Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 13, S. 4 (1997) (75-80)

BỘ ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU BỀN VỮNG CHO HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN SỐ CÓ TRỄ [1]

CHU VĂN HỶ

Abstract. This paper presents a method of designing robust optimal controllers for digital control systems with control delay. a predictor similar to the Smith one is used. The robust optimal state feedback control law is obtained by dynamic programming method. The uncertainty in system parameters is taken care of by an additional term in the Riccati equation. The case of output feedback controller is also dicussed.

I. MỞ ĐẦU

Trễ điều khiển và bất định thông số là những vấn đề thường xuyên gặp phải trong thực tế. Trễ điều khiển τ sinh ra chủ yếu do trễ vận chuyển. Hiện nay, người ta thiết kế các hệ thống có trễ điều khiển hầu hết dựa theo hoặc phát triển ý tưởng bộ dự báo Smith [1], [2], [3]... Bằng cách lập thêm mô hình quá trình trong vòng điều khiển, ta tạo ra được vectơ trạng thái hoặc đầu ra giống như trong trường hợp hệ thống không trễ. Do đó có thể thiết kế bộ điều khiển theo các phương pháp thông thường (cho $\tau = 0$). Phương pháp mở rộng trạng thái - dựa vào đặt thêm các biến phụ (gọi là trạng thái mở rộng) bằng giá trị của điều khiển trong quá khứ: $x_{n+1}(k) = u(k + i - 2 - L)$, $i = 1, 2, ..., L + 1$ - chỉ có hiệu quả nếu τ tương đối nhỏ, và chủ yếu dùng trong mô phỏng hệ thống [4]. Trường hợp phức tạp: khi trễ điều khiển τ không chia hết cho chu kỳ cắt mẫu T đã được nghiên cứu trong [4], [5]... Ở đây, do đồng thời xét ảnh hưởng của bất định thông số, nên để đơn giản ta giả thiết: τ là bội nguyên L của T. Điều khiển bền vững (Robust Control) xét trường hợp thông số của hệ thống biến đổi trong một khoảng giới hạn xung quanh giá trị danh định. Trong bài, luật điều khiển tối ưu bền vững với phản hồi trạng thái được dẫn ra nhờ phương pháp qui hoạch động của Bellman R. Bộ dự báo trạng thái được xây dựng từ mô hình quá trình với các thông số danh định có trễ M_1 và không trễ M_2 - như truyền thống, và thêm phần bổ sung. Trường hợp luật điều khiển tối ưu bền vững với phản hồi đầu ra cũng được xét đến.

---

[1] Công trình này đã được sự hỗ trợ của Đề tài cấp nhà nước KH-04-09/05 thuộc Chương trình Tự động hóa

II. THÀNH LẬP BÀI TOÁN

Xét hệ thống điều khiển số tuyến tính một đầu vào một đầu ra có trễ điều khiển.

$$x(k+1) = A(q)\, x(k) + b\, u(k-L)\,, \quad u(-L) = u(1-L) = \cdots = u(-1) = 0\,, \tag{1}$$

$$y(k) = c^T x(k)\,, \tag{2}$$

trong đó: $x(k) \in R^n$ là vectơ trạng thái, $(u(k)$ là điều khiển $(u(k-L)$ gọi là điều khiển trễ), $y(k)$ là đầu ra. Véc tơ thông số bất định $q \in R^p$ biến đổi trong miền khép kín bị giới hạn Ω, tác động tuyến tính vào ma trện động lực:

$$\Omega := \{q \in R^p : a_i \leq q_i \leq b_i,\ a_i \leq 0,\ b_i \geq 0,\ i = 1, 2, ..., p\}\,, \tag{3}$$

$$A(q) = A + \Delta A = A + \sum_{i=1}^{p} q_i\, A_i\,. \tag{4}$$

Ta cần tìm điều khiển tối ưu $u^0(k)$ để đưa hệ thống từ độ lệch ban đầu $x(0)$ trở về vị trí cân bằng $x(\infty) = 0$, sao cho cực tiểu hóa hàm mục tiêu

$$J := \sup_{q\in\Omega} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} x^T(k)\, Q\, x(k) + u^T(k)\, R\, u(k) \right\}, \tag{5}$$

trong đó ma trận trọng $Q = Q^T \geq 0$, $R > 0$.

III. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Từ phương trìh trạng thái (1) ta thấy: điều khiển trễ $u(k-L)$ tuy đã được sinh ra từ chu kỳ cắt mẫu thứ $k-L$, nhưng chỉ thực sự tác động vào đối tượng ở chu kỳ cắt mẫu thứ k - đang xét. nên, có thể coi nó là hàm số của biến số k, và kí hiệu

$$v(k) = u(k-L)\,. \tag{6}$$

Phương trình (1) được chuyển về dạng thông thường (cho hệ không trễ):

$$x(k+1) = A(q)\, x(k) + b\, v(k),\ \ v(0) = v(1) = \cdots = v(L-1) = 0\,. \tag{7}$$

Trong L chu lỳ cắt mầu đầu tiên điều khiển $u(k)$ chưa tác động tới đối tượng điều khiển (điều khiển trễ $v(k) = 0$, $k = 1, 2, ..., L-1)$, nên trạng thái $x(k)$ biến đổi tự do theo quá tính từ giá trị $x(0)$ đến $x(LT)$. Theo (6), ta có thể viết hàm mục tiêu (5) như sau:

$$J = J_1 + J_2 , \tag{8}$$

trong đó:

$$J_1 = \sup_{q\in\Omega} \Big\{ \sum_{k=0}^{L-1} x^T(k)\, Q\, x(k) \Big\} , . \tag{9}$$

$$J_2 = \sup_{q\in\Omega} \Big\{ \sum_{k=L}^{\infty} x^T(k)\, Q\, x(k) + v^T(k)\, R\, v(k) \Big\} . \tag{10}$$

Do đó dẫn đến giải bái toán tưng đương: tìm điều khiển trễ tối ưu $v^0(k)$ để đưa hệ thống (7) từ độ chênh lệch $x(LT)$ trở lại vị trí cân bằng $x(\infty) = 0$, sao cho cực tiểu hóa hàm J_2. Thực vậy, nếu $v^0(k)$ cực tiểu hóa J_2 thì cũng cực tiểu hóa J vì J_1 không phù thuộc $v(k)$.

1. Hệ thống với phản hồi trạng thái

Ta có thể giải bài toán tối ưu (7), (10) bằng các phương pháp thông thường, vị dụ phương pháp qui hoạch động của Bellman R. - rất thích hợp cho các hệ thống rời rạc. Giả sử ở chu kỳ cắt mẫu thứ $k+1$ ta có giá trị tối ưu của J_2 là

$$J_2^0(k+1) = x^T(k+1)\, P(k+1)\, x(k+1) , \tag{11}$$

trong đó $P(k+1)$ là ma trận đối xứng xác định dương. Điều khiển trễ tối ưu $v^0(k)$ ở chu kỳ cắt mẫu thứ k được tính từ phương trình hồi qui tối ưu Bellman

$$J_2^0(k) = \min_{v(k)} \sup_{q\in\Omega} \{ x^T(k)\, Q\, x(k) + v^T(k)\, R\, v(k) + J_2^0(k+1) \} . \tag{12}$$

Thay (7), (11) vào (12) ta có:

$$\begin{aligned} J_2^0(k) = \min_{v(k)} \sup_{q\in\Omega} \{ & x^T(k)\, (Q + A^T(q)\, P(k+1)\, A(q))\, x(k) \\ & + x^T(k)\, A^T(q)\, P(k+1)\, bv(k) \\ & + v^T(k)\, b^T P(k+1)\, A(q)\, x(k) \\ & + v^T(k)(R + b^T P(k+1) b)\, v(k) \} . \end{aligned} \tag{13}$$

Từ điều kiện $dJ_2^0(k)/dv(k) = 0$ ta nhận được

$$v^0(k) = -(R + b^T P(k+1) b)^{-1}\, b^T P(k+1)\, A(q^*)\, x(k) , \tag{14}$$

trong đó q^* là vectơ thông số bật định làm cho $J_2^0(k)$ đạt giá trị lớn nhất. Thay (14) vào (13) ta tính $J_2^0(k)$, và viết kết quả dưới dạng tương tự (11):

$$J_2^0(k) = x^T(k)\,P(k)\,x(k)\,. \tag{15}$$

Ta tìm được công thức cho $P(k)$

$$\begin{aligned} x^T(k)\,P(k)\,x(k) = \sup_{q\in\Omega}\big\{x^T(k)\big[Q + A^T(q^*)\,P(k+1)\,A(q^*) - A^T(q^*)\,P(k+1)\,b \\ (R + b^T P(k+1)b)^{-1}\,b^T P(k+1)\,A(q^*)\big]\,x(k)\big\} \end{aligned} \tag{16}$$

Hoặc:

$$\begin{aligned} P(k) = A^T P(k+1)A - A^T P(k+1)b(R + b^T P(k+1)b)^{-1}\,b^T P(k+1)A \\ + Q + U(P(k+1),\,q^*)\,, \end{aligned} \tag{17}$$

trong đó:

$$\begin{aligned} U(P(k+1),\,q^*) = \sup_{q\in\Omega}\big\{\Delta A^T(q^*)\,S(k+1)A + A^T S(k+1)\Delta A(q^*) \\ + \Delta A^T(q^*)\,S(k+1)\Delta A(q^*)\big\} \end{aligned} \tag{18}$$

$$S(k+1) = P(k+1) - P(k+1)\,b(R + b^T P(k+1)b)^{-1}\,b^T P(k+1)\,. \tag{19}$$

Giá trị lớn nhất $U(P(k+1),\,q^*)$ được hiểu theo nghĩa:

$$\begin{aligned} x^T(k)\big\{\Delta A^T(q^*)\,S(k+1)A + A^T S(k+1)\Delta A(q^*) + \Delta A^T(q^*)S(k+1)\Delta A(q^*)\big\}x(k) \\ \le x^T(k)\,U(P(k+1),\,q^*)\,x(k),\ \ \forall q \in \Omega,\ \forall x(k)\,. \end{aligned} \tag{20}$$

Có thể tính $U(P(k+1),\,q^*)$ theo phương pháp trong [6]. Ta thấy (17) chính là phương trình Riccati rời rạc, bị biến dạng do có thêm số hạng $U(P(k+1),\,q^*)$ - phản ánh ảnh hưởng của bất định thông số. Cho giá trị bắt đầu $P(k+1)$ chọn tùy ý, nghiệm của phương trình (17) sẽ hội tụ tới ma trận $\overline{P}$ au một số bước tính. Ta nhận được điều khiển trễ tối ưu ma trận khuyếch đại hằng số (14)

$$v^0(k) = -K\,x(k)\,, \tag{21}$$

trong đó:

$$K = -(R + b^T\overline{P}b)^{-1}b^T\overline{P}A(q^*)\,. \tag{22}$$

Điều khiển tối ưu $u^0(k)$ phải tìm sẽ là

$$u^0(k) = v^0(k+L) = -K\,x(k+L)\,. \tag{23}$$

Việc còn lại là xác định vectơ trạng thái $x(k = L)$ của hệ thống. Ở đây ta không thể tính $x(k+L)$ từ $x(k)$ đo được và các số liệu lưu trữ trong bộ nhớ $u(k-1), u(k-2), ..., u(k-L)$ theo phương trình (1) như trong hệ thống với thông số biết chính xác [5], vì $A(q)$ là ma trận khoảng. Bằng phương pháp lập mô hình ta có thể tạo ra véc tơ $x(k+L)$ như trạng thái của hệ thống đang xét nhưng không có trễ $\tau = 0$). Bộ dự báo gồm có mô hình của quá trình với các thông số danh định, có trễ M_1 và không trễ M_2.

$$M_1 : \qquad x_1(k+1) = A\,x_1(k) + b\,u(k-L)\,, \tag{24}$$

$$M_2 : \qquad x_2(k+1) = A\,x_2(k) + b\,u(k)\,. \tag{25}$$

Vectơ $x_p(k)$ được tạo ra là

$$x_p(k) = x_1(k) - x_2(k) - x(k) - A[x_1(k-1) - x_2(k-1)]\,. \tag{26}$$

Từ (1), (24), (25), 926) ta có

$$x_p(k+1) = -[A(q)\,x(k) + b\,u(k)]\,. \tag{27}$$

Đấy chính là vectơ trạng thái của hệ thống không trễ ở thời điểm cắt mẫu thứ $k+1$ với dấu ngược lại. Suy ra: $x_p(k) = -x(k+L)$. Ta có thể chọn giá trị bắt đầu cho các phương trình (24), (25), (26) như sau: $x_1(-1) = x_2(-1) = 0$, $x_1(0) = x_2(0)$. Nếu trễ điều khiển τ tương đối lớn so với chu kỳ cắt mẫu T, nên thực hiện các mô hình M_1, M_2 bằng phần cứng.

2. Hệ thống với phản hồi đầu ra

Bài toán điều khiển tối ưu (7), (10) theo phản hồi đầu ra được giải trong [6]. Ta có

$$u^0(k) = v^0(k+L) = -K\,y(k+L)\,, \tag{28}$$

trong đó khuếch đại K được tính từ hệ phương trình:

$$P = (A + bKc^T)^T P\,(A + bKc^T) + Q + cK^T RKc^T + U(P, K)\,, \tag{29}$$

$$L = (A + bKc^T)\,L\,(A + bKc^T)^T + x(LT)\,x^T(LT) + V(L, K)\,, \tag{30}$$

$$K = (R + b^T Pb)^{-1}\,[b^T PALc + W(P, L)]\,(c^T Lc)^{-1}\,, \tag{31}$$

với

$$U(P, K) = \sup_{q\in\Omega} \left\{2(A + bKc^T)^T\,P\,\Delta A + \Delta A^T\,P\,\Delta A\right\}, \tag{32}$$

$$V(L, K) = \sup_{q\in\Omega} \left\{2(A + bKc^T)\,L\,\Delta A^T + \Delta A\,L\,\Delta A^T\right\}, \tag{33}$$

$$W(P, L) = \sup_{q\in\Omega} \left\{b^T\,P\,\Delta ALc\right\}. \tag{34}$$

Giá trị đầu ra $y(k+L)$ có thể tính nhờ bộ dự báo:

$$y_p(k) = y_1(k) - y_2(k) - y(k) - CA[x_1(k-1) - x_2(k-1)]\,, \tag{35}$$

trong đó:

$$y_1(k) = c^T x_1(k)\,, \quad y_2(k) = c^T x_2(k)\,, \tag{36}$$

$x_1(k-1)$, $x_1(k)$ và $x_2(k-1)$, $x_2(k)$ là các trạng thái của mô hình M_1 và M_2 ở trên.

Từ (35) ta thấy: so với bộ dự báo đầu ra truyền thống, ở đây có thêm số hạng $CA[x_1(k-1) - x_2(k-1)]$.

IV. KẾT LUẬN

Ta thấy: ngoài các mô hình M_1, M_2 như truyền thống, bộ dự báo trạng thái còn có thêm bộ nhân để tính $A[x_1(k-1) - x_2(k-1)]$. Ở bộ dự báo đầu ra cũng có những sửa đổi tưng tự. Ảnh hưởng của bất định thông số được phản ánh bằng số hạng $U(P(k+1), q^*)$ trong phương trình Riccati biến dạng (17), hoặc $U(P, K)$, $V(L, K)$ trong các phương trình Liapunov biến dạng (29), (30). So với phương pháp mở rộng trạng thái, ưu điểm ở đây là: các phương trình ma trận (17), (29), (30) chỉ có số chiều như trường hợp hệ thống không trễ. Phương pháp trên đây có thể áp dụng cho các trường hợp: trễ có dạng tổng quát $\tau = LT + \delta$, $0 \leq \delta \leq T$, hoặc bất định xuất hiện trong cả vectơ đầu bào b.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Vatanabe K., Ito M., *A process - model control for linear system with delay*, IEEE Trans. Autom. Contr., Vol. 26, No. 6 (1981) 1261-1269.
2. Pao A. M., *A modified Smith predictor and controller for unstable process with time-delay*, Int. J. Contr., Vol. 41, No. 4 (1985) 1025-1036.
3. Wang Z. Q., Skogestas S., *Robust control of time-delay systems using the Smith predictor*, Int. J. Contr., Vol. 57, No. 6 (1993) 1405-1420.
4. Chu Van Hy, Cao Tien Huynh, *DESIM - a program for design and simulation of digital control system with control delays*, IFAC / IMACS Workshop on Computer - Alded Control System Desgn, Alma - Ata, USSR, 20-24 June, 1989.
5. Chu Văn Hỷ, Nguyễn Trung Đồng, *Thiết kế hệ thống điều khiển số có trễ*, Hội nghị toàn quốc lần thứ 1 về Tự động hóa, Hà Nội, 20-22/4/1994.
6. Chu Văn Hỷ, *Thiết kế hệ thống điều khiển số tối ưu bền vững với phản hồi đầu ra*, Tạp chí Tin học và Điều khiển học, (1997).

Viện Công nghê thông tin
Trung tâm KHTN và CNQG

Nhận bài ngày 4-10-1996