

# ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU PHI TUYẾN SỬ DỤNG MẠNG NƠ RON

VŨ NHƯ LÂN

**Abstract.** In this paper the method of the nonlinear system Identification is presented by using multilayer neural networks.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Điều khiển tối ưu là cơ sở cho nhiều lĩnh vực ứng dụng. Tuy nhiên đối với hệ phi tuyến, việc giải phương trình qui hoạch hoạt động Hamilton-Jacobi-Bellman để tìm điều khiển tối ưu phi tuyến gặp nhiều khó khăn [2].

Trong bài báo đã sử dụng mạng nơ ron nhiều lớp nhận dạng đối tượng phi tuyến [1] trong quá trình điều khiển tối ưu.

## 2. ĐIỀU KHIỂN PHẢN HỒI TỐI ƯU PHI TUYẾN

Xét hệ:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (2.1)$$

ở đây  $x(k) \in R^n$ ,  $u(k) \in R^p$

$x(k)$  và  $u(k)$  biểu diễn vectơ trạng thái và vectơ điều khiển tại thời điểm  $k$ .

Đối với bài toán điều khiển bám (tracking control) tiêu chuẩn điều khiển có dạng.

$$J = \frac{1}{2} (x(N) - x_0)^T P(N) (x(N) - x_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} \{ (x(k) - x_0)^T Q (x(k) - x_0) + (u(k) - u_0)^T R (u(k) - u_0) \} \quad (2.2)$$

với  $u_0$  - vectơ điều khiển mong muốn

$x_0$  - vectơ trạng thái mong muốn

$P(N)$ ,  $Q$ ,  $R$  - các ma trận thực đối xứng xác định dương.

Điều khiển tối ưu phi tuyến sẽ đạt được khi giải phương trình qui hoạch động Hamilton-Jacobi-Bellman sau đây [2].

$$(2.3) \quad v(x(k)) = \min_{u(k)} \left\{ \frac{1}{2} (x(k) - x_0)^T Q (x(k) - x_0) + (u(k) - u_0)^T R (u(k) - u_0) + v(x(k+1)) \right\}$$

Ngoài ra có thể biểu diễn  $v(x(k))$  theo dạng:

$$(2.3a) \quad v(x(k)) = \frac{1}{2} (x(k) - x_0)^T P(k) (x(k) - x_0)$$

với lưu ý:

$$(2.3b) \quad v(x(N)) = \frac{1}{2} (x(N) - x_0)^T P(N) (x(N) - x_0)$$

Hơn nữa:

$$(2.4) \quad v(x(k+1)) = \frac{1}{2} (f(x(k), u(k)) - x_0)^T P(k+1) (f(x(k), u(k)) - x_0)$$

Để tìm nghiệm của (2.3). Thay (2.4) vào (2.3), lấy đạo hàm vé phải ở (2.3) và đặt bằng 0.

$$(2.5) \quad 2R(u(k) - u_0) + f_u^T(x(k), u(k))P(k+1)(f(x(k), u(k)) - x_0) + (f^T(x(k), u(k)) - x_0^T)P(k+1)f_u(x(k), u(k)) = 0$$

Phân rã  $f(x(k), u(k))$  lân cận  $u_0$  theo chuỗi Taylor, bỏ qua các số hạng bậc cao:

$$(2.6) \quad f(x(k), u(k)) = f(x(k), u_0) + f_u(x(k), u_0)(u(k))$$

Thay (2.6) vào (2.5), điều khiển tìm được có dạng:

$$(2.7) \quad u^*(k) = (R + f_u^T(x(k), u_0)P(k+1)f_u(x(k), u_0))^{-1} f_u^T(x(k), u_0)P(k+1) \cdot (f(x(k), u_0) - x_0)$$

Đến đây có thể sử dụng 2 mạng nơ ron nhiều lớp như ở [1] để xác định  $f(x(k), u_0)$  và  $f_u(x(k), u_0)$ . Có thể xấp xỉ.

$$(2.7a) \quad f_u(x(k), u_0) \approx f_u(x(k), u_0 + 1) - f_u(x(k), u_0)$$

vấn đề còn lại là xây dựng quan hệ giữa  $P(k)$  và  $P(k+1)$ . Tiếp tục phân rã  $f(x(k), u_0)$  theo chuỗi Taylor lân cận  $x_0$  và có thể lấy đến số hạng bậc 2 do trạng thái  $x(k)$  biến đổi nhanh hơn điều khiển  $u(k)$ :

$$(2.8) \quad f(x(k), u_0) = f(x_0, u_0) + f_x(x_0, u_0)(x(k) - x_0) + \frac{1}{2} f_{xx}(x_0, u_0)(x(k) - x_0)^2$$

Với:

$$(2.8a) \quad f_x(x_0, u_0) = f_x(x(k), u_0) \Big|_{x(k)=x_0}$$

$$(2.8b) \quad f_{xx}(x_0, u_0) = f_{xx}(x(k), u_0) \Big|_{x(k)=x_0}$$

Từ phương trình (2.3) và (2.3a), (2.3b) suy ra:

$$(2.9) \quad (x(k) - x_0)^T P(k)(x(k) - x_0) = \min_{u(k)} (x(k) - x_0)^T Q(x(k) - x_0) + (u(k) -$$

$$u_0)^T R(u(k) - u_0) + \frac{1}{2} (f(x(k), u(k)) - x_0)^T P(k+1) (f(x(k), u(k)) - x_0)$$

Thay (2.7) vào (2.9) rút ra:

$$(2.10) \quad P(k) = Q + (f_x^T(x_0, u_0) + \frac{1}{2} (x(k) - x_0)^T f_{xx}^T(x_0, u_0) \{K^T(x(k))RK(x(k)) +$$

$$(1 - f_u(x(k), u_0)K(x(k)))^T P(k+1)(1 - f_u(x(k), u_0)K(x(k))) \} (f_x^T(x_0, u_0) + \frac{1}{2} f_{xx}^T(x_0, u_0)(x(k) - x_0)$$

với điều kiện biên  $P(N)$ , trong đó:

$$(2.10a) \quad K(x(k)) = (R + f_u(x(k), u_0)P(k+1)f_u(x(k), u_0))^{-1} f_u^T(x(k), u_0)P(k+1)$$

Sử dụng (2.10a) vào (2.7), điều khiển tối ưu có thể viết dưới dạng:

$$(2.11) \quad u^*(k) = u_0 - K(x(k))f(x(k), u_0) - x_0$$

Như vậy điều khiển thu được (2.11) là điều kiện xấp xỉ tối ưu với việc dùng 2 mạng nơ ron xấp xỉ  $f(x(k), u_0)$  và  $f_u(x(k), u_0)$ .

### 3. KẾT LUẬN

Trong bài báo này xây dựng một bộ điều khiển xấp xỉ tối ưu phản hồi phi tuyến có sử dụng 2 mạng nơ ron dạng [1] để nhận dạng trong quá trình điều khiển hệ phi tuyến.

Có thể mở rộng tiếp cận này cho bài toán điều khiển phi tuyến hệ với thống số và cấu trúc chưa biết trước với việc sử dụng thêm mạng nơ ron nhận dạng cấu trúc và thông số.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] V. N. Lân, V. C. Hưng, Đ. T. Phú - Mạng nơ ron nhiều lớp với thuật học trên cơ sở lọc siêu Kalman mở rộng. Báo cáo tại Seminar (Những vấn đề điều khiển hiện đại), tháng 10 - 1997.
- [2]. A. Isdori. *Nonlinear Control Systems*. Springer Verlag, Berlin 1989.