Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 12, S. 3 (1996) (27-34)

TỐI ƯU HÓA VIỆC MỞ RỘNG QUY MÔ VÀ KHAI THÁC MỘT HỆ THỐNG (*)

LÊ XUÂN LAM, TỐNG ĐÌNH QUỲ

Abstract. This paper presents a method to construct an optimal control problem of a system connected with scale expand and exploit as control a random process.

1. MỞ ĐẦU

Trong công trình này, ta tiếp tục tổng quát hóa những kết quả trong [1, 2, 3], để xét việc mở rộng quy mô một hệ thống gắn với quá trình khai thác chúng (như phát triển hệ thống các mỏ than, mở rộng diện tích khai hoang trong các tiểu vùng thuộc một vùng kinh tế nào đó).

Để đạt được mục đích này, trước hết (xem mục 2.) cần thiết lập mối quan hệ giữa quy mô của hệ thống và kết quả khai thác (sản lượng) của nó với tiến độ mở rộng quy mô của hệ thống. Nhưng, do những hạn chế về kỹ thuật (như sự tiêu thụ, bảo quản sản phẩm tồn đọng, tốc độ mở rộng quy mô...) và cả những hạn chế về kinh tế - tài chính như tỷ lệ tích lũy, khả năng huy động vốn đầu tư...), nếu quá trình mở rộng quy mô hệ thống phải mang tính đồng bộ với các nhân tố trên, nghĩa là nó mang tính "khả thi" (xem mục 3.). Trên cơ sở này, các "dự án tối ưu" (theo những mục tiêu khác nhau) được thiết lập tập trong mục 4. Việc xác định các dự án này đưa về việc giải một bài toán điều khiển tối ưu (trong mô hình rời rạc).

2. SỰ PHỤ THUỘC CỦA MẬT ĐỘ CHI PHÍ SẢN XUẤT VÀO TIẾN ĐỘ PHÁT TRIỂN QUY MÔ MỘT HỆ THỐNG

Xét một hệ thống $S = \{S_1, ..., S_m\}$ gồm m bộ phận (hệ thống con) S_i ($i = 1, ..., m$), trong đó mỗi bộ phận S_i có quy mô phát triển được đặc trưng bởi một

---

(*) Công trình này được sự giúp đỡ của Chương trình NCCB Nhà nước.

đại lượng không âm Z^i (gọi là *tiến độ mở rộng quy mô*), sao cho Z^i tăng khi quy mô S_i tăng, Z^i không thay đổi khi quy mô S_i được giữ nguyên.

Quá trình khai thác hệ thống S trong sự phát triển về quy mô của nó sẽ được đặc trưng bởi hai hệ hàm khả vi, không âm và đơn điệu tăng: $\{v_i(Z^i) : 1 \leq i \leq m\}$, $\{u_i(Z^i) : 1 \leq i \leq m\}$, trong đó : $v_i(Z^i)$ biểu thị khối lượng công việc cần thực hiện để mở rộng quy mô S_i đến tiến độ Z^i (gọi là *hàm mở rộng quy mô* của S_i), $u_i(Z^i)$ biểu thị số lượng sản phẩm khai thác được từ S_i cho đến khi quy mô của nó đạt đến tiến độ Z^i (gọi là *hàm sản lượng* của S_i).

Xét tỷ lệ:

$$K_i = K_i(Z^i) = \frac{v_i(Z^i)}{u_i(Z^i)} \approx \frac{v_i(Z^i + \Delta Z^i) - v_i(Z^i)}{u_i(Z^i + \Delta Z^i) - u_i(Z^i)} \tag{2.1}$$

biểu thị khối lượng công việc mở rộng quy mô S_i cần thực hiện để khai thác được 1 đơn vị sản phẩm tại bộ phận này ở lân cận tiến độ Z^i. Ta gọi $K_i(Z^i)$ là *hệ số mở rộng quy mô* của S_i ở tiến độ Z^i. Còn đại lượng

$$q_i = q_i(Z^i) \approx \frac{u_i(Z^i + \Delta Z^i) - u_i(Z^i)}{\Delta Z^i} \tag{2.2}$$

biểu thị lượng sản phẩm khai thác được từ S_i ở lân cận tiến độ Z^i ứng với 1 đơn vị biến thiên của tiến độ này. Ta gọi nó là *mật độ sản lượng khai thác S_i ở tiến độ Z^i*.

Xét các đại lượng $k_i^0 = k_i^0(Z^i)$ - là chi phí để thực hiện 1 đơn vị khối lượng công việc mở rộng quy mô S_i ở lân cận tiến độ Z^i (gọi là *suất chi phí mở rộng quy mô S_i ở tiến độ Z^i*) và đại lượng $k_i = k_i(Z^i)$ - là chi phí khai thác S_i ở lân cận tiến độ Z^i để thu được 1 đơn vị sản phẩm (gọi là *suất chi phí khai thác S_i ở tiến độ Z^i*). Khi đó *mật độ chi phí sản xuất* đối với hệ thống S ở các tiến độ $Z = (Z^1, ..., Z^m)$ sẽ được xác định bởi công thức:

$$C_{sx}(Z) = \sum_{i=1}^{m} q_i(Z^i)[k_i^0(Z^i)K_i(Z^i) + k_i(Z^i)]. \tag{2.3}$$

Từ (2.1), (2.2) ta nhận thấy rằng mật độ chi phí sản xuất này biểu thị chi phí để phát triển quy mô và khai thác S (ở lân cận các tiến độ $Z = (Z^1, ..., Z^m)$ ứng với một đơn vị biến thiên của mỗi tiến độ Z^i $(1 \leq i \leq m)$.

3. DỰ ÁN KHẢ THI ĐỂ MỞ RỘNG QUY MÔ MỘT HỆ THỐNG

Xét quá trình mở rộng quy mô hệ thống S trong các thời kỳ $n = 1 \div N$ và xem rằng sản phẩm khai thác được từ hệ thống chia thành $n_0 = n_1 + n_2$ loại, trong đó ta nhận được sản phẩm loại j $(1 \leq j \leq n_0)$ từ các sản phẩm khai thác tại S_i với xác suất α_j^i (không phụ thuộc vào tiến độ Z^i). Khi đó ta có:

$$\sum_{j=1}^{n_0} \alpha_j^i = 1\,, \quad \alpha_j^i \geq 0 \ (1 \leq i \leq m\,,\ 1 \leq j \leq n_0)\,. \tag{3.1}$$

Ngoài ra, sau khi khai thác, nếu sản phẩm bị tồn đọng (chờ tiêu thụ) nó sẽ bị "xuống cấp", thậm chí tiêu hao dần. Giả sử quá trình "xuống cấp" các loại sản phẩm sau mỗi thời kỳ tồn đọng là một xích Markov thuần nhất với không gian trạng thái (pha) là $\{0, 1, ..., n_0\}$ và xác suất chuyển trạng thái là $\beta_{jk} = P\{j \to k\}$ $(j \geq 1)$. Trong đó β_{jk} $(1 \leq j \leq n_0)$ là xác suất để sản phẩm loại j trở thành loại k (khi $1 \leq k \leq n_0$) và để sản phẩm loại j bị tiêu hao (khi $k = 0$), sau một thời kỳ tồn đọng. Khi đó quá trình "xuống cấp" các sản phẩm bị tồn đọng sẽ được diễn đạt bởi các giả thiết sau:

$$0 \leq 1 - \sum_{k=j}^{n_0} \beta_{jk} = \beta_{j0} \leq 1\,, \quad \beta_{jk} \geq 0 \ (j \leq k)\,, \quad \beta_{jk} = 0 \ (j > k)\,. \tag{3.2}$$

Mặt khác, theo quy định về tiêu thụ, ta có thể phân n_0 loại sản phẩm khai thác được từ S thành 2 dạng: *dạng chính phẩm* (gồm n_1 loại sản phẩm j đầu tiên : $1 \leq j \leq n_1$); *dạng thứ phẩm* (gồm n_2 loại sản phẩm j còn lại $n_1 + 1 \leq j \leq n_0$). Đối với mỗi thời kỳ $n = 1, ..., N$, giả sử sản lượng trung bình x_n^j của chính phẩm loại j $(1 \leq j \leq n_1)$ được tiêu thụ theo yêu cầu $\underline{x_n^j}$ của kế hoạch (với đơn giá thực a_n^j); phần còn lại được tiêu thụ ngoài kế hoạch (với đơn giá thực A_n^j), nhưng không vượt quá mức quy định $\overline{x_n^j}$. Còn sản lượng trung bình x_n^j của thứ phẩm loại j $(n_1 < j \leq n_0)$ bị hạn chế trong những giới hạn $\underline{x_n^j}$, $\overline{x_n^j}$ xác định bởi kế hoạch tiêu thụ (với đơn giá thực a_n^j) (*). Nghĩa là:

$$\begin{aligned} &\underline{x_n^j} \leq x_n^j \leq \underline{x_n^j} + \overline{x_n^j} \ (1 \leq j \leq n_1)\,, \\ &\underline{x_n^j} \leq x_n^j \leq \overline{x_n^j} \ (n_1 \leq j \leq n_0)\,. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Gọi X_n^j là *lượng tồn đọng trung bình* của sản phẩm loại j $(1 \leq j \leq n_0)$ vào thời kỳ n; Z_n^i và z_n^i lần lượt là tiến độ và tốc độ của tiến độ mở rộng quy mô S_i vào thời kỳ n. Khi đó từ (2.2) và định nghĩa các xác suất α_j^i, β_{jk} ta dễ dàng thu được:

$$X_n^j = \sum_{k=1}^{j} \beta_{jk} X_{n-1}^k + \sum_{i=1}^{m} \alpha_j^i q_i (Z_{n-1}^i) z_n^i - x_n^j \ \ (1 \leq j \leq n_0\,,\ 1 \leq n \leq N) \tag{3.4}$$

(*) Khái niệm đơn giá, doanh thu thực hiểu theo nghĩa không kể thuế.

$$Z_n^i = Z_{n-1}^i + z_n^i \quad (1 \le i \le m\,,\ 1 \le n \le N) \tag{3.5}$$

Trong đó: X_0^j $(1 \le j \le n_0)$, Z_0^i $(1 \le i \le m)$ được cho từ thống kê hiện trạng vào thời kỳ ban đầu $(n = 0)$.

Khi xem rằng tốc độ của tiến độ mở rộng quy mô z_n^i bị hạn chế trong những giới hạn xác định $\underline{z_n^i}$, $\overline{z_n^i}$ $(0 \le \underline{z_n^i} \le \overline{z_n^i})$ vào mỗi thời kỳ n và xem rằng tiến độ lớn nhất $\overline{Z^i}$ được xác định bởi quy mô tối đa của S_i $(1 \le i \le n)$, ta có:

$$\underline{z_n^i} \le z_n^i \le \overline{z_n^i}\,, \quad 0 \le Z_n^i \le \overline{Z^i} \quad (1 \le i \le m\,,\ 1 \le n \le N)\,. \tag{3.6}$$

Ngoài ra, khi giả thiết rằng $\overline{X}_n$ là *mức trung bình của sản phẩm* các loại được phép tồn đọng vào thời kỳ n, ta còn có:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n_0} X_n^j \le \overline{X}_n\,, \\ &X_n^j \ge 0 \quad (1 \le j \le n_0\,,\ 1 \le n \le N)\,. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Trên cơ sở (3.4), (3.5) ta nhận thấy rằng: mỗi *dự án mở rộng quy mô khai thác* hệ thống S thực chất là một phương án xác định các biến:

$$\begin{aligned} X &= \{x_n^j \,:\, 1 \le j \le n_0,\ 1 \le n \le N\}\,, \\ Z &= \{z_n^i \,:\, 1 \le i \le m,\ 1 \le n \le N\}\,. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Các điều kiện ràng buộc (3.3) - (3.7) đã thiết lập trên đây đảm bảo tính chấp nhận được về mặt kỹ thuật cho dự án.

Khi xét tính chấp nhận được của dự án này về mặt kinh tế - tài chính, ta gọi: $C(n)$, $D(n)$, $L(n)$, $V(n)$ lần lượt là *mức trung bình về chi phí, doanh thu thực, tích lũy, huy động vốn đầu tư của hệ thống S vào thời kỳ n.* Khi đó từ (2.3) ta suy ra:

$$\begin{aligned} C(n) &= \sum_{i=1}^{m} q_i(Z_{n-1}^i)\,[k_i^0(Z_{n-1}^i)\,K_i(Z_{n-1}^i) + k_i(Z_{n-1}^i)]\, z_n^i + \sum_{j=1}^{n_0} b_n^j\, X_n^j \\ &:= C_n(X_n,\, Z_{n-1},\, z_n)\,, \end{aligned} \tag{3.9}$$

trong đó

$$\begin{aligned} X_n &= (X_n^i, \ldots, X_n^{n_0})\,, \\ Z_n &= (Z_n^i, \ldots, Z_n^m)\,, \\ z_n &= (z_n^i, \ldots, z_n^m)\,, \end{aligned}$$

b_n^j là *chi phí bảo quản 1 đơn vị sản phẩm loại j tồn đọng vào thời kỳ n.*

Ngoài ra, ta còn có:

$$D(n) = \sum_{j=1}^{n_1} [(a_n^j - A_n^j)\, \underline{x_n^j} + A_n^j\, x_n^j] + \sum_{j=n_1+1}^{n_0} a_n^j\, x_n^j := D_n(x_n)\,, \tag{3.10}$$

$$L(n) = D(n) - C(n) := L_n(X_n, Z_{n-1}, x_n, z_n)\,, \tag{3.11}$$

$$V(n) = C(n) - D(n-1) := V_n(X_n, Z_{n-1}, x_{n-1}, z_n)\,, \tag{3.12}$$

trong đó: $x_n = (x_n^1, ..., x_n^{n_0})$.

Gọi λ_n và $\overline{V_n}$ lần lượt là *tỷ lệ tích lũy thấp nhất và mức cao nhất về vốn có thể huy động vào thời kỳ n.* Khi đó:

$$L_n(X_n, Z_{n-1}, x_n, z_n) \geq \lambda_n\, C_n(X_n, Z_{n-1}, z_n)\,, \tag{3.13}$$

$$V_n(X_n\, Z_{n-1}, x_n, z_n) \leq \overline{V_n}\,. \tag{3.14}$$

Tóm lại, để cho dự án (3.8) chấp nhận được (về mặt kỹ thuật và kinh tế - tài chính), nó phải là "dự án khả thi" theo nghĩa sau.

Định nghĩa 3.1. Dự án (X, Z) mở rộng quy mô và khai thác hệ thống S gọi là *khả thi*, nếu nó thỏa mãn các điều kiện (3.3) - (3.7), (3.13), (3.14).

4. DỰ ÁN TỐI ƯU ĐỂ MỞ RỘNG QUY MÔ VÀ KHAI THÁC MỘT HỆ THỐNG

Khi tối ưu hóa một dự án khả thi, ta có thể xét hàm mục tiêu dưới dạng:

$$J_{\delta_1\delta_2\delta_3}(X, Z) = \sum_{n=1}^{N} (1+\gamma)^{-n} \times$$

$$\Big[\delta_1 V_n(Z_n, Z_{n-1}, x_{n-1}, z_n) - \delta_2 \Big(L_n(Z_n, Z_{n-1}, x_n, z_n) + \sum_{j=1}^{n_0} a_N^i\, X_N^j\Big)$$

$$- \delta_3 \Big(D_n(x_n) + \sum_{j=1}^{n_0} a_N^j\, X_N^j\Big)\Big] \tag{4.1}$$

Trong đó: δ_i $(1 \leq i \leq 3)$ là các thừa số dương, γ là lãi suất (một thời kỳ) của vốn đầu tư được huy động.

Gọi $\mathbf{X} \times \mathbf{Z} := \{X \times Z\}$ là tập hợp tất cả các dự án khả thi dạng (3.8). Khi đó một dự án khả thi $(X^*,\, Z^*)$ gọi là *tối ưu*, nếu:

$$(X^*,\, Z^*) = \operatorname{Arg\,min}\{J_{\delta_1\delta_2\delta_3}(X,\, Z) \;:\; (X,\, Z) \in \mathbf{X} \times \mathbf{Z}\}\,.$$

Đặc biệt, khi $\delta_1 = 1,\ \delta_2 = \delta_3 = 0$ thì dự án tối ưu $(X^*,\, Z^*)$ là dự án cực tiểu mức huy động vốn đầu tư; khi $\delta_2 = 1,\ \delta_1 = \delta_3 = 0$ thì dự án tối ưu $(X^*,\, Z^*)$ là dự án cực đại tích lũy; khi $\delta_3 = 1,\ \delta_1 = \delta_2 = 0$ thì $(X^*,\, Z^*)$ trở thành dự án cực đại khai thác hệ thống S.

Để xác định dự án tối ưu $(X^*,\, Z^*)$, ta đặt:

$$\begin{aligned}
\underline{x_n} &= (\underline{x_n^1}, \ldots, \underline{x_n^{n_0}}\,,\\
\overline{x_n} &= (\overline{x_n^1} + \underline{x_n^1}, \ldots, \overline{x_n^{n_1}} + \underline{x_n^{n_1}},\, \overline{x_n^{n_1+1}}, \ldots, \overline{x_n^{n_0}})\,,\\
\underline{z_n} &= (\underline{z_n^1}, \ldots, \underline{z_n^m})\,,\\
\overline{z_n} &= (\overline{z_n^1}, \ldots, \overline{z_n^m})\,,\\
\overline{Z} &= (\overline{Z^1}, \ldots, \overline{Z^m})\,,\\
\Delta_n &= \Big\{(X_n^1, \ldots, X_n^{n_0}) \;:\; \sum_{j=1}^{n_0} X_n^j \le \overline{X_n}\,,\;\; X_n^j \ge 0\ \ (1 \le j \le n_0)\Big\}\,,\\
A_n &= (A_n^1, \ldots, A_n^{n_1},\, a_n^{n_1+1}, \ldots, a_n^{n_0})^T,\\
a_n &= (a_n^1, \ldots, a_n^{n_0})^T,\\
b_n &= (b_n^1, \ldots, b_n^{n_0})^T\,,\\
a(n) &= \sum_{j=1}^{n_1} (a_n^j - A_n^j)\, \underline{x_n^j}\,,
\end{aligned}$$

$$P = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1n_0} \\ 0 & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2n_0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \beta_{n_0n_0} \end{bmatrix}, \quad P_0 = \begin{bmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \cdots & \alpha_{n_0}^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \cdots & \alpha_{n_0}^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_1^m & \alpha_2^m & \cdots & \alpha_{n_0}^m \end{bmatrix},$$

$$Q(Z_n) = \begin{pmatrix} q_1(Z_n^1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2(Z_n^2) & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_m(Z_n^m) \end{pmatrix},$$

$$r(Z_n) = \big(r_1(Z_n^1),\, r_2(Z_n^2), \ldots, r_m(Z_n^m)\big)^T,$$

trong đó $\quad r_i(Z^i) = k_i^0(Z^i) K_1(Z^i) + k_i(Z^i)\,.$

Khi đó, từ định nghĩa (3.1) và từ (3.2), (4.1), (4.2) ta có thể chỉ ra rằng dự án tối ưu sẽ là lời giải $(X, Z) = (X^*, Z^*)$ của bài toán điều khiển tối ưu dưới đây:

Bài toán 4.1. Xác định các điều khiển $X = \{x_n : 1 \le n \le N\}$, $Z = \{z_n : 1 \le n \le N\}$, sao cho:

$$
\begin{aligned}
&J_0(X, Z) := \sum_{n=1}^{N} (1+\gamma)^{-n} \times \\
&\big[(\delta_1 - \delta_2)\, X_n b_n - \delta_1\, X_{n-1} A_{n-1} - (\delta_1 + \delta_3)(X_n A_n + x_N a_N) \\
&\qquad\qquad + (\delta_1 + \delta_2)\, z_n\, Q(Z_{n-1})\, r(Z_{n-1})\big] \to \min ,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&X_n = X_{n-1} P + z_n\, Q(Z_{n-1}) P_0 - x_n \ (1 \le n \le N), \\
&X_0 \text{ cho trước}, \\
&Z_n = Z_{n-1} + z_n \ (1 \le n \le N), \ Z_0 \text{ cho trước}, \\
&\underline{x_n} \le x_n \le \overline{x_n}, \\
&\underline{z_n} \le z_n \le \overline{z_n}, \ ^{(*)} \\
&X_n \in \Delta_n, \ 0 \le Z_n \le \overline{Z}, \\
&(1 + \lambda_n)\,[X_n\, b_n + z_n\, Q(Z_{n-1})\, r(Z_{n-1})] - (x_n\, A_n + a(n)) \le 0, \\
&X_n\, b_n - x_{n-1}\, A_{n-1} + z_n\, Q(Z_{n-1})\, r(Z_{n-1}) \le \overline{V_n} + a(n-1).
\end{aligned}
$$

Để giải bài toán 4.1 ta có thể sử dụng phương pháp dò tìm ngẫu nhiên (xem [1, 2]). Trong trường hợp $u_i(Z^i)$, $v_i(Z^i)$, $(1 \le i \le m)$ là những hàm lồi và $k_i^0(Z^i)$ = const, $k_i(Z^i)$ = const, thì ta có thể dùng phương pháp chiếu gradent ngẫu nhiên (xem [4]).

Xin chân thành cảm ơn giáo sư Nguyễn Quý Hỷ và Ximena Phương pháp ngẫu nhiên và giải tích số của ông đã giúp hoàn thành công trình này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Quý Hỷ, Phạm Kỳ Anh, Nguyễn Đình Hóa, Trần Cảnh, *Giải số một lớp bài toán điều khiển cỡ lớn*, HNKH Toán - Cơ - Tin học, ĐHTH Hà Nội, 1994.
2. Nguyen Quy Hy, Nguyen Van Kim, Pham Ky Anh, *Random seach for a descrete optimal control problem of large scale*, Proc. Conf. Math. Mech. and Inf. College Nat. Sci. VNUH, 1995.

(*) Ký hiệu $(f_1, .. f_k) \le (g_1, ..., g_k)$ có nghĩa là $f_i \le g_i$ $(1 \le i \le k)$

3. Nguyễn Quý Hỷ, Phạm Kỳ Anh, Nguyễn Ngọc Cương, Nguyễn Đình Hóa, Tống Đình Qˇỳ, *Lý thuyết hồi phục trong việc phủ xanh đất trống đồi núi trọc*, Tuyển tập công trình đề tài B94-05-09 ĐHQG Hà Nội, 1995.

4. Ermolev J. M., *Các phương pháp quy hoạch ngẫu nhiên*, Moskva, 1976 (tiếng Nga).

Nhận bài ngày 2-3-1995