Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.15, S.3 (1999), 18–23

TỐI ƯU HÓA SỬ DỤNG MẠNG NƠ RON VÀ ỨNG DỤNG TRONG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

CHU VĂN HỶ

Abstract. This paper reviews the theoretical basis for using neural networks to optimization, and presents two applications in automatic control: on-line identification and pole assignment synthesis of linear systems.

1. MỞ ĐẦU

Khi nghiên cứu tính chất ổn định của mạng nơ ron Grosberg - được mô tả bằng các phương trình vi phân phi tuyến phụ thuộc chéo, Cohen và Grosberg (1983) đã xác lập điều kiện tồn tại một hàm Liapunov - đảm bảo cho mạng tiến đến trạng thái ổn định từ trạng thái ban đầu bất kì [5]. Liên hệ với một số hệ thống vật lí, hàm Liapunov này còn được gọi là hàm năng lượng. Một trường hợp của mô hình tổng quát Grosberg đã được Hopfield độc lập nghiên cứu. Hopfield không những đã tìm ra biểu thức cho hàm năng lượng E (1984), mà còn cùng với Tank (1985) nhận thấy khả năng sử dụng vào tính toán tối ưu. Bởi vì mạng nơ ron sẽ tiến đến trạng thái ổn định - ở đó hàm năng lượng đạt cực tiểu, nên có thể thiết kế một mạng để cực tiểu hóa hàm mục tiêu J, bằng cách đặt $J = E$, và tìm mối liên hệ giữa các biến của chúng. Người ta gọi phương pháp này là tối ưu hóa không thuật toán. Hopfield và Tank đã minh họa một số ứng dụng: bài toán tìm đường đi cho người bán hàng, xử lí tín hiệu, qui hoạch tuyến tính. Đến nay đã có hàng loạt kết quả trong nhiều lĩnh vực, như: nhận dạng đối tượng, tối ưu hóa tổ hợp, điều khiển tối ưu các hệ thống với tham số thay đổi theo thời gian v.v... Tuy nhiên, sử dụng mạng nơ ron cho giải các bài toán tối ưu trong thực tiễn còn gặp những khó khăn chính sau đây:

1. Phương pháp không đảm bảo đạt cực tiểu toàn cục. Để giải quyết vấn đề này, người áp dụng kĩ thuật "ủ mô phỏng" (Simulated Annealing). Ý tưởng bắt nguồn từ kinh nghiệm ủ các vật thể kim loại được nung nóng gần đến nhiệt độ nóng chảy - trong luyện kim [4]. Trường hợp mạng Hopfield rời rạc với luật cập nhật ngẫu nhiên áp dụng ủ mô phỏng - gọi là máy Boltzmann. Mạng có khả năng thay đổi đến trạng thái năng lượng cao hơn. Do đó có thể thoát ra khỏi điểm cực tiểu cục bộ để đạt cực tiểu toàn cục. Hiện nay, ta thường sử dụng kĩ thuật ủ mô phỏng tiền định [8] - đơn giản và hiệu quả hơn. Mới đây đã có các công trình nghiên cứu "cứng hóa" ủ mô phỏng [1].
2. Chọn các hệ số mục tiêu và hệ số ràng buộc thích hợp để nhận được một lời giải tốt, gần tối ưu - nói chung khá phiền phức, chủ yếu dựa vào thực nghiệm, còn thiếu một phương pháp tổng quát, có hiệu quả [6].

Để giải bài toán tối ưu hóa, trực tuyến nhờ các mạng nơ ron, đến nay chủ yếu sử dụng loại mạng Hopfield. Nhưng, hàm năng lượng gốc do Hopfield đưa ra có dạng song tuyến, nên trong một số trường hợp cần phải sửa lại, hoặc thành lập mới [7]. Trong bài này, chúng tôi trình bày phương pháp cơ bản cho cực tiểu hóa hàm nhiều biến với các ràng buộc đẳng thức. Sau đó giới thiệu các ứng dụng: nhận dạng trực tuyến [2], điều khiển tối ưu - đặt cực hệ thống tuyến tính có tham số thay đổi [9] - là những vấn đề khó có thể giải quyết bằng các phương pháp kinh điển.

2. CỰC TIỂU HÓA HÀM SỐ NHIỀU BIẾN SỬ DỤNG MẠNG NƠ RON

Ta xét mạng Hopfield liên tục gồm n nơ ron

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{R_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} w_{ij} V_j + I_i . \tag{1}$$

Trong đó: U_i là mức kích hoạt, C_i là điện dung màng, R_i là trở kháng, w_{ij} là trọng số nối giữa nơ ron thứ i với nơ ron thứ j, I_i là đầu vào ngoài, V_i là đầu ra:

$$V_i = a_i(\lambda U_i). \tag{2}$$

Hàm kích hoạt $a_i(\cdot)$ đơn điệu tăng, trường hợp điển hình là hàm xích ma, λ là tham số khuếch đại. Để đánh giá tính ổn định của hệ thống (1), Hopfield đã phát hiện hàm Liapunov - còn gọi là hàm năng lượng [4]:

$$E = \sum_{i=1}^{n} \Big[- \Big(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} w_{ij} V_i V_j\Big)/2 - I_i V_i + \int_0^{V_i} (a_i^{-1}(V)/\lambda R_i) dV \Big]. \tag{3}$$

Theo các công thức trên, ta tính được:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{dE}{dV_i}\frac{dV_i}{dt} = - \sum_{i=1}^{n} C_i \frac{dU_i}{dt}\frac{dV_i}{dt} = - \sum_{i=1}^{n} C_i\, a_i^{-1}(V_i)\Big(\frac{dV_i}{dt}\Big)^2/\lambda < 0. \tag{4}$$

Suy ra mạng nơ ron sẽ ổn định. Lúc đó $dV_i/dt = 0$, hàm năng lượng E đạt cực tiểu $(dE/dt = 0)$, vì E luôn giảm $(dE/dt < 0)$ trong miền lân cận $(dV_i/dt \neq 0)$. Như vậy, vấn đề tìm cực tiểu của hàm E có thể thay bằng việc xây dựng mạng Hopfield tương ứng.

Để E bao gồm một lớp rộng hơn các hàm số thường gặp, ta tiến hành một số mở rộng sau:

1. Trước hết, ta thấy các công thức trên vẫn giữ nguyên giá trị cho trường hợp mạng Hopfield có các vòng tự phản hồi: $w_{ii} \neq 0$.

2. Số hạng chứa dấu tích phân trong (3) rất hiếm khi thấy trong thực tế. Để có thể bỏ qua, ta cần chọn khuếch đại λ đủ lớn. Hàm E sẽ có dạng tương tự trường hợp mạng Hopfield rời rạc

$$E = \sum_{i=1}^{n} \Big[- \Big(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} V_i V_j\Big)/2 - I_i V_i \Big]. \tag{5}$$

Bây giờ ta liên hệ đến bài toán cực tiểu hóa hàm mục tiêu n biến $J(X)$ với m ràng buộc đẳng thức $C_k(X) = 0$, $k = 1, 2, \ldots, m$. Bằng cách đưa vào hệ số ràng buộc μ, ta chuyển về tìm cực tiểu của hàm J^*:

$$J^* = J(X) + \mu \sum_{k=1}^{m} C_k(X). \tag{6}$$

Trường hợp dễ nhất là: hàm mục tiêu và các ràng buộc có dạng song tuyến

$$J(X) = \sum_{i=1}^{n} \Big[- \Big(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}{}^{obj} X_i X_j\Big)/2 - I_i{}^{obj} X_i \Big], \tag{7}$$

$$C_k = \sum_{i=1}^{n} \Big[- \Big(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}{}^{k} X_i X_j\Big)/2 - I_i{}^{k} X_i \Big]. \tag{8}$$

Thay vào (6), ta được

$$J^* = \sum_{i=1}^{n} \Big[- \Big(\sum_{j=1}^{n} \Big(w_{ij}{}^{obj} + \mu \sum_{k=1}^{m} w_{ij}{}^{k}\Big) X_i X_j\Big)/2 - \Big(I_i{}^{obj} + \mu \sum_{k=1}^{m} I_i{}^{k}\Big) X_i \Big]. \tag{9}$$

Từ (5) nhận thấy: nếu đặt $X_i = V_i$, ta có thể giải bài toán tối ưu trên nhờ mạng Hopfield

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{R_i} + \sum_{j=1}^{n} \Big(w_{ij}{}^{obj} + \mu \sum_{k=1}^{m} w_{ij}{}^{k} \Big) V_j + \Big(I_i{}^{obj} + \mu \sum_{k=1}^{m} I_i{}^{k} \Big) \tag{10}$$

cho trường hợp hàm mục tiêu là một đa thức đa tuyến $J(X) : [0,1]^n \to R$, $X \in \{0,1\}^n$, ta xây dựng mạng hồi qui [6]:

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{\alpha_i} - \frac{\partial J(V)}{\partial V_i} + b_i\,. \tag{11}$$

Sau đó, dựa vào hàm năng lượng Liapunov

$$E = J(V) - b^T V + \sum_{i=1}^{n} \int_0^{V_i} \frac{a_i^{-1}(V)}{\alpha_i} dV \tag{12}$$

có thể khảo sát tính ổn định của mạng, và tìm được điểm cực tiểu của $J(V)$. Trường hợp tổng quát: $J(X)$ có dạng bất kì đã được nhiều tác giả nghiên cứu; nhưng đến nay vấn đề vẫn còn mở; một số kết quả có thể xem ở [6].

3. NHẬN DẠNG TRỰC TUYẾN ĐỐI TƯỢNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH BẰNG MẠNG NƠ RON

Vấn đề này đã được thực hiện trong các hệ thống điều khiển thích nghi - theo mô hình ARMA. Ở đây, đối tượng được mô tả bằng phương trình trạng thái

$$x'(t) = A\,x(t) + B\,u(t). \tag{13}$$

Trong đó: $x(t) \in R^n$ là véc tơ trạng thái - giả thiết là đo được; $u(t) \in R^I$ là véc tơ điều khiển. Ta kí hiệu $\hat{A}$, $\hat{B}$ là ước lượng của các ma trận A, B. Có thể thành lập sai số ước lượng $e(t)$ sinh ra do thay đổi tham số của hệ thống và sai số tính toán như sau [2]:

$$e(t) = x'(t) - \hat{A}\,x(t) - \hat{B}\,u(t). \tag{14}$$

Ta cần xây dựng một mạng nơ ron để tính $\hat{A}$ và $\hat{B}$ sao cho cực tiểu hóa hàm mục tiêu

$$J = \Big(\int_0^T e^T(t)\, e(t)\, dt \Big) / 2T, \tag{15}$$

trong đó T là thời gian ước lượng. Ta thấy: J có dạng bình phương, nên có thể sử dụng mạng Hopfield gồm $(n \times n + n \times r)$ nơ ron để tính các phần tử của $\hat{A}$, $\hat{B}$. Để đơn giản, ta xét đối tượng bậc 2 với 1 đầu vào, 1 đầu ra, và đặt

$$\hat{A}_{11} = V_1,\ \hat{A}_{12} = V_2,\ \hat{A}_{21} = V_3,\ \hat{A}_{22} = V_4,\ \hat{B}_1 = V_5,\ \hat{B}_2 = V_6\,. \tag{16}$$

V_i, $i = 1, 2, ..., 6$ là đầu ra các nơ ron. Theo (3), ta có hàm năng lượng

$$E = -\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} \frac{w_{ij} V_i V_j}{2} - \sum_{i=1}^{6} I_i V_i + \sum_{i=1}^{6} \int_0^{V_i} \frac{a_i^{-1}(V)}{\lambda R_i} dV. \tag{17}$$

Bây giờ, thay (14) vào (15) ta có

$$J = \Big(\int_0^T [e_1, e_2][e_1, e_2]^T\, dt\Big)/2T. \tag{18}$$

Trong đó

$$e_1 = x_1' - \hat{A}_{11}\, x_1 - \hat{A}_{12}\, x_2 - \hat{B}_1\, u, \tag{19}$$

$$e_2 = x_2' - \hat{A}_{21}\, x_1 - \hat{A}_{22}\, x_2 - \hat{B}_2\, u. \tag{20}$$

Sau khi tính toán, thực hiện đổi biến theo (16), ta đặt $J = E$ và so sánh các số hạng sẽ nhận được quan hệ cho các trọng số w_{ij}, các đầu vào ngoài I_i và khuếch đại λ

$$[w_{ij}] = -\Big(\int_0^T [M] dt\Big)/T, \tag{21}$$

$$M = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & 0 & 0 & x_1u & 0 \\ x_2x_1 & x_2^2 & 0 & 0 & x_2u & 0 \\ 0 & 0 & x_1^2 & x_1x_2 & 0 & x_1u \\ 0 & 0 & x_2x_1 & x_2^2 & 0 & x_2u \\ ux_1 & ux_2 & 0 & 0 & u^2 & 0 \\ 0 & 0 & ux_1 & ux_2 & 0 & u^2 \end{bmatrix}, \tag{22}$$

$$[I_i] = \Big(\int_0^T [x_1x_1', x_2x_1', x_1x_2', x_2x_2', ux_1', ux_2'] dt\Big)/T, \tag{23}$$

$$\lambda = \Big(2T \sum_{i=1}^{6} \int_0^{V_i} \frac{a_i^{-1}(V)}{R_i} dV\Big) \Big/ \int_0^T ({x_1'}^2 + {x_2'}^2) dt. \tag{24}$$

Ta thấy: khi $V \to V_i$, thì tích phân $\int_0^{V_i} a_i^{-1}(V)dV \to \infty$, và ở trạng thái ổn định: $x_1' = x_2' = 0$, nên có thể lấy λ bằng hằng số đủ lớn mà không gây nên sai số đáng kể.

4. ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU - ĐẶT CỰC TRỰC TUYẾN CÁC HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH BẰNG MẠNG NƠ RON

Mục đích của bài toán điều chỉnh đặt cực là: tìm điều khiển

$$u(t) = K\, x(t) \tag{25}$$

để các giá trị riêng của ma trận động lực của hệ thống kín (13), (25) - gọi là các cực - có giá trị cho trước. Phương pháp ở đây dựa vào giải hệ phương trình ma trận [9]:

$$AZ - Z\Lambda = -BG \tag{26}$$

$$KZ = G \tag{27}$$

cho $\Lambda \in \mathbb{R}^{n\times n}$ cố định, và $G \in \mathbb{R}^{n\times n}$ bất kì. Người ta đã chứng minh rằng: nếu Λ là ma trận vòng (cyclic), có các giá trị riêng cho trước $\sigma_i(\Lambda) = \lambda_i$, $i = 1, 2, ..., n$ - khác với giá trị riêng của A, và cặp (Λ, G) là quan sát được:

$$\mathrm{Rank}\big[G^T \mid \Lambda^T G^T \mid \cdots \mid (\Lambda^T)^{n-1} G^T \mid\big] = n \tag{28}$$

thì nghiệm duy nhất của phương trình Silverster (26) không kì dị, và ta có: $\sigma(A + BK) = \sigma(\Lambda)$. Ta thấy ma trận khuếch đại phản hồi K - nghiệm của hệ phương trình trên có thể không duy nhất, phụ thuộc vào việc chọn G. Với G khác nhau, có thể tìm được các K khác nhau mà vẫn đảm bảo các cực của hệ thống kín không đổi. Do đó, việc đồng thời tối ưu hóa hàm mục tiêu J - là hàm số của K, nhằm nâng cao chất lượng điều khiển - là cần thiết và có thể. Nếu mục đích thiết kế là cực tiểu hóa biên độ trung bình của tính hiệu điều khiển, ta chọn $J = \|K\|^2$, trong đó $\|.\|$ là một chuẩn ma trận. Để biên độ trung bình của các biến trạng thái đạt nhỏ nhất, ta sử dụng $J = \|A + BK\|^2$. Thích hợp hơn cả, ở đây ta chọn chuẩn Frobenius:

$$\|K\|_F = \sqrt{\mathrm{tr}[K^T K]} = \sqrt{\sum\sum K_{ij}^2}. \tag{29}$$

Vậy, bài toán điều khiển tối ưu bình phương - đặt cực được phát biểu như sau:

Cực tiểu hóa:

$$\|K\|_F{}^2, \quad (\textit{hoặc } \|A + BK\|^2) \tag{30}$$

với các ràng buộc (26), (27), (28).

Ta sẽ sửa lại ràng buộc (28) dưới dạng tường minh. Để đơn giản, ta xét trường hợp các cực $\lambda_i < 0$ là những số thực, phân biệt. Ta có $\Lambda = \mathrm{diag}\{\lambda_i\}$. Dễ dàng thấy: điều kiện (28) thỏa mãn khi và chỉ khi $G^T \neq 0$. Điều đó tương đương với việc tìm véctơ $h = [h_1, \dots, h_j, \dots, h_n]^T$, $0 < h_j < \infty$, sao cho

$$\tilde{G}h = \vartheta. \tag{31}$$

Trong đó:

$$\vartheta = [1, 1, \dots, 1]^T, \quad \tilde{G} = \mathrm{diag}\Big\{\sum_{i=1}^{r} G_{ij}{}^2\Big\}, \; j = 1, 2, \dots, n. \tag{32}$$

Bây giờ ta xây dựng mạng nơ ron với kĩ thuật ủ mô phỏng để hàm năng lượng E có thể đạt cực tiểu tuyệt đối khi mạng ở trạng thái ổn định [9]:

$$\begin{aligned} E = {} & T(t)\,\|K\|_F{}^2 \text{ (hoặc } T(t)\,\|A + BK\|^2) + D_{n\times n}\big(AZ(t) - Z(t)\Lambda + BG(t)\big) \\ & + D_{r\times n}\big(K(t)Z(t) - G(t)\big) + D_{n\times 1}\big(\tilde{G}(t)h(t) - \vartheta\big). \end{aligned} \tag{33}$$

Trong đó $T(t) \geq 0$ là tham số "nhiệt độ", có vai trò tạo ra "hiệu ứng ủ" - là một hàm giảm theo thời gian, và $T(t) = 0$ khi $K(t)$, $Z(t)$, $G(t)$, $h(t)$ là nghiệm của (30), (26), (27), (31);

$$D_{p\times q} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q} D_{ij}, \tag{34}$$

$D_{ij} : R \to R$ là một hàm lồi, bị giới hạn. Một ví dụ cho $D_{p\times q}(.)$ là hàm bình phương của chuẩn Frobenius $\|.\|_F{}^2$. Với hàm năng lượng khá phức tạp (33), khó có thể áp dụng phương pháp thiết kế mạng nơ ron Hopfield đã nêu ở trên. Dưới đây, phương trình động học của mạng được thành lập theo điều kiện tổng quát: $dE/dt < 0$. Đặt đạo hàm theo thời gian của các biến $K(t)$, $Z(t)$, $G(t)$, $h(t)$ tỉ lệ (nhưng mang dấu âm) với đạo hàm riêng của E theo biến tương ứng, ta được [9]:

$$\frac{dK(t)}{dt} = -\mu_K\, F_{r\times n}\big(K(t)Z(t) - G(t)\big)Z^T(t) - \mu_T T(t)K(t), \tag{35a}$$

hoặc:

$$\frac{dK(t)}{dt} = -\mu_K\, F_{r\times n}\big(K(t)Z(t) - G(t)\big)Z^T(t) - \mu_T T(t)B^T\big(A + BK(t)\big), \tag{35b}$$

$$\begin{aligned} \frac{dZ(t)}{dt} = {} & -\mu_Z\big[A^T\big(F_{n\times n}(AZ(t) - Z(t)\Lambda + BG(t)\big) + F_{n\times n}\big(\Lambda Z(t) - Z(t)\Lambda + BG(t)\big)\Lambda^T \\ & + K^T(t)F_{r\times n}\big(K(t)Z(t) - G(t)\big)\big], \end{aligned} \tag{36}$$

$$\frac{dG(t)}{dt} = -\mu_G\big[B^T\big(F_{n\times n}\big(AZ(t) - Z(t)\Lambda + BG(t)\big) + F_{r\times n}\big(K(t)Z(t) - G(t)\big)\big)$$
$$+ G(t)\Pi(t)F_{n\times n}\big(\tilde{G}(t)\Pi(t) - I\big)\big], \tag{37}$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = -\mu_h F_{n\times 1}\big(\tilde{G}(t)\,h(t) - \vartheta\big). \tag{38}$$

Trong đó: μ_K, μ_T, μ_Z, μ_G, μ_h là các số dương; $H(t) = \mathrm{diag}\{h_j(t)\}$; $F_{p\times q}$ kí hiệu ma trận các hàm kích hoạt không giảm. Mạng nơ ron hồi qui gồm 4 lớp liên quan với nhau. Các ma trận A, B được xác định nhờ mạng Hopflied cho nhận dạng đối tượng điều khiển đã mô tả ở phần 3.

5. KẾT LUẬN

Trong thực tế, mạng nơ ron nhân tạo được sử dụng theo hai cách:

1. Ta coi mạng nơ ron như một mô hình tính toán: theo đó viết ra chương tình để thực hiện trên máy tính. Cách này thích hợp cho các ứng dụng không đòi hỏi thời gian xử lí nhanh.

2. Nhờ công nghệ tiên tiến, người ta chế tạo các mạng gồm khối lượng lớn các nơ ron trong một vi mạch. Ưu điểm lớn ở đây là đáp ứng được yêu cầu tính toán theo thời gian thực trong điều khiển các quá trình công nghệ, rô bốt v.v..

Một vi mạch mạng Hopfield - có nguyên lí tính toán đã trình bày ở trên, chính là mạch điện có khả năng giải trực tuyến một lớp khá rộng các bài toán tối ưu hóa trong thực tiễn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Bang S.H., Sheu B.J., Chou E.Y., A hardware annealing method for optimal solution on cellular neural networks, *IEEE Trans. Circuits and System* **43** (6) (1996) 409-421.

[2] Chu S.R., Shourcshi R., Toronio M., Neural networks for system identification, *IEEE Control System* (1990), 31-34.

[3] Chu Van Hy, Mạng nơ ron truyền thẳng cho điều khiển thích nghi các hệ thống phi tuyến, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **14** (3) (1998) 1-7.

[4] Lin C.T., Lee C.S.G., *Neural Fuzzy Systems*, Prentice-Hall International, 1996.

[5] Tagliarini G.A., Christ J.F., Page E.W., Optimization using neural networks, *IEEE Trans. Computers* **40** (12) (1991) 1347-1358.

[6] Tanaka T., Higuchi T., Furuga T., Cost coefficient control method for solving optimization problems on Hopfield-type neural networks, *Systems and Computers in Japan* **27** (1) (1996) 27-39.

[7] Vidyasagar M., Minimum-seeking properties of analog neural networks with multilinear objective functions, *IEEE Trans, Autom. Contr.* **40** (8) (1995) 1359-1357.

[8] Wang J., A deterministic annealing neural network for convex programming, *Neural Networks* **7** (1994) 629-641.

[9] Wang J., Wu G., A multilayer recurrent neural network for on-line synthesis of minimum-norm linear feedback control systems via pole assignment, *Automatica* **32** (3) (1996) 435-442.

Nhận bài ngày 11 - 11 - 1998
Nhận lại sau khi sửa ngày 26 - 7 - 1999

Viện Công nghệ thông tin