Tạp chí Tin học và Điều khiển học T 12, S 1 (1996) (41 - 46)

PHƯƠNG PHÁP TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU CHỈNH ROBUST PID THÔNG QUA PHÂN RÃ D

LÊ HÙNG LÂN

Based on D-partition and new results in robust analysis thi presents a method of tuning robust PID controler by constructing stability domain with given margin for uncertain plant.

I. MỞ ĐẦu

Khi biết chính xác tham số mô hình đối tượng điều khiển việc tính toán hiệu chỉnh các tham số bộ điều chỉnh PID thông qua xây dựng miền ổn định bằng phương pháp phân rã D [1] là một trong những kỹ thuật thông dụng của thực tế điều khiển tự động [2-4]. Ưu điểm nổi bật của phương phápo này là khả năng cho ra được một bức tranh toàn diện về các giá trị có thể được (đảm bảo được độ ổn định hệ thống theo yêu cầu) của các tham số bộ điều chỉnh.

Trong khuân khổ sự phát triển củaq lý thuyết điều khiển robust những năm gần đây bài toán tìm các giá trị của bộ điều chỉnh PID nhằm đảm bảo được độ ổn định của hệ thống khi tồn tại độ bất định tham số trong mô hình đối tương đã được đặt ra. Theo hướng cố gắng tìm ra miền các giá trị tham số bộ điều chỉnh robust (bên cạnh hướng đưa ra một bộ giá trị tham số) có thể kể đến các công trình [5,6,7]. Trong [5] đặt ra một cách tiệm cận vấn đề mà sau này được phát triển tương tự trong một số các công trình khác: đó là tìm miền ổn định robust dưới dạng siêu cầu hoặc siêu hộp lớn nhất quanh một bộ giá trị tham số robust cho trước. Trong [6] tác giả đưa ra một phương pháp đại số dựa trên cách vận dụng tiêu chuẩn Routh - Hurvitz cho 16 đa thức đặc trưng của hệ thống trong trường hợp tham số bất định khoảng và bộ điều chỉnh PI. Kết quả đạt được là các bất đẳng thức cho biết giới hạn miền ổn định robust. Với cố gắng xây dựng miền này một cách trực quan trong [7] giới thiệu một phương pháp có tính tổng quát cao, tuy nhiên khó áp dụng vì khối lượng tính toán lớn.

Nội dung bài báo này nhằm mở rộng các kết quả trong [1-4] cho trường hợp mô hình đối tượng có chứa bất định tham số dạng tổng quát bất kỳ. Cũng cần nhấn mạnh ở đây là bài toán về phân rã D robust lần đầu tiên được đề ra trong [8], tuy nhên trong đó ảnh hưởng của bất định tham số được thể hiện dưới dạng đa thức khoảng còn trong bài toán đặt ra ở đây tổng quát hơn: phân thức của hai đa thức bất định.

II. TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU CHỈNH PID THÔNG QUA PHÂN RÃ D

Ta xem lại thủ tục tổng hợp bộ điều chỉnh PID với độ dự trữ cho trước thông qua phân rã D đã được đề ra trong [4].

Cho hệ thống điều khiển tự động kín có m,ô hình đối tượng điều khiển:

$$P(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \ldots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n}, \; b_i, a_i \in R \tag{1}$$

(để tiện cho việc theo dõi tạm thời ta chưa xét sự có mặt của trễ) và bộ điều chỉnh của PID sau

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \tag{2}$$

Phương trình đặc trưng cơ bản của hệ thống là

$$G(s) = 1 + \frac{(K_d s^2 + K_p s + K_i)P(s)}{s} = 0 \tag{3}$$

hay

$$K_d s^2 + K_p s + K_i = -\frac{s}{P(s)}. \tag{4}$$

Trong bài toán tổng hợp bộ điều chỉnh thường đặt ra hai loại dự trữ ổn định sau

a) Độ dự trữ ổn định tuyệt đối d, đặc trưng cho độ tắt dần của quá độ. khi đó từ (4) ta có

$$G(jw) = -K_d w^2 + (K_p - 2dK_d) jw + (K_d d - K_p)d + K_i - F(jw) = 0 \tag{6}$$

với

$$F(jw) = -\frac{jw - d}{P(jw - d)} \tag{6}$$

b) Độ dựtrữ ổn định tương đối θ, liên quan tới độ giao động của hệ thống. Lúc này ta có

$$G(jw) = -(cos2\theta + jsin2\theta)w^2 K_d - (sin\theta - jcos\theta)wK_p + K - i - F(jw) = 0 \tag{7}$$

với

$$F(jw) = -\frac{jwe^{jw}}{P(jwe^{jw})}. \tag{8}$$

Miền phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng của hai trường h được thể hiện trên hình H1 a và H1b.

Các đường giới hạn miền ổ định (với độ dựtrữ có trước) tr phẳng hai tham số bất kỳ của bộ điều chỉnh gồm hai loại: khôn $(G(jw)- = 0,\ 0 < |w| < \infty)$ và kỳ dị $(G(0) = 0$ và $G(\infty) = 0)$.

Nếu ta gọi hai tham số được chọn của bộ điều chỉnh là X_1 và X_2 tần số w cho trước từ (5) (7) ta có phjương trình dạng tổng quát sau

$$X_1C_1(jw) + X_2C_2(jw) = R(jw), \tag{9}$$

$X_1, X_2 \in R;\ C_1(jw), C_2(jw), R(jw) \in C$ và là hằng số.

Ký hiệu

$$A(w) = \begin{bmatrix} ReC_1(jw) & ReC_2(jw) \\ ImC_1(jw) & ImC_2(jw) \end{bmatrix}$$

$$b(w) = \begin{bmatrix} ReR(jw) \\ ImR(jw) \end{bmatrix}$$

Khi đó

$$X(w) = (x_1, X_2)^T = A^{-1}(w)b(w),\ \det A(w) \neq 0. \tag{10}$$

Trường hợp đặc biệt det $A(w)$ ứng với đường thẳng kỳ dị.

III. GIỚI HẠN MIỀN ỔN ĐỊNH KHI CÓ ĐỘ BẤT ĐỊNH

Xét trường hợp có mặt bất định tham số trong mô hình đối tượng

$$P(s,p) = \frac{b_0(q) + b_1(q)s + \ldots + b_m(q)s^m}{a_0(q) + a_1(q)s + \ldots + a_n(q)s^n},\ b_i, a_i \in R \tag{11}$$

$q \in Q$ - véc tơ tham số bất định, Q - hộp.

Lúc đó $R(jW)$ và $X(w)$ không còn đơn trị nữa mà chúng có thể nhận giá trị bất kỳ theo q. Ta gọi các miền đó là miền giá trị $R(w) := \{R(jw), q), \forall q \in Q\}$, và miền tham số $X(w) := \{X(w,q), \forall q \in Q\}$. Trong lý thuyết điều khiển robust việc xây dựng miền giá trị $R(w)$ là một bài toán quen thuộc và có nhiều công trình giải quyết cho các mức độ phức tạp khác nhau của hàm $R(jw,q)$: tuyến tính, đa tuyến,... Phương pháp giải có tính tổng quát nhất cho hàm phi tuyến bất kỳ được đề ra trong [7]. Vấn đề còn lại đặt ra ở đây là khi đã biết miền giá trị $R(w)$ làm thế nào xây dựng miền tham số $X(w)$? Trả lời câu hỏi đó là nội dung củađịnh lý sau.

Định lý. *Gọi $Q^* \in Q$ là tập các giá trị tham số bất định tạo nên miền giá trị $R(w)$. Khi đó Q cũng đồng thgời là tập các giá trị tạo nên giới hạn miền tham số $X(w)$ thông qua phép biến đổi (10).*

Nói cách khác để xây dựng $X(w)$ ta có thể xây dựng giới hạn của nó từ các giá trị q tạo nên giới hạn miền giá trị $R(w)$ (trong [7] chúng được gọi là các điểm chính - principal points).

Riêng đối với trường hợp đặc biệt khi det $A(w) = 0$ có thể coi $C_2(jw) = KC_1(jw)$ ($K-$ số thực). ta tìm giao điểm của miền $R(w)$ với đường thẳng $tC_1(jw)$, $-\infty < t < \infty$ giả sử đó là hai điểm t_1 và t_2. Khi đó thay vào đường thẳng kỳ dị ta nhận được một giải giới hạn bởi hai đường thẳng

$$X_1 + kX_2 = t_i,\ i = 1, 2.(12)$$

Bằng cách xây dựng miền tham số $X(w)$ cho các giá trị w khác nhau, chúng sẽ tạo nên một giải trong mặt phẳng tham số, đó chính là giới hạn miền ổn định robust cần tìm.

Do bản chất làm việc trên miền tần số, có thể thấy rằng định lý vẫn đúng trong trường hợp có trễ trong mô hình đối tượng.

Cũng lưu ý rằng bài toán xét trong [8] là trường hợp đặc biệt: $R(w)$ và $X(w)$ là các hình chữ nhật.

Ví dụ.

Xét hệ kín với bộ điều chỉnh PID và đối tượng sau

$$P(s) = \frac{k}{(s - q_1)(s + q_2)^3}.$$

Giả sử $d = 0.4$, $K_i = 0.2$ hãy xây dựng miền ổn định trong mặt phẳng $K_p - K_d$.

a) Giả sử thông tin về mô hình đối tương là chính xác: $K = 27$, $q_1 = 1$, $q_2 = 2.8$ [4] Đường giới hạn kỳ dị là đường thẳng có phương trình

$$K_d d^2 - K_p d = -K_i - \frac{d(d + q_1)(q_2 - d)^3}{k}. \tag{13}$$

Đường giới hạn không kỳ dị là đường cong tham số sau

$$\begin{aligned} K_d &= \frac{(R(w) - K_i)w + I(w)d}{-w(d^2 + w^2)} \\ K_p &= \frac{I(w)(d^2 - w^2) + 2(R(w) - K_i)dw}{-w(d^2 + w^2)} \end{aligned} \tag{14}$$

$R(w), I(w)$ - phần thực và ảo của $F(jw)$ trong (6).

b) Bây giờ ta giả thiết rằng các tham số mô hình đối tượng có thể thay đổi trong khoảng cho trước: $K \in [\underline{k}, \overline{k}]$, $q_1 \in [\underline{q}_1, \overline{q}_1]$, $q_2 \in [\underline{q}_2, \overline{q}_2]$. Hàm $R(jw, q)$ trong trường hợp này rút ra từ (5)

$$R(jw, q) = F(jw, q) + K_i \tag{15}$$

Có thể chứng minh dễ dàng rằng hàm $R(jw, q)$ này có tính D (các đạo hàm riêng có hướng khác nhau [7]) với $\forall w \neq 0$.

IV. KẾT LUẬN

Căn cứ trên cơ sở định lý về ảnh của phép chiếu $C \to R^2$ bài báo đã nêu lên áp dụngtrong tổng hợp bộ điều chỉnh PID thông qua phân rã D cho trường hợp tồn tại bất định tham số trong mô hìnmh đối tượng. Trong trường hợp bất định không tham số cũng có thể áp dụng định lý này với lưu ý rằng khi đó $R(w)$ có dạng hình tròn cho trước.

Kết quả nghiên cứu trình bày trên đây một mặt mở rộng phương pháp phân rã D cho lớp đối tượng rộng hơn, mặt khác cho phép đề ra phương pháp hiệu chỉnh PID có tính hiệu quả cao (cho hệ thống ổn định hay không ổn định, có trễ hay không có trễ, và có bất định hay không có). Một số hướng mở rộng có thể tiếp theo: thực hiện phân rã D robust với bộ điều chỉnh tổng quát hơn, ứng dụng phương pháp cho hệ tổng hợp bộ điều chỉnh số,...

PHỤ LỤC

Chứng minh định lý.

Ký hiệu

$$C_1(jw) = a_1 + jb_1,\ C_2(jw) = a_2 + jb_2,\ R(jw) = u + jv,$$

∂ - giới hạn miền.

Từ (9) rút ra

$$X_1 = (b_2u - a_2v)/t,\ X_2 = (b_1u - a_1v)/t,\ t = b_2a_1 - a_2b_1 \tag{*}$$

(trường hợp $t = \det A(w) = 0$ đã được xét trong bài).

Ta chọn một điểm $R(jw) = (u, v)$ nào đpo nằm trên đường biên $\partial R(w)$, cần phải chứng minh rằng điểm $X(w) = (X_1, X_2)$ cũng sẽ nằm trên đường biên $\partial X(w)$.

Nếu $X(w) \in \partial X(w)$ thì nó tương đương với việc là cực trị của hàm $|X|$ với $X_2 = KX_1,\ X \in X$.

Điều kiện $X_2 = KX_1$ tương ứng với điều kiện $v = K^*u$, trong đó

$$K^* = (t_3 - Kt_1)/(t_4 - Kt_2),$$

$$t_1 = b_2/t,\ t_2 = a_2/t,\ t_3 = b_1/t,\ t_4 = a_1/t.$$

Để ý rằng $K^*(k)$ là hàm đơn điệu. Điều này có nghiã là nếu điểm trên tia $X_2 = KX_1$ thì tồn tại tia $v = K^*u$ trong mặt phẳng (u, v) mà tương ứng chạy trên đó.

Mặt khác, có thể dễ dàng thấy rằng

$$\underset{X_2=KX_1}{extremum}\ |X| \Rightarrow \underset{v=K^*u}{extremum}|R|$$

do tính tuyến tính của quan hệ (*).

Vậy có thể kết luận rằng giới hạn $\partial X(w)$ được tạo nên từ $\partial R(w)$ qua (*).

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Naimark Yu.K., Ổn định các hệ tuyến tính hoá., 1949 (tiếng Nga).
2. Các phương pháp tính toán hệ thống tự động điều chỉnh, Tài liệu dạy trường Đại học năng lượng Matscơva, 1972 (tiếng Nga).
3. Shapieri Z., Sheton A.T., Tuning of PID-type controller for stable and unstable systems with time delay, Automatica, v. 30. n. 10, 1994, 1609-1615.
5. Bhattacharya S.P., Robust stabilization against structure perturbations, Lecture Notes in Contro and Inform. Sci. -99, Springer Verlage 1987.
7. Polyak B.T. & Le Hung Lan, Value sets of transfer functional parametric uncertainty and their applicatipons in robustness 1993, Submitted in Int. J. Contr.
8. Petrov N.P. & Polyak B.T., Phân rã D-robust, Tạp chí Tự động học và Điều khiển xa, n. 101991, 41-53 (tiếng Nga).

Bộ môn Tự động hoá
Trường Đại học Giao thông Vận tải

Nhận ngày 23, 4 1995