making using fuzzy sets and Possibility Theory, J. Kacpzryk and M. Fedrizzi, Eds., Kluwer Academic Publ., 1990, 55-63.
5. R. R. Yager, *Aggregation operators and fuzzy systems modeling*, Fuzzy Sets and Systems, **67** (1994), 129-145.
6. R. R. Yager, *On the RAGE aggregation method with application to Neutral networks and decision making*, Inter. Jour. of Approximate Resoning, **11** (1994), 175-204.
7. R. R. Yager, *FUZMAR: An approach to aggregating market research dat based on fuzzy resoning*, Fuzzy sets and Systems, **68** (1994), 1-11.
8. V. Cultello and J. Montero, *A characterization of rational amalgamation operations*, Inter. Jour. of Approximate Reasoning, **8** (4) (1993), 325-344.
9. V. Cultello and J. Montero, *Hierachies of Intensity Preference Aggregations*, Inter. Jour. of Approximate Reasoning, **10** (1994), 123-133.

Bộ môn Tin học Trường Đại học Sư phạm
Đại học Quốc gia Hà Nội

Nhận bài ngày 29-12-1995