Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 13, S. 1 (1997) (66–72)

VỀ SAI SỐ CỦA MÔ HÌNH MỜ

NGUYỄN CÁT HỒ, TRẦN THÁI SƠN

Abstract. Some researchers used a set of fuzzy conditional implications of the form of IF-THEN sentence with linguistic values to model a real process. Then it causes some errors of a fuzzy model, called model error. In this paper we have examined the model error, introduced a more stable method to determine it and investigated some its properties.

I - MỞ ĐẦU

Trong các nghiên cứu về lập luận xấp xỉ hay điều khiển mờ, tập các suy dẫn mờ có dạng mệnh đề IF - THEN với các biến ngôn ngữ được dùng để mô phỏng một quá trình thực. Tập các suy dẫn này có thể xem như một mô hình mờ và có thể dùng để mô tả quan hệ giữa các đại lượng vật lý. Các kết quả nghiên cứu của lý thuyết tập mờ cho thấy lý thuyết này tỏ ra khá hiệu quả trong các lĩnh vực có cấu trúc toán học yếu hoặc các phương pháp giải cổ điển quá phức tạp. Thí dụ trong các quá trình mà quan hệ đầu vào - đầu ra được mô tả bởi các từ thuộc ngôn ngữ tự nhiên do các chuyên gia đưa ra, phương pháp lập luận mờ tỏ ra hữu hiệu.

Mặt khác, khi sử dụng các phương pháp của lý thuyết tập mờ, vấn đề đáng được quan tâm là xem xét sai số có thể của mô hình, trên cơ sở đó đánh giá khả năng áp dụng mô hình. Kiska trong [3, 4] đã đưa ra tiêu chuẩn sai số trung bình bình phương (sau đây sẽ gọi là sai số Kiska cho gọn). Dựa trên tiêu chuẩn này, các tác giả của [3, 4] đã tiến hành phân loại 72 phép suy dẫn (xem [5]) thành 23 lớp. Cao và Kandel trong [1] đã phát triển tư tưởng này, đưa ra tiêu chuẩn mới (sau đây sẽ gọi là sai số Cao-Kandel) và khảo sát các phép tính suy dẫn nói trên theo tiêu chuẩn mới. Sai số Cao-Kandel được tính toán dựa trên số các giá trị của biến ngôn ngữ và độ dài giá đỡ (support) của hàm thuộc (membership function). Cách tính này còn một số nhược điểm, phản ánh chưa tốt sai số thực sự của mô hình. Trong bài này chúng tôi đưa ra một cách tính sai số mô hình mới dựa trên hàm thuộc của giá trị ngôn ngữ cho phép đánh giá chính xác và ổn định hơn sai số mô hình.

II - MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Để cho việc trình bày về sau được hệ thống, chúng tôi xin trình bày lại một số khái niệm cơ bản được dùng đến trong bài.

Cho tập U, được gọi là tập vũ trụ (Universal). Ánh xạ $\mu_A : U \to [0,1]$ xác lập tập (con) mờ A của U, ở đó $\mu_A(x)$ được gọi là hàm thuộc, xác định độ thuộc của phần tử $x \in U$ vào tập A. Giá trị của $\mu_A(x)$ càng gần 1 chứng tỏ x càng "thực sự" thuộc A và ngược lại, càng gần 0 càng chứng tỏ x khó có thể coi là thuộc A. Thí dụ A là tập mờ "trẻ", U là tập tất cả các tuổi từ 1 đến 200, khi đó có thể cho $\mu_A(13) = 1$, $\mu_A(25) = 0,7$, $\mu_A(30) = 0,5$, $\mu_A(60) = 0$, ... Giá đỡ của tập mờ (hay hàm thuộc) là tập mọi $x \in U$, sao cho $\mu_A(x) > 0$, ký hiệu là Support(A). Kích thước của giá đỡ được tính bằng $\max\{\rho(x,y) \mid x,y \in U, \mu_A(x) > 0, \mu_A(y) > 0\}$, ở đó $\rho(x,y)$ là khoảng cách giữa hai điểm x, y.

Biến ngôn ngữ là một khái niệm, được thể hiện bằng tập của các giá trị biến ngôn ngữ. Các giá trị của biến ngôn ngữ thường được biểu diễn bằng từ ngữ tự nhiên. Thí dụ biến ngôn ngữ *"tuổi"* = {*"già"*, *"trung niên"* , *"trẻ"*, *"rất trẻ"*...} với các giá trị biến ngôn ngữ *"già"*, *"trung niên"*, *"trẻ"*, *"rất trẻ"*... Mỗi giá trị của biến ngôn ngữ là một tập mờ. Thí dụ, tập mờ *"già"* có thể đặc trưng bằng hàm thuộc:

$$\mu_{\text{GIÀ}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{với } x < 50 \\ x/20 - 2,5 & \text{với } 50 \le x \le 70 \\ 1 & \text{với } x > 70 \end{cases}$$

Mệnh đề suy dẫn mờ là một mệnh đề có dạng IF $X = A$ THEN $Y = B$ thể hiện mối quan hệ nhân-quả giữa tiền đề $X = A$ và hệ quả $Y = B$, ở đó $X \in U$, $Y \in V$, U, V, A, B là những tập mờ, có thể là giá trị của biến ngôn ngữ. Thí dụ mệnh đề sau là mệnh đề suy dẫn mờ:

IF Cà chua = Đỏ THEN Cà chua = Chín

Tập các mệnh đề suy dẫn mờ liên kết với nhau bởi các phép nối logic ADN, OR... tạo nên mô hình mờ.

III - KHÁI NIỆM MỜ TRONG SAI SỐ MÔ HÌNH

Sai số mô hình là một đại lượng dùng để đo độ sai lệch có thể xảy ra khi sử dụng một mô hình nào đó biểu diễn quá trình thực nhằm giải quyết các bài toán thực tế. Sai số cực đại là giá trị lớn nhất có thể của sai số mô hình. Trong bài này chỉ xem xét sai số cực đại của mô hình mờ, từ đây sẽ gọi là sai số mô hình. Đối với mô hình mờ, có thể có nhiều cách khác nhau để xác định sai số mô hình.

Việc nghiên cứu sai số mô hình là rất quạn trọng để đánh giá khả năng áp dụng mô hình vào bài toán thực tế. Vấn đề đặt ra là phải xác định sai số mô hình như thế nào cho đúng đắn.

1. Sai số mô hình mờ của Cao và Kandel

Trong [1], Cao và Kandel đã xét mô hình mờ sau:

$$\begin{array}{llllll} \text{IF} & I = null & \text{THEN} & N = very\ large, & \text{ALSO} & \\ \text{IF} & I = zero & \text{THEN} & N = large, & \text{ALSO} & \\ \text{IF} & I = small & \text{THEN} & N = medium, & \text{ALSO} & (3.1) \\ \text{IF} & I = medium & \text{THEN} & N = small, & \text{ALSO} & \\ \text{IF} & I = large & \text{THEN} & N = zero, & \text{ALSO} & \\ \text{IF} & I = very\ large & \text{THEN} & N = zero, & & \end{array}$$

ở đó các biến ngôn ngữ *"null"*, *"zero"*, *"small"*,... *"very large"* là các tập mờ trên tập tất cả các giá trị có thể của các biến ngôn ngữ ứng với cường độ dòng điện vào I và tốc độ quay N của một mô tơ điện. Giả sử cường độ dòng điện thay đổi trong khoảng [0,00, 10,00] và tốc độ quay mô tơ thay đổi trong khoảng [400, 2000]. Cơ sở để xác định sai số mô hình là sự đánh giá biến ngôn ngữ để có một hàm đặc trưng tương ứng. Về nguyên tắc, mỗi mô tả giá trị của biến ngôn ngữ có một sai số riêng, thí dụ cường độ dòng điện *"very very small"* có nghĩa I có thể giao động trong khoảng 0,01 A và 0,1 A, sai số có thể là 0,09A, còn cường độ dòng điện *"large"* có nghĩa là I có thể giao động trong khoảng 7 A và 9 A, sai số có thể là 2 A. Tuy nhiên, để đơn giản, trong [1] đã giả thiết là mọi giá trị của biến ngôn ngữ đều có sai số như nhau. Khi đó, sai số mô hình xác định qua giá đỡ của hàm đặc trưng như sau: Vì biến N có 5 giá trị ngôn ngữ, trong đó giá trị *"zero"* và *"very large"* có độ rộng giá đỡ bằng nửa độ rộng giá đỡ các giá trị còn lại, sai số mô hình có thể tính bằng:

$$400 = (2000 - 400)/(0,5 + 1 + 1 + 1 + 0,5)$$

Nói cách khác, sai số mô hình ở đây được xác định theo khoảng cách cực đại giữa hai điểm của giá đỡ, độ lệch tối đa mà người ta có thể phạm phải khi sử dụng giá trị biến ngôn ngữ để đánh giá một giá trị thực.

Có thể thấy rằng sai số mô hình xác định bằng cách như vậy phụ thuộc vào số các giá trị của biến ngôn ngữ của phần kết luận trong mô hình và kích thước của các giá đỡ. Như sẽ thấy về sau, xuất phát từ một mô hình mờ với một tập các quy tắc ta có thể suy thêm được các quy tắc khác và do đó, tăng thêm số các giá trị của biến ngôn ngữ. Như vậy, không cần thêm thông tin bên ngoài, có thể làm giảm sai số mô hình theo cách của [1] đưa ra, chứng tỏ cách định nghĩa chưa

tốt của các tác giả. Thật vậy, giả sử ta có mô hình mờ sau đây:

$$\text{IF} \quad I = \textit{zero} \quad \text{THEN} \quad N = \textit{Very large}$$

$$\text{IF} \quad I = \textit{Small} \quad \text{THEN} \quad N = \textit{Large}$$

Theo [6], khi đó ta có thể suy ra mệnh đề sau chẳng hạn:

$$\text{IF} \quad I = \textit{Possible Small} \quad \text{THEN} \quad N = \textit{Possible Large}$$

Như vậy, rõ ràng số các giá trị của biến ngôn ngữ đã tăng lên (thêm hai) trong khi không có thông tin thêm nào từ bên ngoài.

Sau đây, chúng tôi sẽ đưa ra một cách định nghĩa sai số mô hình khác và so sánh với mô hình do [1] đưa ra.

2. Sai số mô hình xác định bởi việc định giá sai biến ngôn ngữ

Định nghĩa sai số mô hình của chúng tôi đưa ra dựa trên quan sát sau đây. Vì phải dùng các giá trị của biến ngôn ngữ để mô phỏng một quá trình thực, sai số quá trình nằm chính ở việc sử dụng các giá trị của biến ngôn ngữ, do đó, sai số này có thể xác định bởi hiệu số giữa giá trị thực biểu diễn giá trị của biến ngôn ngữ (do đa số công nhận) và giá trị ta lấy để biểu diễn trong trường hợp cụ thể. Thí dụ, nếu đa số công nhận rằng tốc độ quay của mô tơ $N = 800$ vòng/phút được coi là *nhỏ* thì khi ta đánh giá tốc độ quay $N = 600$ là *nhỏ*, sai số sẽ là 800 - 600 = 200. Với hàm thuộc của giá trị biến ngôn ngữ đã cho,có thể dễ dàng tính được sai số của mô hình theo cách nêu trên. Theo định nghĩa của hàm thuộc, giá trị của hàm thuộc tại một điểm cho thấy mức độ tương ứng của điểm ấy với giá trị biến ngôn ngữ mà hàm thuộc biểu diễn. Khi giá trị này đạt đến 1, mức độ tương ứng được coi là hoàn toàn. Thí dụ, trong bảng MF1 [1], có $N_{\text{medium}}\,(1200) = 1$, có nghĩa tốc độ quay của mô tơ đạt 1200 vòng/phút được đa số coi là trung bình. Do đó, để tính sai số khi ta coi mô tơ quay với tốc độ 900 là trung bình, chỉ cần lấy hiệu giữa 900 và 1200 (bằng 300). Trong trường hợp khi hàm thuộc đạt đến 1 tại nhiều giá trị của biến, có thể lấy giá trị trung bình của các giá trị đó làm đại diện.

Xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Trong mô hình mờ (3.1), chỉ có một giá trị B của biến ngôn ngữ mờ N được sử dụng. Nếu chỉ có một giá trị n duy nhất để cho $N_B(n) = 1$, ta sẽ gọi n là đại diện cho tập mờ B và ký hiệu là $r(B)$. Trong trường hợp có nhiều giá trị như n, $r(B)$ sẽ là trung bình của chúng. Khi đó sai số do sử dụng giá trị của biến ngôn ngữ mờ B sẽ được tính theo công thức:

$$\text{Error}(B) = \max\{|r(B) - n| \,\big|\, N_B(n) \geq 0,5\}$$

trong đó $\text{Error}(B)$ ký hiệu sai số có thể khi sử dụng giá trị biến ngôn ngữ B.

Thí dụ: Giả sử mô hình mờ được cho bởi luật suy diễn sau:

IF $I = Zero$ THEN $N = Very\ Large$ (VL)

Giả sử hàm thuộc của *"Very Large"* đã cho theo bảng MF1 [1]. Khi đó,

$$\text{Error}(B) = \max\{2000 - n \mid N_{\text{VL}}(n) \geq 0,5\} = 2000 - 1800 = 200.$$

Trường hợp 2: Trong mô hình mờ có nhiều giá trị của biến ngôn ngữ N được sử dụng. Trong trường hợp này, ta có thể xác định sai số khi dùng giá trị biến ngôn ngữ B trong ngữ cảnh sử dụng giá trị biến ngôn ngữ B'. Khác với sai số xác định theo cách trên, sai số ở đây được tính bằng hiệu giữa giá trị mà ở đó hàm thuộc B đạt 1 và giá trị mà ở đó hàm thuộc B bằng hàm thuộc B'. Lý do là ngoài khoảng đó, giá trị của hàm thuộc B sẽ lớn hơn giá trị của hàm thuộc B', tức khả năng mô tả nhầm một giá trị nào đó trong khoảng này là B' sẽ rất ít xảy ra, thông thường ta sẽ mô tả giá trị này là B. Có thể minh họa điều đó qua ví dụ sau đây. Giả sử ta có mô hình mờ:

IF $I = zero$ THEN $N = Very\ large$ (VL)

IF $I = Small$ THEN $N = Slightly\ very\ large$ (SVL)

Giả sử các hàm thuộc của *"large"* L, *"Very large"* VL và *"Slightly very large"* SVL được cho trong bảng sau:

Univers	04	05	···	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
VL	.00	.00	···	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.25	.50	.75	1.0
SVL	.00	.00	···	.00	.00	.00	.00	.25	.50	.75	1.0	.75	.50
L	.00	.00	···	.00	.00	.25	.50	.75	1.0	.75	.50	.25	.00

Để có thông tin về phụ thuộc của N vào I, sai số của hệ thống trong khoảng $[Zero,\ Small]$ của I phải được xác định bởi việc xác định các giá trị biến ngôn ngữ VL và SVL. Vì vậy, sai số mô hình cần được xác định bởi việc sử dụng giá trị biến ngôn ngữ VL trong bối cảnh sử dụng giá trị SVL và ngược lại. Như vậy, nếu $\text{Error}(B/B')$ là ký hiệu sai số xảy ra bởi dùng B trong bối cảnh B', theo lý luận ở trên có thể xác định như sau:

$$\text{Error(VL/SVL)} = 2000 - 1900 = 100$$

(Bởi vì tại điểm 1900 $N_{\text{VL}}(1900) = N_{\text{SVL}}(1900) = 0,75$). Nhận xét rằng, theo cách tính trường hợp 1, sai số sẽ là 200. Mặt khác, cũng có thể xảy ra trường hợp, khi $N_B(2000) = 1$, $N_B(1800) = 0,5$ và $N_B(1700) = N_{B'}(1700) = 0,25 < 0,50$. Trong trường hợp này, sẽ là hợp lý nếu coi sai số $\text{Error}(B/B') = \text{Error}(B)$. Tóm lại, có thể tính $\text{Error}(B/B')$ theo công thức sau:

$$\text{Error}(B/B') = \min\{\max\{|r(B) - n| \mid N_B(n) = N_{B'}(n)\}, \text{Error}(B)\}.$$

Bây giờ ta có thể đưa ra định nghĩa sai số mô hình sinh ra do sử dụng những giá trị của biến ngôn ngữ trong mô hình mờ. Ký hiệu sai số mô hình của mô hình mờ (3.1) là Error(3.1), ta có:

$$\text{Error}(3.1) = \max_{B} \min_{B'} \{\text{Error}(B/B')\},$$

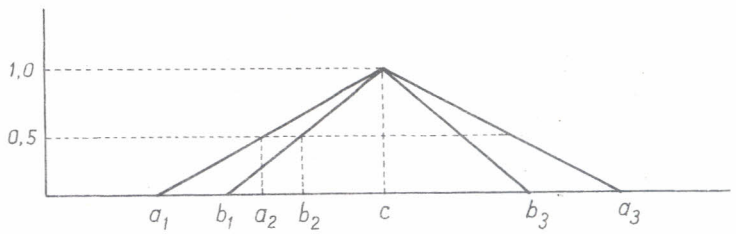
ở đó B, B' là các giá trị của biến ngôn ngữ trong (3.1).

IV - MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA SAI SỐ MÔ HÌNH TRONG SO SÁNH VỚI SAI SỐ MÔ HÌNH CAO-KANDEL

1. Sai số có tính ổn định hơn sai số theo cách tính của Cao và Kandel

Ta thấy sai số mô hình Error(3.1) được tính dựa trên hàm thuộc của giá trị biến ngôn ngữ, là một thông tin ổn định hơn so với giá đỡ của hàm. Thật vậy, ta có thể thay đổi hàm chút ít, nhất là ở phần mà tại đó hàm nhận giá trị rất bé (gần 0), sẽ không làm thay đổi ngữ nghĩa của giá trị biến ngôn ngữ mà hàm biểu diễn, do đó về mặt thực tế là chấp nhận được. Trong trường hợp này, Error(3.1) cũng hầu như không thay đổi, còn sai số Cao-Kandel có thể thay đổi nhiều. Nhìn chung, sai số Cao-Kandel sẽ thay đổi nhiều hơn so với Error(3.1). Ta có thể đưa ra thí dụ minh họa sau:

Xét trường hợp mô hình mờ chỉ có một giá trị biến ngôn ngữ, có hàm thuộc tương ứng dạng tam giác (là dạng phổ biến của hàm thuộc)



Theo cách tính của Cao-Kandel, sai số của mô hình trong trường hợp 1 (đường mảnh) sẽ bằng $a_3 - a_1$, trong trường hợp sau (đường đậm) sẽ là $b_3 - b_1$. Còn theo cách tính của chúng tôi, sai số tương ứng sẽ là $c - a_2$ và $c - b_2$. Dễ dàng thấy rằng $(a_3 - a_1) - (b_3 - b_1)$ sẽ lớn hơn hai lần $(c - a_2) - (c - b_2)$.

2. Sai số Error(3.1) sẽ nhỏ hơn sai số theo cách tính của Cao và Kandel

Theo cách tính của Cao-Kandel sai số của mô hình tính dựa trên khoảng cách hai điểm xa nhất trong giá đỡ của hàm đặc trưng, trong khi ở đây, khi tính Error(3.1) chỉ cần xem khoảng cách từ một điểm trong giá đỡ (với giá trị hàm thuộc lớn hơn 0,5) đến điểm có giá trị thuộc bằng 1. Cách tính sai số này, theo chúng tôi là hoàn toàn hợp lý, và do đó sẽ cho phép xác định chính xác hơn sai số mô hình. Thí dụ trên cũng minh họa rõ ràng điều đó.

Ngoài ra, sai số Cao-Kandel còn tỏ ra không tốt trong vấn đề liên quan đến đánh giá sai số của phép suy dẫn mờ mà chúng tôi sẽ nêu ra trong một bài sau.

V - KẾT LUẬN

Trong bài này, chúng tôi đã đưa ra một cách đánh giá sai số (cực đại) của mô hình mờ. Cách đánh giá này, dựa trên những quan sát về khả năng nhằn lẫn khi sử dụng các giá trị biến ngôn ngữ trong mô hình điều khiển các quá trình thực, theo chúng tôi là tốt hơn các cách đánh giá của các tác giả khác đã nêu trong bài. Trong một bài báo tới, chúng tôi sẽ phân tích kỹ các yếu tố ảnh hưởng đến độ chính xác của mô hình mờ, giúp cho việc sử dụng mô hình này hay mô hình khác trong các bài toán cụ thể có thêm các cơ sở vững chắc.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Cao Z., A. Kandel, *Applicability of some fuzzy implication operators*, Fuzzy Sets and Systems, **31** (1989), 151 - 186.
2. Dubois D., R. Martin - Clouaire, H. Prade, *Practical computing in fuzzy logic*, in Fuzzy Computing, Eds. M. M. Gupta and T. Yamakawa, Elsevier Science.
3. Kiszka J. B., M. E. Kochanska, D. S. Sliwinska, *The influence of some fuzzy implication operators on the accuracy of a Fuzzy model - Part I*, Fuzzy Sets and Systems, **15** (1985), 111 - 128.
4. Kiszka J. B., M. E. Kochanska, D. S. Sliwinska, *The infuence of some fuzzy impilication operators on the accuracy of a Fuzzy model - Part II*, Fuzzy Sets and Systems, **15** (1985), 223 - 240.
5. Mizumoto M., H. J. Zimmeermann, *Comparison of fuzzy reasoning methods*, Fuzzy Sets and Systems, **8** (1982), 253 - 283.
6. Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, *Lô gic mờ và quyết định mờ dựa trên Cấu trúc thứ tự của giá trị ngôn ngữ*, Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. IX, số 4 (1993).

Institute of Information Technology
National Centre for Science and Technology of Vietnam.

Nhận bài ngày 9-10-1996