

ĐIỀU KHIỂN BỀN VỮNG HỆ MIMO VỚI BẤT ĐỊNH ĐẦU VÀO

VŨ NGỌC PHÀN

Abstract. In the present paper we examine the problem of robust control where the reference input to be tracked by the plant output contains uncertainties. In the first section the internal model principle will be described for showing in what way the following of reference input can be realized. The specification of reference input will be explained in Section 2 where the two sets of normalized signals are introduced. In the next section, Section 3, the fundamentals of the optimal control in the frequency domain will be presented and discussed. Finally, in Section 4 a design roach will be provided to solve the tracking problem under the circumstance of reference input uncertainty.

MỞ ĐẦU

Tất cả các mô hình toán học của mọi hệ thống thật đều chứa đựng sự thiếu chính xác mang tính nguyên lý. Vì vậy cần phải coi mô hình chỉ là mục mô tả danh định những tính chất của đối tượng mà ta quan tâm đến. Trong quá trình thiết kế hoặc phân tích hệ thống điều khiển, sẽ tốt hơn nếu không dựa vào một mô hình duy nhất mà dựa vào một họ các mô hình. Đó cũng là cách tốt nhất để xử lý những bất định do sự thiếu thông tin hay những hạn chế về mặt kỹ thuật gây nên. Ưu điểm lớn này của lý thuyết điều khiển bền vững đã thu hút sự chú ý của nhiều nhà chuyên môn trong hai thập kỷ gần đây.

Trong những năm của thập kỷ 60, việc mô tả hệ thống điều khiển bằng phương trình trạng thái khởi xướng bởi R. Kalman đã tỏ ra có nhiều hứa hẹn cho việc giải quyết vấn đề phân tích và tổng hợp các hệ thống nhiều đầu vào nhiều đầu ra [1]. Nhưng gần hai chục năm sau đó nhiều nhà lý thuyết và thực hành trên nhiều lĩnh vực điều khiển tự động cùng đi tới kết luận: Phương pháp không trạng thái có nhiều nhược điểm trong thực tế công nghiệp. Thực tế đó đã đưa những người hoạt động trên lĩnh vực điều khiển tự động trở lại với các phương pháp sử dụng miền tần số. Đặc biệt, việc mô tả hệ thống điều khiển dưới dạng hàm truyền cho phép xử lý một cách có hiệu quả những bất định chứa trong mô hình [6], [21], [29], [35].

Bất định mô hình có thể chia làm hai dạng chính: bất định tham số và bất định động lực học (parameter uncertainty and dynamic-uncertainty). Thực ra

trong mỗi mô hình đều chứa đựng nhiều hoặc ít cả hai dạng bất định này. Việc chia thành hai dạng bất định có nguồn gốc từ những khó khăn về phương diện lý thuyết nhiều hơn là ý nghĩa ứng dụng. Trong trường hợp bất định tham số, ta giả thiết rằng mọi thành viên của họ các mô hình có cùng động lực học những tham số thì biến đổi. Một họ như vậy có thể diễn tả dưới dạng

$$M(P) := \{P(a, s) : a \in \Omega \subseteq R^n\},$$

trong đó Ω là không gian tham số (thường được giả thiết là compact). Bất định động lực học là dạng bất định khá phức tạp. Trong đa số các công trình nghiên cứu đề cập đến bất định động lực học thường giả thiết rằng mọi thành viên của họ các mô hình là lân cận của một thành viên danh định được biết đầy đủ. Chẳng hạn có thể diễn tả một họ như vậy bởi.

$$M(P) := \{P(s) : P(s) = P_0(s) + \Delta(s)W(s)\},$$

trong đó $P_0(s)$ là mô hình danh định, $\Delta(s)$ là phần động lực học bất định được chuẩn hóa, $W(s)$ là một hàm lượng cho thấy mức độ bất định của từng phần tử của ma trận hàm truyền. Cách mô tả này cho phép bao hàm các mode tần số cao, một thực trạng nan giải trong quá trình nhận dạng đối tượng và là nỗi sợ hãi của các nhà điều khiển tự động trong nhiệm vụ ổn định hệ thống [32], [34].

Ổn định đối tượng, loại trừ nhiễu ngoại lai và bám theo đại lượng chỉ dẫn là ba nhiệm vụ cơ bản và quan trọng nhất của điều khiển tự động. Ổn định đối tượng điều khiển nhiều đầu vào nhiều đầu ra với bất định mô hình đã được nghiên cứu nhiều trong thời gian gần đây [2], [4], [6], [9], [13], [15], [16], [26], [36]. Trong bài này chúng ta quan tâm tới vấn đề bám theo đại lượng chỉ dẫn. Trước khi giải quyết vấn đề, trong phần 1 sẽ trình bày một thực tế mang tính nguyên tắc của quá trình bám: nguyên lý mô hình nội. Phần 2 của bài này diễn tả những đặc trưng của đại lượng chỉ dẫn để làm cơ sở cho phương pháp thiết kế đưa ra trong phần 4. Phần 3 nhắc lại cơ sở lý thuyết tối ưu trong miền tần số và mô tả bài toán bám tiệm cận. Cuối cùng, trong phần 4 sẽ đề xuất một phương pháp giải quyết vấn đề bám tiệm cận khi đại lượng chỉ dẫn có chứa những bất định.

1. NGUYÊN LÝ MÔ HÌNH NỘI

Cho đối tượng điều khiển nhiều đầu vào nhiều đầu ra diễn tả bởi:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gz(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

trong đó $x \in R^n$ là vector trạng thái, $u \in R^l$ là vector đầu vào, $z \in R^k$ là vector nhiễu, $y \in R^m$ là vector đầu ra. $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times l}$, $G \in R^{n \times k}$ và $C \in R^{m \times n}$

là các ma trận hệ thống tương ứng. Ta giả thiết rằng hệ thống đã cho quan sát được và điều khiển được. Ngoài ra ta cũng giả thiết rằng nhiễu $z(t)$ là đại lượng phi ngẫu nhiên. Đầu ra của hệ thống cần phải được điều khiển sao cho luôn luôn bám theo đại lượng chỉ dẫn $r(t)$.

Không làm mất tính chất tổng quát, ta có thể xem đại lượng chỉ dẫn được sinh ra bởi một máy phát có mô hình trạng thái sau đây:

$$\dot{x}_t(t) = W x_r(t), \quad x_r(t=0) = x_{r_0} \quad (3)$$

$$r(t) = C_r x_r(t) \quad (4)$$

Tương tự, ta giả thiết mô hình nhiễu có thể diễn tả bởi

$$x_z(t) = V x_z(t), \quad x_z(t=0) = x_{z_0} \quad (5)$$

$$z(t) = C_z x_z(t) \quad (6)$$

Luật điều khiển được chọn để giải quyết vấn đề trên đây có dạng:

$$u(t) = [K_x \ K_e] (x(t) \ x_e(t))^T \quad (7)$$

trong đó K_x , K_e là các ma trận hằng số. Đại lượng x_e sinh ra do bộ phản hồi có dạng

$$\dot{x}_e(t) = D x_e(t) + E e(t) \quad (8)$$

trong đó

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (9)$$

là độ sai lệch giữa đại lượng chỉ dẫn và đầu ra. Kết hợp các biểu thức trên ta thu được phương trình diễn tả hệ vòng hở

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -EC & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} G & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ r \end{pmatrix} \quad (10)$$

và phương trình diễn tả hệ vòng kín

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + BK_x & BK_e \\ -EC & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ r \end{pmatrix} \quad (11)$$

Trong các biểu thức (10) và (11), các ma trận E , D , K_x và K_e là các ma trận cần phải tìm trong quá trình thiết kế. Chúng phải thỏa mãn những điều kiện nhất định. Chẳng hạn K_x và K_e phải chọn sao cho hệ thống (11) ổn định. Ở đây chúng ta chưa đi sâu vào câu hỏi, với một đối tượng cho trước có luôn luôn tồn tại cách chọn sao cho những điều kiện vừa nêu được thỏa mãn hay không. Trước hết ta giả thiết $z(t) = 0$ là vấn đề thiết kế được tiến hành với đòi hỏi đầu ra $y(t)$ bám tiệm cận theo đại lượng chỉ dẫn $r(t)$, nghĩa là

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \{r(t) - y(t)\} \quad (12)$$

Với giả thiết $x(0) = 0$ và $x_e(0) = 0$, ta có phương trình diễn tả sai số điều khiển trong miền tần số:

$$e(s) = [I + F_1(s) F_2(s)]^{-1} r(s) = F_R(s) r(s) \quad (13)$$

Ở đây

$$F_1(s) = C [sI - (A + BK_x)]^{-1} B \quad (14)$$

$$F_2(s) = K_e [sI - D]^{-1} E \quad (15)$$

Ký hiệu

$$F(s) = \{I + F_1(s) F_2(s)\} \quad (16)$$

ta có

$$\det F_R(s) = \frac{1}{\det F(s)} \quad (17)$$

Từ các công thức (13), (14) và (15) ta rút ra đa thức đặc trưng của hệ vòng hở (tương ứng với quan hệ giữa sai số điều khiển và đại lượng chỉ dẫn):

$$\det(sI - A_0) = \det(sI - A - BK_x) \det(sI - D) \quad (18)$$

Ký hiệu $\det(sI - A_c)$ là đa thức đặc trưng của hệ vòng kín. Theo định lý Hsu Chen [35] ta có:

$$\det F(s) = \frac{\det(sI - A_c)}{\det(sI - A_0)} \quad (19)$$

Từ (17), (18) và (19) ta rút ra:

$$\det F_R(s) = \det(sI - D) \frac{\det(sI - A - BK_x)}{\det(sI - A_c)} \quad (20)$$

Từ (3) và (4) ta thu được diễn tả đại lượng chỉ dẫn trong miền tần số:

$$r(s) = C_w [sI - W]^{-1} x_r(0) = F_w(s) x_r(0) \quad (21)$$

$F_w(s)$ chứa những cực ổn định và không ổn định. Khi xét vấn đề bám tiệm cận trên cơ sở đòi hỏi (12), ta chỉ quan tâm tới những cực không ổn định của $F_w(s)$. Vì lẽ đó, không làm mất tính tổng quát, ta có thể giả thiết đa thức $\det(sI - W)$ chỉ có nghiệm ở nửa mặt phẳng phải. Thay thế (21) vào (13) ta có

$$e(s) = F_R(s) F_w(s) x_r(0) = F_e(s) x_r(0) \quad (22)$$

Điều kiện cần thiết để thỏa mãn đòi hỏi bám tiệm cận, nghĩa là (12) được đảm bảo với mọi $x_r(0)$, $F_e(s)$ phải là một ma trận hàm truyền ổn định. Nhưng $F_w(s)$ chứa các cực không ổn định. Những cực không ổn định này chỉ có thể được khử bởi $F_R(s)$. Điều đó hàm nghĩa, toàn bộ m^2 phần tử của ma trận $F_R(s)$ nhận $\det(sI - W)$ làm ước số chung của chúng. Từ biểu thức (20) ta thấy rằng, đòi hỏi vừa nói trên được thỏa mãn khi và chỉ khi

$$\det(sI - D) = \det(sI - W)^m \quad (23)$$

Biểu thức (23) chính là nội dung của nguyên lý mô hình nội (Internal Model Principle). Muốn cho đầu ra của hệ thống điều khiển bám tiệm cận theo đại lượng chỉ dẫn thì bộ điều khiển phải chứa m lần tất cả các cực không ổn định của mô hình đại lượng chỉ dẫn.

Biểu thức (23) là điều kiện cần để tìm ma trận D trong bài toán thiết kế. Ngoài ra D và E phải được chọn sao cho (10) là một hệ thống quan sát được và điều khiển được. Để tránh các mode ẩn (hidden mode) gây mất ổn định trong hệ thống điều khiển, trên cơ sở biểu thức (13), các nghiệm của $\det(sI - D)$ không được trùng với các nghiệm của $\det(I - Ac)$. Điều kiện này xem như được thỏa mãn vì ta có thể dùng K_e để ảnh hưởng lên A_c . Khó khăn lớn nhất là làm sao xác định ma trận D thỏa mãn nguyên lý mô hình nội. Điều này càng khó khăn hơn khi mô hình đại lượng chỉ dẫn không đầy đủ. Ở đây có cái gì đó tương tự như một nghịch lý. Cần phải bám theo đại lượng chỉ dẫn trong khi chính đại lượng chỉ dẫn lại chưa được xác định.

2. MÔ TẢ ĐẠI LƯỢNG CHỈ DẪN

Như trên khi đã chỉ rõ, muốn đạt được tính chất bám tiệm cận cần phải biết rõ những đặc trưng của đại lượng chỉ dẫn. Sau đó trong quá trình thiết kế điều khiển, mô hình của đại lượng chỉ dẫn phải làm sao được thể hiện như là một phần của bộ điều khiển. Trong trường hợp thiếu thông tin đầy đủ về đại lượng chỉ dẫn, điều này có thể làm được bằng cách đưa vào một sự mô tả thích hợp đại lượng chỉ dẫn và một thuật toán thiết kế tương thích.

Khi khảo sát tính chất bám tiệm cận, trong lý thuyết điều khiển cổ điển người ta thường sử dụng tín hiệu chỉ dẫn có dạng bước nhảy hằng số hoặc dạng xung với biên độ về bề rộng xác định (thí dụ $r(t) = \sin^2(t)$). Trong bài này ta coi các đại lượng chỉ dẫn được sinh ra bởi các tín hiệu được chuẩn hóa. Nghĩa là $r(s)$ giả thiết được sinh ra bằng cách cho tín hiệu chuẩn $v(s)$ đi qua một khối có ma trận hàm truyền $V(s)$. Dựa vào truyền thống, ta quan tâm đến hai loại tín hiệu chuẩn hóa sau đây:

$$\mathbf{M}_c(v) := \{v(s) : v \in R^m, v = \text{const}\} \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_f(v) := \{v(s) : N_2(v) \leq 1\} \quad (25)$$

Biểu thức (24) mô tả tập các tín hiệu không đổi theo thời gian. Biểu thức (25) mô tả tập các tín hiệu có phổ năng lượng nhỏ hơn hoặc bằng đơn vị. Tương ứng với (24) và (25) ta có các đại lượng chỉ dẫn:

$$\mathbf{M}_c(r) := \{r(s) : r(s) = V(s)v(s), v \in \mathbf{M}_c(v)\} \quad (26)$$

$$\mathbf{M}_f(r) := \{r(s) : N_2(V^{-1}r) \leq 1\} \quad (27)$$

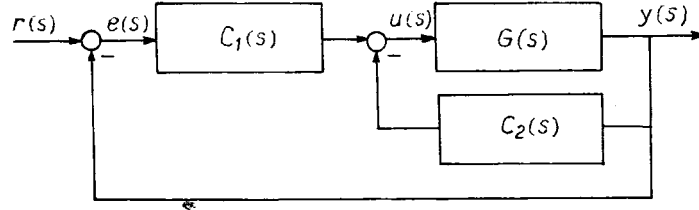
Ta có thể nhận thấy qua (27), nếu mật độ phổ của $r(s)$ nằm trong dải hẹp tập trung tại tần số ω^* thì năng lượng của $r(s)$ bị hạn chế bởi

$$(V^{-1}(j\omega^*)r(j\omega^*))^*(V^{-1}(j\omega^*)r(j\omega^*)) \leq 1 \quad (28)$$

Cần nhấn mạnh rằng, trong các biểu thức trên $V(s)$ chứa bất định. Tuy nhiên ta có thể hy vọng $V(s)$ lớn tại các tần số thấp và nhỏ ở các tần số cao. Nói cách khác, ta hy vọng đại lượng chỉ dẫn không biến động quá nhanh theo thời gian.

3. ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU TRONG MIỀN TẦN SỐ

Để giải quyết vấn đề bám theo đại lượng chỉ dẫn, chúng ta chọn cấu trúc điều khiển diễn tả trong hình 1. Ở đây bộ điều khiển bao gồm hai phần $C_1(s)$ và $C_2(s)$ cho nên còn có tên gọi là bộ điều khiển hai bậc tự do (Two-Degree-of-Freedom Controller).



Hình 1. Hệ thống với bộ điều khiển hai bậc tự do

Từ hình 1 ta dễ dàng xác định được các quan hệ sau:

$$y(s) = \{I + GC_1 + GC_2\}^{-1} GC_1 r(s) \quad (29)$$

$$y(s) = \{I + FC_1\}^{-1} FC_1 r(s) \quad (30)$$

$$e(s) = [I + GC_1 + GC_2]^{-1} [I + GC_2] r(s) \quad (31)$$

$$e(s) = [I + FC_1]^{-1} r(s) \quad (32)$$

$$F(s) = [I + GC_2]^{-1} G \quad (33)$$

Từ (32) ta nhận thấy rằng chất lượng bám phụ thuộc hoàn toàn vào tính chất của ma trận.

$$E(s) = [I + FC_1]^{-1} \quad (34)$$

Vì FC_1 là ma trận hàm truyền chân chính [55], nên

$$\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) C_1(s) = 0 \quad (35)$$

Biểu thức (35) nói lên rằng, nếu ma trận hàm truyền vòng hở là chân chính thì sai số bám tại thời điểm khởi đầu luôn luôn bằng đơn vị. Như vậy cần phải làm cho $E(s)$ càng nhỏ càng tốt tại mọi tần số. Ta nói rằng ma trận hàm truyền FC_1 có bậc $m \times m$ thuộc loại k nếu với k là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn

$$\text{rank} \left(\lim_{s \rightarrow 0} s^k F(s) C_1(s) \right) = m \quad (36)$$

Ta có thể dễ dàng chứng minh rằng, nếu ma trận hàm truyền vòng hở thỏa mãn điều kiện (36) thì

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^{-i} E(s) = 0, \quad 1 \leq i \leq k \quad (37)$$

Như vậy, nếu ma trận hàm truyền vòng hở thuộc loại k và hệ vòng kín ổn định thì khi $t \rightarrow \infty$ đầu ra sẽ bám hoàn toàn theo đại lượng chỉ dẫn nằm trong tập $M_c(r)$.

Đòi hỏi làm cho sai số bám càng nhỏ càng tốt đưa ta tới ý tưởng của bài toán cực tiểu hóa. Hàm mục tiêu ở đây là chuẩn $N_2(e)$ hoặc $N_\omega(e)$ (xem phần phụ lục của bài này). Cần nhắc lại rằng $e(s)$ phụ thuộc vào các tham số của $C_1(s)$ và $C_2(s)$. Vì $C_1(s)$ và $C_2(s)$ là ma trận có phần tử là các phân thức phụ thuộc s (gọi tắt là các ma trận phân thức) nên hàm mục tiêu có dạng khá phức tạp. Để đơn giản hóa vấn đề, ta giả thiết rằng $F(s)$ và $C_1(s)$ có thể thừa số số hóa. Nghĩa là

$$F(s) = Q^{-1}(s) P(s) \quad (38)$$

$$C_1(s) = T(s) S^{-1}(s) \quad (39)$$

trong đó $P(s)$, $Q(s)$, $S(s)$ và $T(s)$ là các ma trận có các phần tử là đa thức phụ thuộc s (gọi tắt là các ma trận đa thức). Khi đó biểu thức (34) sẽ có dạng

$$E(s) = S(s) [Q(s)S(s) + P(s)T(s)]^{-1} Q(s) \quad (40)$$

Chuẩn $N_2(e)$ và $N_\omega(e)$ sẽ được thay bằng $N_2(Er)$ và $N_\omega(Er)$ trong đó E được xác định theo (40). Trong phần 1 ta giả thiết rằng hệ thống điều khiển đưa vào khảo sát có m đầu ra. Dĩ nhiên trong thực tế đòi hỏi sai số bám của m đầu ra này không như nhau, nói cách khác, tính chất bám của đầu ra có trọng lượng khác nhau. Đó là lý do ta đưa vào hàm trọng $W(s)$ và thay vì cực tiểu hóa $N_2(Er)$ hoặc $N_\omega(Er)$ ta cực tiểu hóa các chuẩn $N_2(WEr)$ hoặc $N_\omega(WEr)$. Việc chọn hàm trọng $W(s)$ có ảnh hưởng rất lớn tới chất lượng của lời giải tối ưu. Muốn

tìm hiểu sâu hơn vai trò của hàm trọng ta có thể xem [34]. Ngoài ra để chắc chắn lời giải tối ưu là bộ điều khiển thể hiện được (ma trận hàm truyền ổn định) cần phải đưa ra những hạn chế thích hợp và giải bài toán tối ưu có ràng buộc.

4. BẮM TIỆM CẶN

Từ biểu thức (40) và cách mô tả đại lượng chỉ dẫn trình bày trong phần 2, ta nhận được sai số bám dưới dạng

$$e(s) = S(s) [Q(s)S(s) + P(s)T(s)]^{-1} Q(s) V(s) v(s) \quad (41)$$

Để đơn giản cho việc trình bày, ta đặt

$$H(s) = S(s) [Q(s)S(s) + P(s)T(s)]^{-1} Q(s) V(s) \quad (42)$$

Biểu thức (41) sẽ rút gọn thành

$$e(s) = H(s) v(s) \quad (43)$$

Vấn đề thiết kế tối ưu theo tinh thần trình bày ở mục 3 quy về bài toán cực tiểu hóa chuẩn $N_2(WHv)$ hoặc $N_\omega(WHv)$.

Như đã biết, có rất nhiều cách mô tả những bất định trong hệ thống điều khiển. Trong phần này ta giả thiết rằng các bất định của hệ có thể diễn tả bởi

$$\mathbf{U}(\nu) := \{\Delta : \Delta = \text{diag}(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n), \delta_{\max}(\Delta_t) \leq \nu \forall \omega\} \quad (44)$$

Gọi $\mu(H)$ là giá trị kỳ dị kết cấu của H (xem [35]). Cách mô tả bất định sau đây không những bao quát được bất định mô hình, bất định đại lượng chỉ dẫn mà còn ghi nhận cả những bất định xuất hiện do sai số tính toán trong quá trình thiết kế. Ta có kết quả sau đây:

Định lý. *Giả thiết $H(s)$ ổn định với mọi $\Delta \in \mathbf{U}(\nu)$ và sai số bám là lời giải của bài toán cực tiểu hóa $N_\omega(WHv)$ cho trường hợp không có bất định. Lời giải tối ưu sẽ được bảo toàn khi và chỉ khi*

$$\mu(H) < 1 \forall \omega \quad (45)$$

Ta có thể tóm tắt những điều đã trình bày thành một phương pháp thiết kế hệ điều khiển gồm các bước sau:

Bài toán. Cho đối tượng điều khiển có mô hình danh định $G(s)$. Thiết kế điều khiển để ổn định đối tượng và thỏa mãn đòi hỏi bám tiệm cận mọi đại lượng chỉ dẫn mô tả bởi tập

$$\mathbf{M}_f(r) := \{r(s) : N_2(V^{-1}r) \leq 1\} \quad (46)$$

Phương pháp thiết kế

- Chọn cấu trúc điều khiển theo hình 1.
- Tìm $C_2(s)$ để ổn định đối tượng trên cơ sở sử dụng một phương pháp có sẵn, chẳng hạn một trong các phương pháp nêu trong [32]. Tốt nhất là chọn một phương pháp ổn định bền vững.
- Từ $G(s)$ danh định và $C_2(s)$ đã tìm được ở bước trên, tính $F(s)$.
- Phân tích $F(s)$ thành thừa số theo biểu thức (38). Ở đây có thể sử dụng phương pháp thừa số hóa của Kucera hoặc các phương pháp giải phương trình ma trận phức (xem [26]).
- Chọn dạng thích hợp cho ma trận $T(s)$ và $S(s)$. Trong bước này ta cần lưu ý rằng, cực của $C_1(s)$ chứa trong $S(s)$. Vì vậy để không làm mất tính ổn định vừa thiết lập được qua $C_2(s)$, có thể đưa ra những hạn chế miền biến thiên các tham số của $S(s)$.
- Tìm ma trận $H(s)$ theo biểu thức (42). Xác định Δ từ các thông tin có sẵn về đối tượng và ước lượng sai số của quá trình tính toán.
- Giải bài toán tối ưu theo hàm mục tiêu $N_\omega(WH(T, S)v)$ theo T và S với ràng buộc (45) bằng một thuật toán lặp. Trong bước này có thể sử dụng phương pháp tính $N_\omega(\cdot)$ nêu trong [30].

KẾT LUẬN

Bài này đề cập đến một vấn đề rất kinh điển nhưng cũng rất quan trọng của điều khiển tự động, đó là vấn đề bám theo đại lượng chỉ dẫn (setpoint or reference signal tracking). Những bất định chứa trong đại lượng chỉ dẫn cho đến nay mới chỉ được quan tâm rất ít mặc dù nó có ý nghĩa thực tế rất lớn. Khó khăn chính cản trở sự vươn tới của các công trình lý thuyết chính là nguyên lý mô hình nội. Sau khi đi sâu vào bản chất của nguyên lý này, một phương pháp thiết kế trong miền tần số đã được đề xuất trên cơ sở áp dụng chuẩn N_ω .

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. M. Thoma, *Theorie linear Regelsysteme*, Friedr Wieweg & Sohn, Braunschweig, 1973.
2. B. A. Francis, *On robustness of stability of Feedback systems*, IEEE Trans. On AC, **AC-25**, 4 (1980), 817-818.
3. Kwakernack, *A condition for robust stability*, System and Control Letters, **2** (1980), 1-5.
4. M. G. Safonov, *Robustness of multivariable Feedback systems*, Cambridge, London, MIT Press, 1980.

5. J. Lunze, *Ein Verfahren zum Entwurf von Mehrgrößenreglern unvollständig bekannter Regelstrecken*, MSR, **24** (1981), H. 8.
6. N. J. Chen, C. A. Desoer, *Necessary and sufficient condition for robust stability of linear distributed Feedback systems*, Int. J. of Control, **35** (1982), 255 - 268.
7. A. Grase, M. Dickmann, W. Neddermeyer, *Robuster Regelkreiseentwurf: Das Verfahren von I lorowitz un seine Automatisierung*, RT, **30** (1982), H. 11 und H. 12.
8. T. Fujii, M. Hayashi, C. Emoto, *Robustness of the Optimality Property of an Optimal Regulator*, Int. J. of Contr., **36** (1982), 935 - 958.
9. J. Lunze, *The design of robust Feedback controllers for partly known systems by optimal control procedure*, Int. J. of Contr., **36** (1982), 611 - 630.
10. J. Lunze, *Notwendige Modellkenntinisse Zum Entwurf robuster Mehrgrobenregler it I-Charakter*, MSR, **25** (1982), H. 11.
11. E. Noldus, *Design of Robust State Feedback Laws*, Int. J. of Contr., **35** (1982), 935 - 924.
12. T. Okada, M. Kihara, *Robust following systems*, Int. J. of Contr., **36** (1982), 905 - 924.
13. D. H. Owens, A. Chotai, *Robust stability of multivariable Feedback systems with respect to linear and nonlinear Feedback perturbations*, IEEE Trans. on AC, **AC-27**, 1 (1982), 254 - 256.
14. M. J. Chen, C. A. Desoer *The problem of Guaranteeing Robust Disturbance Rejection in Linear Multivariable Feedback Systems*. Int. J. of Contr., Vol 37, 2 (1983)A pp. 305 - 314.
15. Y. S. Hung, *Robust stability: Parameter depent perturbations*, Int. J. of Contr., **38**, 7 (1983), 87 - 106.
16. J. C. Kantor, R. P. Andres, *Characterization of allowable perturbation for robust stability*, IEEE trans. on AC, **AC-28**, 1 (1983), 107 - 109.
17. S. Wang, N. Munro, *An optimal design approach for robust controller problems*, Int. J. of Contr., **38**, 7 (1983), 61 - 86
18. J. Ackermann, *Entwurfsverfahren fur robuste Regelungen*, RT,**32** (1984), H. 5.
19. B. S. Chen, C. C. Kuno, *The Robustness Optimization of multivariable Feedback system in Henkel Norm space*, Int. J. of Contr., **39**, 6 (1984), 1211 - 1228.
20. M. J. Chen, C. A. Desoer, *Algebraic theory for robust stability of interconnected system: Necessary and sufficient condition*, IEEE Trans. on AC, **AC-29**, 6 (1984), 511 - 519.
21. B. A. Francis, J. W. Helton, G. Zamer, *H_∞ -optimal Feedback controllers for linear multivariable systems*, IEEE Trans. on AC, **AC - 29**, 10 (1984), 888 - 900.
22. Y. S. Hung, D. J. N. Limebeer, *Robust stability of additively perturbed interconnected systems*, IEEE Trans. on AC, **AC-29**, 12 (1984), 1069 - 1075.
23. O. D. Nwoka, *Synthesis of controller for uncertain mutivaribale plants with prescribed time-domain tolerances*, Int. J. of Contr., **40**, 12 (1984), 1189 - 1206.
24. I. Postlethwait, Y. Foo, *Robustness with simultaneous poles and zerros movement across the axis*, Preprint of 9th IFAC World Congress, Budapest, 1984.
25. M. Vidyasagar, H. Kimura, *Robust controllers for uncertain linear multivariable system*, Preprint of 9th IFAC World Congress, Budapest, 1984.
26. M. Morari, E. Zafiriou, *Robust process control*, Prentice Hall. NJ., 1986.
27. A. Packard, J. Doyle, *The complex structured singular value*, Automatica, **29**, 1 (1993), 71 - 109.
28. S. S. Kogestad, M. Morari, *Some new properties of the structured singular value*, IEEE Trans. on AC, **AC-33**, 12 (1988), 1151 - 1154.

29. L. Guo, L. Xia, Y. Liu, *Recursive Algorithm for the computation of the H_ω -norm of polynomials*, IEEE Trans. on AC, **AC-33**, 12 (1988), 1154-1157.
30. S. Skogestad, M. Morari, J. C. Doyle, *Robust control of III-conditioned plants: High-purity distillation*, IEEE Trans. on AC, **AC-33**, 12 (1988), 1092-1104.
31. U. Korn, H. H. Wilfert, *Mehregrößenregelungen*, Moderne Entwurfsprinzipien im Zeit-und Frequenzbereich, VEB Verlag Technik Berlin, 1982.
32. C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans, G. Stein, *Robustness of adaptive control algorithm in the presence of unmodelled dynamics*, Proceeding of the 21st IEEE Conference of Decision and Control, Orland, 1982.
33. I. Postlethwaite, M. C. Tsai, D. W. Gu, *Weighting function selection in H_ω -design*, Preprints of 11th IFAC World Congress, Tallin, Estonia, 1990.
34. Vũ Ngọc Phàn, *Các hệ thống điều khiển nhiều đầu vào nhiều đầu ra*, Tài liệu của đề tài KC-02-09, 1994.
35. Vũ Ngọc Phàn, *Tính bền vững của các hệ điều khiển nhiều đầu vào nhiều đầu ra*, Tài liệu của đề tài CS-21, 1994.

PHỤ LỤC

Cho \mathbf{E} là một không gian tuyến tính trên trường số \mathbf{F} . Ta gọi hàm giá trị thực $N(\cdot)$ là chuẩn trên \mathbf{E} khi và chỉ khi:

$$N(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbf{E}, x \neq 0 \quad (1)$$

$$N(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad (2)$$

$$N(ax) = |a| N(x) \quad \forall a \in \mathbf{F}, \forall x \in \mathbf{E} \quad (3)$$

$$N(x+y) \leq N(x) + N(y) \quad \forall x, y \in \mathbf{E} \quad (4)$$

Cho $E := \{x : x = (x_1, x_2, \dots, x_n)\}$ là không gian vector n -chiều. Chuẩn trên \mathbf{E} có thể định nghĩa bởi:

$$N_p(x) = (|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p)^{1/p} \quad p = 1, 2, \infty \quad (5)$$

Cho $\mathbf{E} := \{A : A = (a_{ij}), a_{ij} \in \mathbf{F}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n\}$ chuẩn trên \mathbf{E} có thể định nghĩa bởi:

$$N_1(A) = \max_j \sum_i |a_{ij}| \quad (6)$$

$$N_\omega(A) = \max_i \sum_j |a_{ij}| \quad (7)$$

$$N_F(A) = \left[\sum_i \sum_j |a_{ij}| \right]^{1/2} \quad (8)$$

$$N_2(A) = \left[\max_i \lambda_i(A^*A) \right]^{1/2} \quad (9)$$

Nếu ta coi ma trận A là ánh xạ của không gian vectơ n -chiều \mathbf{E} vào chính nó. Khi đó:

$$N(A) = \sup_{x \neq 0} [N(Ax)/N(x)], \quad x \in \mathbf{E} \quad (10)$$

hay

$$N(A) = \sup_{N(x)=1} [N(Ax)], \quad x \in \mathbf{E} \quad (11)$$

gọi là chuẩn cảm sinh của ánh xạ A trên không gian vectơ \mathbf{E} .

Trong trường hợp các phần tử của không gian vectơ tuyến tính là các hàm phụ thuộc biến phức s , ta định nghĩa chuẩn trên \mathbf{E} bởi:

$$N_2(y) = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y^*(j\omega) y(j\omega) d\omega \right]^{1/2} \quad (12)$$

Tương tự, trong trường hợp các phần tử của không gian tuyến tính là các ma trận phụ thuộc biến s (các ma trận hàm truyền), ta định nghĩa chuẩn bởi:

$$N_2(G) = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace}[G^*(j\omega) G(j\omega)] d\omega \right]^{1/2} \quad (13)$$

Cho $G(s)$ là ma trận hàm truyền cấp $m \times n$. Ta định nghĩa

$$\delta_i(G) = [\lambda_i G^*(j\omega) G(j\omega)]^{1/2} \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad k = \min(m, n) \quad (14)$$

là các giá trị kỳ dị của G , trong đó giả thiết $\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_k$. Có thể dễ dàng nhận ra rằng $\delta_{\max}(G) = \delta_1(G) = N_2(G)$. Ngoài ra ta thấy rằng, với

$$y(s) = G(s) u(s) \quad (15)$$

trong đó $y(s)$ và $u(s)$ là các phần tử của các không gian vectơ tuyến tính và $G(s)$ là ánh xạ (có chiều tương thích), chuẩn cảm sinh của G được xác định bởi:

$$N_\omega(G) = \sup_{\omega} \delta_{\max}(G(j\omega)) \quad (16)$$