*Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 15, S. 3 (1999), 73-79*

# LIÊN HỆ GIỮA NGUYÊN LÝ ENTROPY CỰC ĐẠI VÀ GIẢ THIẾT ĐỘC LẬP CÓ ĐIỀU KIỆN TRONG LOGIC XÁC SUẤT

HÀ ĐẶNG CAO TÙNG

**Abstract.** In the Probabilistic Logic, the single value of the truth probability of a sentence is calculated by adding some assumptions. By adding the Maximum Entropy Principle (MEP) the reasoning problem becomes a nonlinear optimization problem. In this note we assert the equivalence between the MEP and the Conditional Independence Assumption (CIA) and Randomness Assumption (RA) formulas for a class of Probabilistic Knowledge Base. Then instead of solving a nonlinear optimization problem to find the truth probability of a sentence, we can derive it from Calculus $C$ and some $CIA+RA$ formulas.

## 1. NHẬP ĐỀ

Cho một tập phán đoán $\Gamma = \{S_1, S_2, \ldots, S_L\}$ và một phán đoán $S$. Ta ký hiệu tập hợp các biến mệnh đề $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ xuất hiện trong $\{S_1, S_2, \ldots, S_L, S\}$ là $\Delta(\Gamma, S)$ hay ngắn gọn là $\Delta$. Ta gọi mỗi phép gán giá trị chân lý cho các biến trong $\Delta$ là một *thế giới có thể* (possible world [4]). Ký hiệu phân bố xác suất trên tập các thế giới có thể là $p = (p_1, p_2, \ldots, p_N)$, trong đó $N = 2^n$. Khi đó, *xác suất đúng* của $S$ là tổng xác suất của các thế giới có thể trong đó $S$ là *đúng*.

Trong *logic xác suất* (PL - Probabilistic Logic), từ *cơ sở tri thức* (KB - Knowledge Base) gồm xác suất đúng $p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)$ tương ứng của $S_1, S_2, \ldots, S_L$ người ta thường không thể xác định được xác suất đúng $p(S)$ của $S$ mà chỉ có thể xác định được cận trên và cận dưới của đoạn chứa $p(S)$. Tuy nhiên, trong [1], tác giả đã chứng minh rằng $p(S)$ hoàn toàn được xác định từ $p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)$ bằng công thức

$$p(S) = f\big(p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)\big) \tag{1}$$

nếu và chỉ nếu (1) được suy dẫn từ *Calculus C* gồm hai tiên đề:

$A_1$ $p(P)$ nếu $P$ là tautology (mệnh đề hằng đúng).

$A_2$ $p(P \vee Q) = p(P) + p(Q)$ nếu $\overline{P \wedge Q}$ là tautology.

Nói cách khác, nếu $p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)$ là đủ để xác định $p(S)$ thì chỉ cần sử dụng $A_1$ và $A_2$ là có thể dẫn xuất được $p(S)$ - đó chính là nội dung của *Calculus C*. Trong trường hợp $p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)$ không đủ để xác $p(S)$, người ta thường phải tính xấp xỉ $p(S)$ (như trong [3], [4]) hoặc phải bổ sung thông tin vào KB dưới dạng những giả thiết. Trong [4], Nilsson đã trình bày PL với nguyên lý Entropy cực đại (MEP - Maximum Entropy Principle). Theo đó, MEP sẽ được sử dụng để xác định một phân bố xác suất $p = (p_1, p_2, \ldots, p_N)$ trên tập các thế giới có thể. Giá trị của $p(S)$ thu được từ phân bố $p$ là một hàm của $p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)$:

$$p(S) = f_{\mathrm{MEP}}\big(p(S_1), p(S_2), \ldots, p(S_L)\big)\,. \tag{2}$$

Vấn đề đặt ra là liệu có thể thay thế MEP bởi một tập những công thức để cho việc lập luận bằng *Calculus C* cùng với nó cũng cho kết quả giống như (2). Trong lý thuyết xác suất, MEP thường được xét gắn liền với giả thiết độc lập có điều kiện (CIA - Conditional Independence Assumption). Ngoài ra, việc sử dụng CIA trong việc lập luận xấp xỉ với thông tin không chắc chắn cũng đã được bàn tới trong một vài nghiên cứu (xem chẳng hạn [2]).

CIA được phát biểu dưới dạng *"hai phán đoán A và B là độc lập tương ứng với điều kiện C"* và được biểu diễn bởi công thức:

$$p(A \wedge B \mid C) = p(A \mid C) \times p(B \mid C).$$

Tuy nhiên, dễ dàng thấy rằng có những trường hợp không thể tìm được công thức CIA nào có thể thay được MEP, chẳng hạn $\emptyset \vdash p(S) = \frac{1}{2}$. Khi đó ta xét một loại giả thiết nữa mà ta gọi là *giả thiết ngẫu nhiên* (RA - Randomness Assumption) (xem [1]). Giả thiết này được phát biểu dưới dạng công thức sau:

$$p(A|B) = \frac{1}{2}.$$

Trong [1], vấn đề về mối liên hệ giữa MEP và CIA được đặt ra như sau: *Cho tập phán đoán* $\Gamma = \{S_1, S_2, \dots, S_L\}$ *và một phán đoán* $S$. *Có thể xác định được hay không tập hợp* $\mathbf{H}$ *những công thức* CIA *và* RA *sao cho (2) được suy dẫn ta từ Calculus* $\mathcal{C}$ *và* $\mathbf{H}$*?* Bài nghiên cứu này cho câu trả lời khẳng định đối với vấn đề trên đối với một lớp cơ sở tri thức xác suất.

*Nhận xét.* Trong [4], thế giới có thể được xác định bằng vectơ cột các giá *trị phi mâu thuẫn* của $\{S_1, S_2, \dots, S_L, S\}$ - kết quả của việc xây dựng *cây ngữ nghĩa nhị phân* (binary semantic tree) tương ứng. Cách xác định như vậy có thể cho những kết quả không phù hợp với những ràng buộc xác buộc suất thường gặp.

Chẳng hạn, từ cơ sở tri thức (KB - Knowledge Base) $\mathbf{B} = \{\langle AB, \alpha \rangle\}$ với $0 \leq \alpha < 1$, tính riêng rẽ xác suất đúng của $A\overline{B}$, $\overline{A}B$, $\overline{A}\,\overline{B}$

$$p(A\overline{B}) = p(\overline{A}B) = p(\overline{A}\,\overline{B}) = \frac{1}{2}(1 - \alpha).$$

Để ý rằng $p(AB) = \alpha$, ta có:

$$p(AB) + p(A\overline{B}) + p(\overline{A}B) + p(\overline{A}\,\overline{B}) = 1 + \frac{1}{2}(1 - \alpha) > 1.$$

Bất đẳng thức này rõ ràng không phù hợp với ràng buộc xác suất thông thường: tổng xác suất của những biến cố đôi một rời nhau không vượt quá 1. Vì vậy, trong bài này, ta sẽ xét mỗi thế giới có thể của tập $\Gamma$ các phán đoán là một phép gán giá trị chân lý cho các biến mệnh đề xuất hiện trong $\Gamma$ như đã trình bày ở trên.

## 2. MỘT SỐ KẾT QUẢ

Trước khi nêu kết quả đạt được, ta đưa ra một số quy ước như sau:

1. Giả sử $\Gamma = \{S_1, S_2, \dots, S_L\}$ là một tập những mệnh đề. Sau đây, ta sử dụng ký hiệu $\Gamma^u$ để chỉ công thức dạng $S_1^{u_1} S_2^{u_2} \dots S_L^{u_L}$ ($S_i^1 = S_i$, $S_i^0 = \overline{S}_i$), trong đó $u = (u_1, u_2, \dots, u_L)$ là một vectơ các giá trị 0 và 1.
2. Ta nói rằng tập phán đoán $\Gamma$ là *đầy đủ* nếu mọi phép gán giá trị chân lý cho các phán đoán của nó đều là phi mâu thuẫn.
3. Giả sử tập các phán đoán $\Gamma$ được phân hoạch thành $m$ tập con

$$\Gamma_k = \{S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, \dots, S_{n_k}^{(k)}\}, \quad k = \overline{1, m},$$

sao cho $(\forall k \neq l)$ $(\forall i = \overline{1, n_k},\ \forall j = \overline{1, n_l})\ \neg\left(S_i^{(k)} S_j^{(l)}\right) =$ Tautology. Khi đó, ta nói rằng $\Gamma$ là *phân hoạch được thành những tập con loại trừ nhau từng cặp.*

**Định lý.** *Giả sử rằng Γ có thể phân hoạch được thành những tập con loại trừ nhau từng cặp và mỗi tập con phán đoán trong phân hoạch này của Γ đều là đầy đủ. Gọi* **H** *là tập những công thức* CIA *dạng:*

$$p\Big(\bigwedge_{i\in I} S_i^{(k)} \Big| \bigwedge_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{m}\Big(\bigwedge_{j\in\overline{n_l}} \overline{S_j^{(l)}}\Big)\Big) = \prod_{i\in I} p\Big(S_i^{(k)} \Big| \bigwedge_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{m}\Big(\bigwedge_{j\in\overline{n_l}} \overline{S_j^{(l)}}\Big)\Big) \quad (\forall k=\overline{1,m})\ (\forall I\subseteq \overline{n_k}), \tag{3}$$

*trong đó,* $\overline{n_l} = \{1,2,\dots,n_l\}$. *Khi đó, với mỗi phán đoán* $S$*, giá trị của* $p(S)$ *được suy dẫn từ* $C+\mathbf{H}$ *và từ* $PL+MEP$ *là như nhau.*

Trước khi chứng minh định lý, ta chứng minh bổ đề sau:

**Bổ đề.** *Giả sử rằng* $(\forall k=1,\dots,m)$ $(\forall i=1,\dots,n_k)$ $0\le \alpha_i^{(k)}\le 1$ *thỏa mãn điều kiện*

$$\sum_{k=1}^{m}\Big(\max_{1\le i\le n_k}\big(\alpha_i^{(k)}\big)\Big)\le 1. \tag{4}$$

*Khi đó, hệ phương trình sau đối với* $t, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{k=1}^{m}\xi_k-(n-1)t=1 \\ \displaystyle\xi_k\prod_{i=1}^{n_k}\Big(1-\frac{\alpha_i^{(k)}}{\xi_k}\Big)=t \qquad k=1,\dots,m \end{cases} \tag{5}$$

*có nghiệm duy nhất.*

*Chứng minh.* Với mỗi $k=1,\dots,m$, ta xét hàm sau (với $x>0$):

$$f_k(x)=x\times\prod_{i=1}^{n_k}\Big(1-\frac{\alpha_i^{(k)}}{x}\Big).$$

Dễ dàng thấy rằng $f_k(x)$ liên tục và tăng nghiêm ngặt nên hàm ngược $f_k^{-1}(t)$ tồn tại, liên tục và cũng tăng nghiêm ngặt.

Với $t_1=0$, ta có

$$\forall k,\ f_k\Big(\max_{i\in\overline{n_k}}\big(\alpha_i^{(k)}\big)\Big)=0 \Rightarrow f_k^{-1}(0)=\max_{i\in\overline{n_k}}\big(\alpha_i^{(k)}\big). \tag{6}$$

Với $t_2=\max\limits_{k=\overline{1,m}}\Big(\prod\limits_{i\in\overline{n_k}}\big(1-\alpha_i^{(k)}\big)\Big)$, ta có

$$\prod_{i\in\overline{n_k}}\big(1-\alpha_i^{(k)}\big)\le t_2 \Rightarrow 1=f_k^{-1}\Big(\prod_{i\in\overline{n_k}}\big(1-\alpha_i^{(k)}\big)\Big)\le f_k^{-1}(t_2). \tag{7}$$

Xét hàm

$$F(t)=\sum_{k=1}^{m}f_k^{-1}(t)-(m-1)t,$$

ta có

$$F(t_1)=F(0)\overset{(6)}{=}\sum_{k=1}^{m}\Big(\max_{i\in\overline{n_k}}\big(\alpha_i^{(k)}\big)\Big)-(m-1)0\overset{(4)}{\le}1\le m-(m-1)t_2\overset{(7)}{\le}\sum_{k=1}^{m}f_k^{-1}(t_2)-(m-1)t_2=F(t_2).$$

Từ tính liên tục của $F$ ta có $\exists t^*|F(t^*) = 1$. Đặt $f_k^{-1}(t^*) = \xi_k$, dễ dàng thấy rằng hệ (5) có nghiệm $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m, t^*)$. Để ý rằng $t(\xi_k) \leq 1$ $(\forall k)$, ta thấy rằng vế trái của phương trình đầu trong (5) là hàm tăng. Từ đó suy ra tính duy nhất của nghiệm tìm được. □

*Chứng minh định lý.* Giả sử $\Gamma$ phân hoạch được thành những tập con loại sau đây và mỗi tập con này là đầy đủ:

$$\{S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, \ldots, S_{n_k}^{(k)}\}, \quad k = \overline{1, m}$$

sao cho $(\forall k \neq l)$ $(\forall i = \overline{1, n_k}, \forall j = \overline{1, n_l})$ $\neg(S_i^{(k)}, S_j^{(l)}) =$ Tautology. Khi đó, ta có hệ ràng buộc trong PL như sau:

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{m} \left( \sum\limits_{i=1}^{2^{n_k}} p_i^{(k)} \right) = 1 \\ \sum\limits_{i=1}^{2^{n_k}} u_{ji}^{(k)} p_i^{(k)} = \alpha_j^{(k)} \quad (k = \overline{1, m})\ (j = \overline{1, n_k}) \end{cases}$$

Bằng phép đổi biến

$$p_i^{(k)} = a_0 \prod_{u_{ji}^{(k)} = 1} a_j^{(k)} \quad (k = \overline{1, m})\ (i = 1, \ldots, 2^{n_k}),$$

MEP cho ta hệ phương trình

$$\begin{cases} a_0 \left[ \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_1}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(1)} \right) + \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_2}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(2)} \right) + \cdots + \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_m}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(m)} \right) \right] = 1 \\ a_0 a_j^{(k)} \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_k} \setminus \{j\}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(k)} \right) = \alpha_j^{(k)} \quad (k = \overline{1, m})\ (j = \overline{1, n_k}), \end{cases}$$

trong đó $\overline{n_k} = \{1, 2, \ldots, n_k\}$.

Ta có thể tính được $a_0$ (đóng vai trò $t$) và các $\xi_k$ trong bổ đề sao cho

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{m} \xi_k = 1 \\ \xi_k \prod\limits_{i=1}^{n_k} \left( 1 - \dfrac{\alpha_i^{(k)}}{\xi_k} \right) = a_0, \quad k = 1, \ldots, m. \end{cases}$$

Với mỗi $k = 1, \ldots, m$, ta xét hệ

$$\begin{cases} a_0 \left[ \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_k}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(k)} \right) \right] = \xi_k \\ a_0 a_j^{(k)} \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_k} \setminus \{j\}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(k)} \right) = \alpha_j^{(k)} \quad (j = \overline{1, n_k}). \end{cases}$$

Đặt

$$\frac{a_0}{\xi_k} = a_0^{(k)}.$$

Chia cả hai vế của mỗi phương trình cho $\xi_k$, ta thu được các hệ phương trình tương ứng với $k = 1, \ldots, m$

$$\begin{cases} a_0^{(k)} (a_j^{(k)} + 1) \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_k} \setminus \{j\}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(k)} \right) = 1 \\ a_0^{(k)} a_j^{(k)} \sum\limits_{I \subseteq \overline{n_k} \setminus \{j\}} \left( \prod\limits_{i \in I} a_i^{(k)} \right) = \beta_j^{(k)} \ \left(= \dfrac{\alpha_j^{(k)}}{\xi_k}\right) \quad (j = \overline{1, n_k}). \end{cases}$$

Mỗi hệ này có nghiệm

$$\begin{cases} a_0^{(k)} = \prod_{j\in\overline{n_k}} (1-\beta_j^{(k)}) \\ a_j^{(k)} = \dfrac{\beta_j^{(k)}}{1-\beta_j^{(k)}} \qquad (j=\overline{1,n_k}) \end{cases}$$

Từ đó,

$$p_i^{(k)} = a_0 \prod_{u_{ji}^{(k)}=1} a_j^{(k)} = \xi_k \times \prod_{u_{ji}^{(k)}=1} \beta_j^{(k)} \times \prod_{u_{ji}^{(k)}=0} (1-\beta_j^{(k)}) \qquad (k=\overline{1,m})\ (i=1,\dots,2^{n_k}). \tag{8}$$

Ta còn phải chỉ ra rằng (8) chính là kết quả thu được từ $C$ và những công thức CIA có dạng (3). Thật vậy, đặt

$$Q_k = \bigwedge_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{m} \Big( \bigwedge_{j\in\overline{n_l}} \overline{S_j^{(l)}} \Big) = \bigwedge_{\substack{j\in\overline{n_l}\\ l=\overline{1,m},\ l\neq k}} \overline{S_j^{(l)}}, \qquad p(Q_k)=\xi_k, \tag{9}$$

ta có $\forall k=\overline{1,m},\ \forall i\in\overline{n_k}$,

$$S_i^{(k)} = S_i^{(k)} Q_k \vee S_i^{(k)}\overline{Q_k} = S_i^{(k)} Q_k \vee S_i^{(k)} \overline{\bigwedge_{\substack{j\in\overline{n_l}\\ l=\overline{1,m},\ l\neq k}} \overline{S_j^{(l)}}} = S_i^{(k)} Q_k \vee S_i^{(k)} \bigvee_{\substack{j\in\overline{n_l}\\ l=\overline{1,m},\ l\neq k}} S_j^{(l)}$$

$$= S_i^{(k)} Q_k \vee \bigvee_{\substack{j\in\overline{n_l}\\ l=\overline{1,m},\ l\neq k}} (S_i^{(k)} S_j^{(l)}) = S_i^{(k)} Q_k .$$

$$p(S_i^{(k)}|Q_k) = \frac{p(S_i^{(k)}Q_k)}{p(Q_k)} = \frac{p(S_i^{(k)})}{p(Q_k)} = \frac{p(S_i^{(k)})}{\xi_k} = \frac{\alpha_i^{(k)}}{\xi_k} = \beta_i^{(k)}.$$

Từ (9)

$$\forall k=\overline{1,m},\ \ \forall I\in\overline{n}_k,\ \ p\Big(\bigwedge_{i\in I} S_i^{(k)}|Q_k\Big) = \prod_{i\in I} p(S_i^{(k)}|Q_k).$$

Khi đó, với mọi vectơ phi mâu thuẫn $u_i^{(k)}$, ta có

$$p_i^{(k)} = p(\Gamma^{u_i^{(k)}}) = p\Big[Q_k \bigwedge_{j\in\overline{n_k}} (S_j^{(k)})^{u_{ji}^{(k)}}\Big] = p(Q_k)p\Big[\bigwedge_{j\in\overline{n_k}} (S_j^{(k)})^{u_{ji}^{(k)}}|Q_k\Big]$$

$$= p(Q_k) \prod_{j\in\overline{n_k}} p\Big[(S_j^{(k)})^{u_{ji}^{(k)}}|Q_k\Big] = \xi_k \prod_{\substack{j\in\overline{n_k}\\ u_{ji}^{(k)}=1}} p(S_j^{(k)}|Q_k) \times \prod_{\substack{j\in\overline{n_k}\\ u_{ji}^{(k)}=0}} p\Big(\overline{S_j^{(k)}}|Q_k\Big)$$

$$= \xi_k \prod_{\substack{j\in\overline{n_k}\\ u_{ji}^{(k)}=1}} \beta_j^{(k)} \times \prod_{\substack{j\in\overline{n_k}\\ u_{ji}^{(k)}=0}} (1-\beta_j^{(k)}).$$

Kết quả này hoàn toàn phù hợp với (8). Phép chứng minh kết thúc. □

**Hệ quả.** *Giả sử rằng* $\Gamma = \{S_1, S_2, \dots, S_L\}$ *là tập phán đoán đầy đủ. Khi đó, tập* **H** *được nêu trong định lý gồm các công thức CIA có dạng sau:*

$$p\Big(\bigwedge_{i\in I} S_i\Big) = \prod_{i\in I} p(S_i), \quad \forall I \subseteq \{1, 2, \dots, L\}.$$

*Chứng minh.* Dễ dàng thấy rằng hệ quả này là trường hợp đặc biệt của định lý đã nêu trong trường hợp $m = 1$. □

Lưu ý rằng khi áp dụng hệ quả này, nếu phán đoán đích (*goal*) $S$ chứa biến mệnh đề $A$ nào đó không xuất hiện trong $\Gamma$ thì ta cần bổ sung vào **H** công thức RA:

$$p(A) = \frac{1}{2}.$$

Một cách tổng quát: Nếu $v$ và $w$ là hai thế giới có thể dẫn xuất ra cùng một vectơ phi mâu thuẫn thì ta cần bổ sung vào **H** công thức RA:

$$p(\Delta^v | \Delta^v \vee \Delta^w) = \frac{1}{2}. \tag{10}$$

**Thí dụ.** Cho $p(C) = \alpha$, $p(AC \vee B) = \beta$. Đặt $S_1 = C$, $S_2 = AC \vee B$ Tập $\{C, AC \vee B\}$ là đầy đủ. Khi đó **H** gồm những công thức sau

$$p(S_1S_2) = p(S_1)p(S_2),$$
$$p(B|AC) = p(A|BC) = p(A|\overline{B}\,\overline{C}) = p(A|B\overline{C}) = \frac{1}{2}.$$

Với $S = AB$, từ $C + \mathbf{H}$ ta thu được

$$\left.\begin{array}{l} p(B|AC) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(ABC) = \frac{1}{2}p(AC) \Rightarrow p(ABC) = p(A\overline{B}C) \\ p(A|BC) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(ABC) = \frac{1}{2}p(BC) \Rightarrow p(ABC) = p(\overline{A}BC) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p(ABC) = \frac{1}{3}(p(ABC) + p(A\overline{B}C) + p(\overline{A}BC)) = \frac{1}{3}p(ABC \vee A\overline{B}C \vee \overline{A}BC) = \frac{1}{3}p((A \vee B)C),$$

$$p(A|B\overline{C}) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(AB\overline{C}) = \frac{1}{2}p(B\overline{C}).$$

Từ đó, ta tính được

$$\begin{aligned} p(AB) &= p(ABC \vee AB\overline{C}) = p(ABC) + p(AB\overline{C}) = \frac{1}{3}p((A \vee B)C) + \frac{1}{2}p(B\overline{C}) \\ &= \frac{1}{3}p(C(AC \vee B)) + \frac{1}{2}p(\overline{C}(AC \vee B)) = \frac{1}{3}p(S_1S_2) + \frac{1}{2}p(\overline{S}_1S_2) \\ &= \frac{1}{3}p(S_1)p(S_2) + \frac{1}{2}p(\overline{S}_1)p(S_2) = \frac{1}{6}\beta(3 - \alpha). \end{aligned}$$

Dễ dàng thấy rằng đó cũng chính là kết quả được tính từ PL+MEP.

## 3. KẾT LUẬN

Như vậy, ta đã cho câu trả lời khẳng định đối với vấn đề được đặt ra về khả năng thay MEP bằng các công thức CIA và RA trong logic xác suất đối với một lớp không tầm thường các phán đoán. Nói cách khác, bài báo đã chỉ ra một lớp khá rộng các cơ sở tri thức xác suất, trong đó người ta có thể thay thế việc giải bài toán tối ưu phi tuyến (nếu sử dụng MEP) bằng việc dẫn xuất $p(S)$ từ *Calculus C* và tập công thức **H** được chỉ ra trong định lý.

Ngoài ra, trong phần đầu bài báo cũng đã đưa ra cách xác định các *thế giới có thể* nhằm khắc phục tình trạng sự thiếu nhất quán trong lập luận nếu định nghĩa *thế giới có thể* dựa trên việc xây dựng *cây ngữ nghĩa nhị phân* (như trong [4]).

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] P. D. Dieu P. D., On a Theory on Interval-Valued Probabilistic Logic, *Research Report* (Vietnam NCSR), 1991.

[2] B. N. Grosof, An inequality paradigm for probabilstic knowledge: the logic of conditional probability intervals, in: Kanal L. N. and Lemmer J. R. (eds), *Uncertainty in Artidicial Intelligence* (North Holland, Amsterdam), 1996, 259-274.

[3] H. Guggenheimer and R. S. Feedman, Foundation of prpbabilistic logic, *Proceedings of 10th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1987, 939-941.

[4] N. J. Nilsson, Probabilistic logic, *Artificial Intelligence* **28** (1986) 71-87.

[5] H. D. C. Tung, Interval-valued probabilistic logic for a class of Horn clauses, *Vietnam J. Math.* **25** (3) (1997) 241-252.

*Nhận bài ngày 20 - 6 - 1999*
*Nhận lại sau khi sửa ngày 4 - 9 - 1999*

*Trường Cao đẳng Sư phạm Hà Nội*