Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.15, S.4 (1999), 19-25

ỨNG DỤNG THUẬT TOÁN TỰ THÍCH NGHI GẠT GIAO THOA TRONG KÊNH PHA ĐINH LỰA CHỌN

NGUYỄN HOÀI NAM

Abstract. Interference fading is one of the reason that causes the intersymbol interference. This is speccial serious in the High Speed Digital System. To reduce this problem, adaptive equalizer is used in receiver. This article is going to introduce adaptive equalizer signal processing algorithms in the fast fading condition.

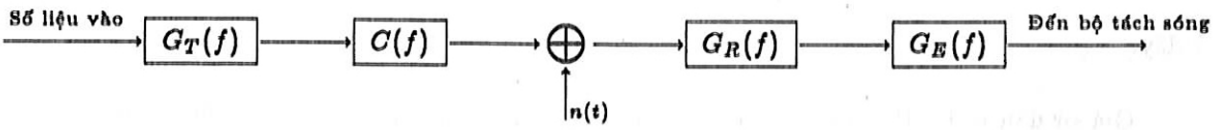
1. GIỚI THIỆU

Trong thực tế loại cân bằng thông dụng nhất để giảm giao thoa giữa các ký hiệu (ISI: Intersymbol Interference) là bộ lọc ngang tuyến tính có các hệ số có thể điều chỉnh được sau này gọi là bộ cân bằng. Việc điều chỉnh các hệ số này tuân theo những thuật toán khác nhau. Chính thuật toán quyết định tính chất điều khiển: tốc độ hội tụ, sai số điều chỉnh, độ ổn định,... trong các kênh thông tin số, đặc biệt kênh có tốc độ càng cao, môi trường truyền dẫn càng phức tạp thì xác suất lỗi của hệ thống phụ thuộc càng nhiều vào đặc tính pha đinh, vì chính nó là nguyên nhân gây ra ISI trong hệ thống. Trong những kênh như vậy người ta cố gắng tìm những thuật toán cho bộ cân bằng tốc độ hội tụ nhanh. Ngay những ngày đầu tiên của thông tin số ISI đã có những thuật toán gradient thống kê, phương pháp này đơn giản, tuy vậy tốc độ hội tụ tương đối chậm và nhạy đối với các thay đổi trong ma trận tương quan đầu vào. Bổ sung một số khiếm khuyết trên, có một thuật toán lọc tự thích nghi dựa vào tiêu chuẩn bình phương tối thiểu nhưng độ phức tạp tính toán lại hơn loại trên.

Về sau này tùy từng mục đích bài toán mà phải chọn thuật toán thích hợp. Bài toán của chúng ta đặt ra là tìm được thuật toán tương đối đơn giản nhưng đảm bảo tốc độ hội tụ cho phép.

2. MÔ HÌNH HỆ THỐNG

Hình 1 biểu thị mô hình hệ thống thông tin có bộ cân bằng. Trong đó: $G_T(f)$ là hàm truyền đạt của bộ lọc phát, $C(f)$ là hàm truyền đạt của kênh, $n(t)$ là nhiễu cộng, $G_R(f)$ là hàm truyền đạt của bộ lọc thu, $G_E(f)$ là hàm đáp ứng của bộ cân bằng.



Hình 1. Mô hình của hệ thống có sử dụng bộ cân bằng

Kênh được đặc trưng bằng đáp ứng tần số có dạng:

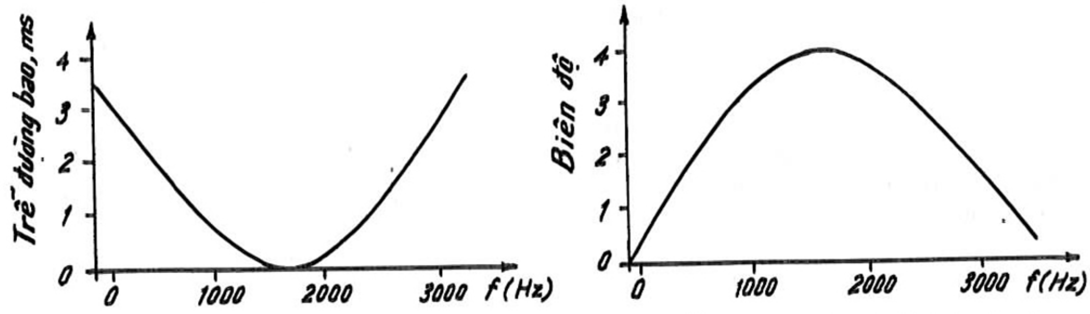
$$C(f) = A(f)\exp\left(j\,\theta(f)\right), \tag{1}$$

ở đây $A(f)$ là đáp ứng biên độ, $\theta(f)$ là đáp ứng pha. Đôi khi thay đáp ứng pha bằng thời gian trễ nhóm hay trễ đường bao:

$$\tau(f) = -\frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(f)}{df}. \tag{2}$$

Kênh số không méo nếu trong băng tần của tín hiệu truyền dẫn $A(f) = \text{const}$ và $\theta(f)$ là hàm tuyến tính theo f hoặc $\tau(f) = \text{const}$. Nếu không thỏa mãn các điều đó thì kênh bị méo và hiện tượng xuất hiện là các xung trong dãy xung được truyền đi ở đầu ra của kênh bị phủ lên nhau. Độ phủ này càng lớn nếu các xung càng đứng gần nhau có nghĩa là tốc độ truyền càng lớn. Hiện tượng phủ này gọi là ISI.

Hình 2 biểu diễn đặc tính biên độ và thời gian trễ trung bình của kênh điện thoại.



Hình 2. Đặc tính biên độ và thời gian trễ trung bình của kênh thoại

Xét đối với hệ thống băng gốc có nguồn bít là $\{b_i\}$, qua biến đổi mức để tạo ra dãy $\{A_i\}$ để điều chế xung phát $p(t)$, tạo ra $a(t)$

$$a(t) = \sum_i \lambda_i f(t - iT), \tag{3}$$

$$H(f) = \overline{G}(f).G(f).G_R(f), \tag{4}$$

$H(f)$: hàm truyền đạt của hệ thống từ đầu vào lọc phát đến đầu lọc thu.

Gọi $h(t)$ là đáp ứng xung tổng thể của hệ thống:

$$H(f) \Leftrightarrow h(t)$$
$$G_P(f) \Leftrightarrow p(t)$$
$$G(f) \Leftrightarrow g(t)$$
$$G_R(f) \Leftrightarrow r(t).$$

Vậy:

$$h(t) = p(t) * g(t) * r(t). \tag{5}$$

Tín hiệu đầu ra của bộ lọc thu kể cả nhiễu có dạng

$$y(t) = \sum_i h(t - iT) + \overline{n}(t), \tag{6}$$

ở đây:

$$\overline{n}(t) = r(t) * n(t).$$

Giả sử đầu ra lọc thu được lấy mẫu tại các thời điểm iT, vậy mẫu thứ k của tín hiệu là:

$$\begin{aligned} y(kT) &= \sum_i A_i h(kT - iT) + \overline{n}(kT) \\ &= A_k h(0) + \sum_{i \neq k} A_i h(kT - iT) + \overline{n}(kT). \end{aligned} \tag{7}$$

Thành phần thứ nhất bên phải của (7) là thành phần tín hiệu hữu ích, thành phần thứ hai là thành phần giao thoa giữa các ký hiệu, thành phần thứ ba là nhiễu cộng. Nhiệm vụ của bộ cân bằng ở đầu thu là giảm thành phần thứ hai trong (7).

3. CÂN BẰNG TỰ THÍCH NGHI

3.1. Thuật toán cân bằng

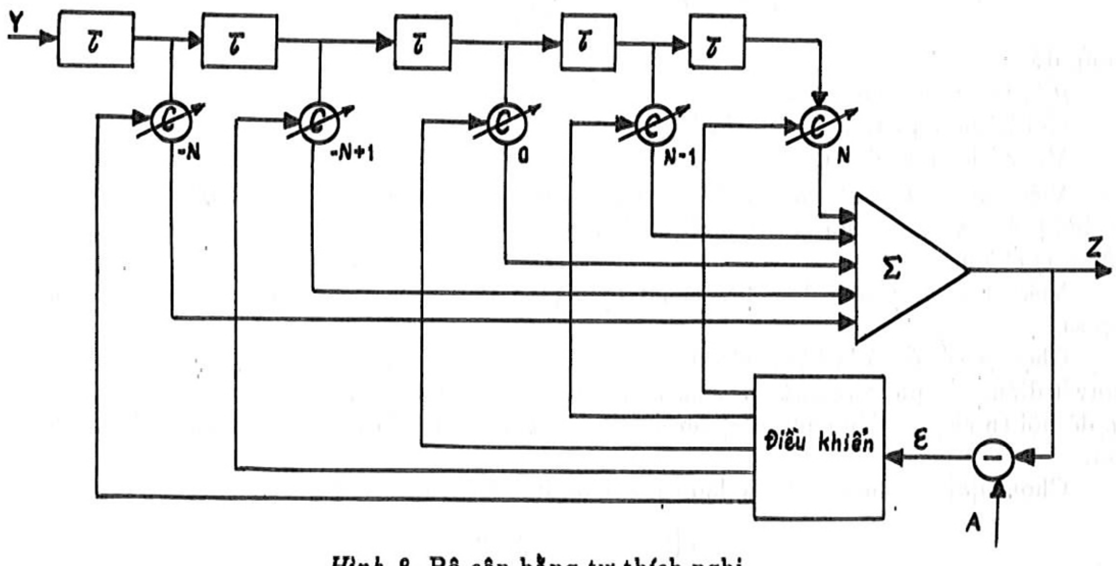
Cấu trúc chung của bộ cân bằng tự thích nghi là bộ lọc ngang mà các hệ số của nó được điều chỉnh theo thuật toán xác định để đảm bảo sao cho giao thoa dư giữa các ký hiệu ISI và nhiễu cộng ở đầu ra của bộ cân bằng là bé nhất. Bộ cân bằng tự thích nghi dựa vào tiêu chuẩn sai số trung bình bình phương bé nhất (MMSE) thực hiện mục tiêu này.

Hình 3 biểu thị cấu trúc tổng quát của một bộ cân bằng tự thích nghi. Nếu tín hiệu đầu vào bộ cân bằng tự thích nghi là $y(t)$, mỗi đốt trễ của bộ cân bằng thời gian trễ τ và các hệ số tiêu hao biến đổi C_n, lúc đó tín hiệu đầu ra bộ cân bằng có dạng:

$$Z(t) = \sum_{n=-N}^{N} C_n y(t - n\tau). \tag{8}$$

Ở đây số đốt của bộ cân bằng là $2N+1$, đầu ra của bộ cân bằng được lấy mẫu tại các thời điểm $t = mT$. Vậy:

$$Z(mt) = \sum_{n=-N}^{N} C_n y(mt - n\tau). \tag{9}$$



Hình 3. Bộ cân bằng tự thích nghi

Đáp ứng mong muốn ở đầu ra của bộ cân bằng tại $t = mT$, theo (7) là A_k, ở đây tại $k = m$ cho nên thay bằng A_m. Sai số đầu ra của bộ cân bằng chính là hiệu của A_m và $Z(mT)$:

$$\begin{aligned}
\text{MSE} = \varepsilon &= E[Z(mT) - A_m]^2 \\
&= E\Big[\Big(\sum_{n=-N}^{N} C_n y(mT - n\tau) - A_m\Big)^2\Big] \\
&= E\big[(Y^T C - A_m)^2\big].
\end{aligned} \tag{10}$$

Trong đó:

$$C = (C_{-N}, C_{-N+1}, \dots, C_{-1}, C_0, C_1, \dots, C_N)^T$$

là véctơ hệ số của bộ cân bằng,

$$Y = (Y_{-N}, Y_{-N+1}, \dots, Y_{-1}, Y_0, Y_1, \dots, Y_N)^T$$

là các thành phần của tín hiệu vào.

Thuật toán điều khiển sẽ điều chỉnh các hệ số để đạt mục tiêu MSE $\rightarrow$ min. Nghĩa là tìm C_{opt} nào đó để gradient của (10) bằng 0.

Gradient (10) cho ta:

$$R_y C - R_{AY} = 0. \tag{11}$$

Trong đó:

$$R_y = E[Y.Y^Y], \qquad R_{AY} = E[Y.A_m^T]. \tag{12}$$

R_y là ma trận cấp $(2N+1) \times (2N+1)$, R_{AY} là véc tơ cột $(2N+1)$ chiều.

Nếu ma trận R_y không suy biến, thì (11) có nghiệm duy nhất

$$C_{\text{opt}} = R_y{}^{-1}.R_{AY}\,. \tag{13}$$

Trong các bài toán thực tế để giải (11) cần phải tính ma trận nghịch đảo R_{AY}. Đây là một việc khá cồng kềnh, phức tạp, để giải quyết khó khăn đó người ta thường dùng phương pháp lặp.

Một trong những phương pháp lặp tương đối đơn giản là phương pháp gradient. Dựa vào phương pháp đó nghiệm của (11) ở bước lặp k có dạng:

$$C[k] = C[k-1] - \frac{1}{2}\mu[k].\nabla_C \varepsilon(C[k-1]). \tag{14}$$

Trong đó:

$\mu[k]$ là cỡ của bước lặp,

$\varepsilon[k]$ là giá trị của (10) ở bước lặp thứ k,

∇_C ký hiệu gradient theo $(2N+1)$ hệ số C.

Việc chọn $\mu[k]$ phải thỏa mãn sao cho thuật toán (14) hội tụ với giá trị $C[0]$ bất kỳ. Trong các bài toán kỹ thuật thường chọn $C[0]$ là một điểm nằm trên mặt phẳng MSE trong không gian $(2N+1)$ chiều.

Việc chọn $\mu[k]$ phải đảm bảo thuật toán (14) hội tụ ổn định, muốn vậy xảy ra mấy trường hợp sau:

Chọn $\mu[k]$ để nó là hằng số đủ nhỏ, trong trường hợp này $\nabla_C.\varepsilon[k] \rightarrow 0$ khi đó $C[k] \rightarrow$ opt. Khuyết điểm của phương pháp này là: nếu μ đủ nhỏ thì số bước lặp sẽ lớn, điều này tương ứng với tốc độ hội tụ chậm. Nếu chọn $\mu[k]$ tương đối lớn thì tốc độ hội tụ có thể nhanh, nhưng độ ổn định kém.

Chọn $\mu[k]$ là hàm của bước lặp thỏa mãn điều kiện Robbin-Monro:

$$\mu[k] > 0, \qquad \sum_k \mu^2[k] < 1 \tag{15}$$

sẽ đảm bảo (14) hội tụ với xác suất bằng 1.

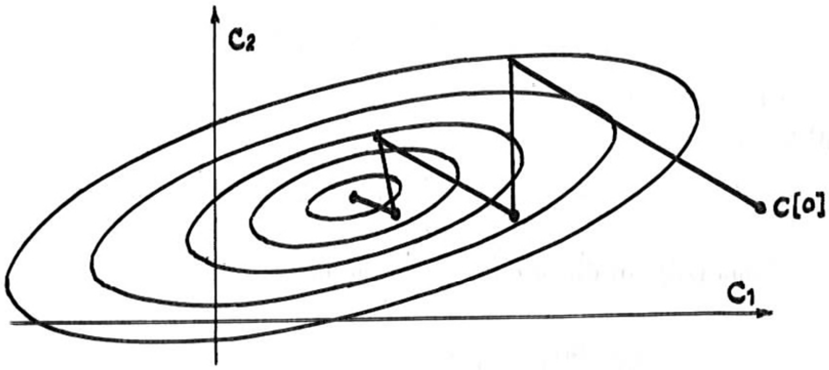
Hình 4 miêu tả đặc tính hội tụ của thuật toán gradient tối ưu hai chiều. Nói chung sự hội tụ của các véctơ hệ số của bộ cân bằng phải qua nhiều bước mới tiến tới Copt. Tuy vậy để tiệm cận gần tới giá trị tối ưu cũng phải tiến hành hàng trăm bước lặp. Trong các hệ thống thông tin số, việc ứng dụng các bộ cân bằng như vậy mỗi bước lặp tương ứng với một khoảng thời gian để gửi đi một ký hiệu, do đó để đạt được hội tụ cần phải hàng trăm bước lặp, mất khoảng một phần của giây.

Bộ cân bằng tự thích nghi cho kênh có các đặc tính biến đổi theo thời gian. Như vậy ISI cũng thay đổi theo thời gian. bộ cân bằng kênh phải bám theo sự biến đổi và điều chỉnh các hệ số C biến đổi phù hợp để giảm ISI.

Cũng chính do các tham số kênh biến đổi theo thời gian cho nên các ma trận R_y, R_{AY}, C_{opt} cũng thay đổi theo thời gian. Cho nên phải cần cải tiến (11) bằng cách sử dụng phương pháp đánh giá các thành phần gradient. Lúc đó (11) có dạng mới:

$$\hat{C}[k] = \hat{C}[k-1] - \frac{1}{2}\mu[k].\nabla_C.\varepsilon(C[k-1]). \tag{16}$$

Một câu hỏi cơ bản của bất cứ phương pháp lặp nào là liệu thuật toán có hội tụ không và để hội tụ thì chọn $\mu[k]$ như thế nào là tốt nhất. Mục tiếp theo sẽ giải quyết vấn đề đó.



Hình 4. Đặc tính hội tụ của thuật toán gradient hệ số hàm

3.2. Chọn cỡ điều khiển tối ưu

Để tiến tới trả lời câu hỏi trên, từ (10) với ma trận của các véctơ ngẫu nhiên chúng ta có:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= E(A_m - y^T C)^2\\ &= E(A^T A) - 2C^T E(Y.A) + C^T E(Y.Y^T).C\\ &= R_A - 2R_{YA}^T C + C^T R_y C.\end{aligned} \tag{17}$$

Từ (11):

$$\delta.C(k) = C[k] - C[k-1] = -\frac{1}{2}\mu[k]\nabla_C\varepsilon(C[k-1]). \tag{18}$$

Kết hợp (17) và (18) ta có:

$$\delta.C[k] = \mu[k](R_{YA} - R_y C[k-1]). \tag{19}$$

Từ (11) ta có:

$$R_y.C_{\text{opt}} = R_{AY}\,. \tag{20}$$

Thay (20) vào (19) ta có:

$$\delta.C[k] = \mu[k]R_y(C_{\text{opt}} - C[k-1]). \tag{21}$$

Ký hiệu:

$$\tilde{C}[k-1] = C[k-1] - C_{\text{opt}}\,. \tag{22}$$

Viết lại (21):

$$\delta.\tilde{C}[k] = -\mu[k]R_y\tilde{C}[k-1], \tag{23}$$

hoặc:

$$\tilde{C}[k] = (I - \mu[k]R_y\tilde{C}[k-1]).$$

Như vậy sai số hệ thống là một phương trình sai phân của véctơ và sử dụng phương pháp số để phân tích độ ổn định hoặc tốc độ hội tụ của nó.

Nhớ rằng nếu ma trận tương quan R_y xác định dương, có thể khai triển nó dưới dạng các véctơ riêng và giá trị riêng:

$$R_y = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i \vartheta_i \vartheta_i^T, \tag{24}$$

trong đó λ_i là giá trị tương ứng với các véctơ riêng ϑ_i thỏa mãn:

$$\vartheta_i \vartheta_j^T = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{khi } i = j \\ 0 & \text{khi } i \neq j \end{cases} \tag{25}$$

Thay (24) vào (23) ta có:

$$\delta.\widetilde{C}[k] = -\mu[k] \sum_{i=1}^{p} \lambda \vartheta_i \vartheta_j^T \widetilde{C}[k-1]. \tag{26}$$

Nhân vô hướng hai vế của (26) với ϑi, sử dụng (25), tìm được:

$$\delta.\vartheta_i^T \widetilde{C}[k] = -\mu \sum_{i=1}^{p} \lambda_i \vartheta_i \vartheta_j^T \widetilde{C}[k-1]. \tag{27}$$

Ký hiệu:

$$\vartheta_i^T \widetilde{C}[k] = \overline{\vartheta}_{k,i} \qquad 1 \leq i \leq p$$

thì (27) có dạng:

$$\delta.\overline{\vartheta}_{k,i} = -\mu[k].\lambda_i.\overline{\vartheta}_{k-1,i} \qquad 1 \leq i \leq p. \tag{28}$$

Từ (28) suy ra:

$$\overline{\vartheta}_{k,i} = (1 - \mu[k].\lambda_i)\overline{\vartheta}_{k-1,i} \qquad 1 \leq i \leq p.$$

Lặp liên tiếp cho ta:

$$\overline{\vartheta}_{k,i} = (1 - \mu[k].\lambda_i)\overline{\vartheta}_{0,i} \qquad 1 \leq i \leq p. \tag{29}$$

Để hội tụ thì:

$$\overline{\vartheta}_{k,i} \to 0 \text{ khi } k \to \infty \text{ với } 1 \leq i \leq p,$$

chúng ta cần:

$$|1 - \mu[k]|\, \lambda_i < 1 \text{ với } 1 \leq i \leq p$$

$$\Rightarrow -1 < 1 - \mu[k]\, \lambda_i < 1 \text{ với } 1 \leq i \leq p.$$

Điều này tương đương với:

$$0 \leq \mu[k]\, \lambda_{\min} < \mu[k]\, \lambda_{\max} < 2, \tag{30}$$

ở đây $\lambda_{\min}$ và $\lambda_{\max}$ là các giá trị riêng nhỏ nhất và lớn nhất của R_y. Từ đó rút ra thuật toán sẽ hội tụ nếu và chỉ nếu:

1. $\lambda_{\min} > 0$ tức là R_y có hạng đầy đủ. (31)
2. $\mu[k]\, \lambda_{\max} < 2$.

Từ (29) rút ra rằng, tốc độ hội tụ với i xác định phụ thuộc vào dáng điệu của $[1 - \mu[k].\lambda_i]$ so với 1 như thế nào. Như vậy toàn bộ tốc độ hội tụ được điều khiển bởi $\lambda_{\min}$ hoặc $\lambda_{\max}$ vì:

$[1 - \mu[k].\lambda_{\min}]$ gần nhất với $+1$,

$[1 - \mu[k].\lambda_{\max}]$ gần nhất với -1.

Nói chung tốc độ hội tụ cực đại xuất hiện khi chọn $\mu[k]$ thỏa mãn: $(1 - \mu[k]\, \lambda_{\min}) = 2 - (1 - \mu[k]\, \lambda_{\max})$

$$\mu_{\text{opt}}[k] = 2(\lambda_{\min} - \lambda_{\max})^{-1}. \tag{32}$$

4. KẾT LUẬN

Pha đinh luôn luôn là một hiện tượng tự nhiên gắn chặt với các hệ thống thông tin số tốc độ cao. Nó là một trong những nguyên nhân chủ yếu gây giảm sút chất lượng truyền tin của hệ thống. Khắc phục nó trong hoàn cảnh tốc độ truyền dẫn ngày càng cao là một bài toán cơ bản và khá nan giải. Trong phạm vi bài toán ngắn gọn, chúng tôi đã giới thiệu một biện pháp cân bằng tự thích nghi khá thích hợp hài hòa giữa yêu cầu tốc độ hội tụ tốc độ nhanh và thuật toán đơn giản.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Roger L. Freeman, *Telecommunication System Engineering*, Joln Wiley and Sons, Inc., 1986.

[2] Jerry D. Gibson, *Mobile Communication Handbook*, IEEE Press, 1996.

[3] Feher K., Digital modulation, *Technology in Interference Environment*, Vol. IX, Bon while Consuntants, Inc., 1997.

[4] Simon Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prenticce Hall International Edition, 1996.

[5] H. Vincent Poor, Gregory W. Wornell, *Wireless Communications*, Prenticce Hall International, Inc., 1998.

Nhận bài ngày 12 - 8 - 1998
Nhận lại sau khi sửa ngày 15 - 9 - 1999

Tổng công ty Bưu chính Viễn thông