Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.15, S.2 (1999), 6–10

LẬP LUẬN XẤP XỈ VỚI GIÁ TRỊ CỦA BIẾN NGÔN NGỮ

TRẦN THÁI SƠN

Abstract. In this paper, we introduce 2 new methods of Approximate Reasoning with Values of Linguistic Variable. These methods are based on theory of Hedges Albebras. The advantage of this method included in referencing directly on values of Linguistic Variable, not using membership functions. Therfore, these methods are simple and efficient in compare with exiting methods.

1. MỞ ĐẦU

Trong những năm gần đây, việc nghiên cứu các cơ chế lập luận trong trường hợp thông tin không đầy đủ hoặc không chính xác đã thu hút được sự quan tâm rất lớn của các nhà chuyên môn trên thế giới do nhu cầu của việc sử dụng các hệ thống có tính "thông minh" trong mọi lĩnh vực cuộc sống. Để giải quyết bài toán, có nhiều cách tiếp cận khác nhau như sử dụng lý thuyết xác suất, lý thuyết khả năng hay lý thuyết tập mờ [1, 6]. Một trong những cách tiếp cận đáng chú ý vì gần với cơ chế lập luận của con người là lập luận ngôn ngữ [4]. Ưu điểm của phương pháp này là tính đơn giản nhưng hiệu quả, vì nó không phải sử dụng cách tính thông qua hàm thuộc (membership function). Tuy nhiên, phương pháp nêu trong [3] còn có những hạn chế vì chỉ tiến hành lập luận được trong một số trường hợp nhất định, khi tiền đề của luật suy dẫn và đầu vào có sự giống nhau bắt buộc nào đó. Trong bài báo này chúng tôi sẽ đưa ra hai phương pháp lập luận mới dựa trên biến ngôn ngữ là lập luận dựa trên định nghĩa về khoảng cách giữa các giá trị của biến ngôn ngữ và lập luận dựa trên nguyên tắc bảo toàn thứ tự của các giá trị biến ngôn ngữ. Tư tưởng cơ bản chung của cả hai phương pháp này là mô phỏng phương pháp lập luận của con người là lập luận thẳng trên các giá trị biến ngôn ngữ dựa trên các nhận xét hợp lý. Cơ sở lý luận của các phương pháp này dựa trên nghiên cứu về Đại số gia tử (Hedge Algebra, xem [2, 3]). Các tính chất được chứng minh ở phần 4 của bài báo cho thấy sự hợp lý của các phương pháp lập luận được đưa ra.

2. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Trong phần này, chúng tôi tóm tắt một số khái niệm cơ bản nêu trong [1, 2]. Cho một tập U, gọi là vũ trụ (universal) ánh xạ μ_A từ U vào đoạn $[0, 1]$ xác định một tập mờ A, ở đó $\mu_A(X)$ xác định độ thuộc của phần tử x vào tập mờ A và được gọi là hàm thuộc (membership function) của tập mờ A.

Nếu ta có một biến ngôn ngữ, tức một từ hay một tập hợp từ của ngôn ngữ tự nhiên (hoặc nhân tạo), thí dụ như *"tuổi"* hay *"sức khỏe"*, thì các giá trị của biến ngôn ngữ đó sẽ là các tập mờ. Thí dụ, các giá trị của biến ngôn ngữ *"tuổi"* có thể là *già, trẻ, rất trẻ, khá trẻ, tương đối già*...

Trong Đại số gia tử [2, 3], tập các giá trị của biến ngôn ngữ được xem như là một Đại số hình thức với các phép toán một ngôi (là các gia tử hay còn gọi là các từ nhấn - hedge) tác động lên các khái niệm nguyên thủy (hay còn gọi là các từ sinh). Trong thí dụ trên, *già, trẻ* là các từ sinh còn *rất, khá, tương đối*... là từ nhấn. Ngoài ra ngữ nghĩa của các gia tử có thể biểu diễn qua quan hệ thứ tự bộ phận, chẳng hạn *rất trẻ* < *trẻ* < *khá trẻ* < *tương đối già*. Như vậy, Đại số gia tử (ĐSGT) X sẽ được biểu diễn bởi bộ ba $X = (X, H, <)$ trong đó X là một tập được sắp xếp thứ tự bộ phận bởi quan hệ <, H là tập các phép toán một ngôi hay tập các gia tử. Kết quả việc áp dụng phép toán $h(x)$ ký hiệu là hx.

Trong ngôn ngữ tự nhiên ta thấy các từ nhấn có tác dụng làm tăng hoặc giảm ngữ nghĩa của một từ. Như *rất trẻ* làm tăng độ trẻ của từ *trẻ*. Nếu h, k là hai từ nhấn thuộc H thì k được gọi là dương (âm) đối với h nếu $\forall x \in X$ ta có $hx > x$ suy ra $khx > hx$ ($khx < hx$). Hai từ nhấn là đối nhau nếu $\forall x \in X$ $hx < x \Leftrightarrow kx > x$ và gọi là tương hợp nếu $\forall x \in X$ $hx > x \Leftrightarrow kx > x$. Ngoài ra, tồn tại những từ nhấn mạnh nhất về hai phía gọi là các gia tử đơn vị.

Nếu ký hiệu $H(x)$ là tập tất cả các phần tử sinh ra do áp dụng các phép toán trong H lên $x \in X$ và cộng thêm các phần tử "giới hạn" *inf* và *sup* ứng với giá trị cận trên và cận dưới của $H(x)$ (sinh ra do áp dụng vô hạn phép toán đơn vị lên x) ta sẽ có khái niệm ĐSGT mở rộng. ĐSGT mở rộng là bộ bốn $AX = (X, G, H_o, <)$ trong đó $H_o = H \cup \{inf, sup\}$, G là tập các phần tử sinh. ĐSGT mở rộng là một dàn có phần tử đơn vị *1* và *0*, ngoài ra hai phần tử bất kỳ của dàn đều có phần tử hội và tuyển trong dàn. ĐSGT mở rộng mà tập các phần tử sinh chứa đúng hai phần tử sinh dương và âm đối xứng nhau được gọi là ĐSGT mở rộng đối xứng.

3. LẬP LUẬN BIẾN NGÔN NGỮ

3.1. Lập luận dựa trên khoảng cách

a. Khoảng cách giữa hai giá trị biến ngôn ngữ

Trong bài báo này, chúng tôi sẽ chỉ xét các ĐSGT gồm hai phần tử sinh đối xứng (thí dụ *"giỏi"* và *"kém"*, *"khỏe"* và *"yếu"*...). Với các ĐSGT đối xứng này, ta giả thiết các giá trị của biến ngôn ngữ không sánh được với nhau là đồng nghĩa, từ đó suy ra các phần tử của ĐSGT là được sắp tuyến tính [2, 3]. Xin nhắc lại là giả thiết về sự đồng nghĩa nói trên không làm giảm nhiều ý nghĩa thực tế của vấn đề đang xét. Giả sử biến ngôn ngữ "khoảng cách" có hai giá trị không sánh được là *"khá xa"* và *"tương đối xa"*. Việc coi hai giá trị này là không sánh được có nghĩa không thể nói khoảng cách nào xa hơn khoảng cách nào. Khi đó, nếu coi hai khoảng cách đó là bằng nhau, tức coi hai giá trị đã nêu là đồng nghĩa là hoàn toàn có thể chấp nhận được. Với giả thiết đó, trong [4] chúng tôi đã đưa ra khái niệm khoảng cách và một số tiên đề, theo chúng tôi là khá tự nhiên, mà khái niệm khoảng cách đó cần tuân theo. Khi đó, có thể chứng minh được định lý cơ bản sau.

Định lý 3.1. [4]. *Tập L^k, $k \geq 2$ ($L^1 = G$ là tập các phần tử sinh) sẽ phân bố đều trong đoạn $[x^k_{\min}, x^k_{\max}]$ khi và chỉ khi các phần tử của L^2 phân bố đều trong đoạn $[x^2_{\min}, x^2_{\max}]$, ở đó $x^k_{\min} = \min\{L^k\}$, $x^k_{\max} = \max\{L^k\}$.*

Với kết quả của Định lý 3.1, ta thấy có một cách trong thực tế để xác định khoảng cách giữa hai giá trị bất kỳ của biến ngôn ngữ như sau. Xuất phát từ một tập giá trị biến ngôn ngữ ban đầu L^1 (là tập các giá trị bao gồm một từ nhấn) với giả thiết cách đều nhau - nếu không có thể thêm các giá trị nhân tạo cho thành đều nhau - ta sẽ sinh ra được các tập giá trị biến ngôn ngữ cách đều nhau L^2, L^3... (là các tập các giá trị bao gồm hai, ba... từ nhấn). Khi đó nếu chọn khoảng cách giữa hai phần tử sát nhau trong tập L^k nào đó làm đơn vị có thể dễ dàng tính được khoảng cách giữa hai phần tử bất kỳ trong một lớp L^j hoặc thuộc hai lớp khác nhau L^i, L^j.

Một cách hình thức, có thể tính như sau: giả sử L^1 có $4n$ phần tử cách đều nhau (số phần tử là $4n$ do ĐSGT là đối xứng). Như vậy tập từ nhấn gồm $2n$ phần tử. Khi đó, L^2 sẽ gồm $2(2n)^2$ phần tử do $2n$ từ nhấn tác động lên $4n$ phần tử của L^1. Tương tự, sẽ tính được L^i gồm $2(2n)^i$ phần tử cách đều nhau. Nếu lấy khoảng cách giữa hai phần tử sát nhau của L_i làm đơn vị thì khoảng cách giữa hai phần tử l_k và l_j của L^i sẽ là $|j-k|$, ở đó j và k là chỉ số thứ tự sắp tuyến tính của l_j và l_k. Giả sử l^i_p và l^j_q tương ứng là hai phần tử xếp thứ p và q trong hai lớp L^i và L^j. Để xác định, giả sử $i < j$. Muốn tính khoảng cách giữa hai phần tử trên, đầu tiên ta tìm phần tử lớn nhất trong lớp L^j nhỏ hơn l^i_p. Với $j = i+1$, phần tử lớn nhất nhỏ hơn l^i_p là phần tử được tạo ra do tác động gia tử thứ n lên l^i_p, trong lớp L^{i+1} sẽ có chỉ số $2np - n$. Với $j = n+2$, phần tử lớn nhất nhỏ hơn l^i_p sẽ là phần tử được tạo ra do tác động gia tử lớn nhất (thứ $2n$) lên l^{i+1}_{2np-n} (tức phần tử vừa tạo ra ở bước trước). Khi đó, trong lớp L^{i+2}, phần tử vừa tạo ra sẽ có chỉ số $2n(2np-n)$. Tương tự, với $j = i+3$, phần tử cần tìm sẽ có chỉ số $(2n)^2(2np-n)$, v.v... Trong lớp L^j, phần tử cần tìm có chỉ số $(2n)^{i-j-1}(2np-n)$. Do tính chất cách đều đã chứng minh qua định lý trên, dễ thấy trên trục tuyến tính, phần tử l_p^i sẽ nằm giữa hai phần tử có chỉ số $(2n)^{i-j-1}(2np-n)$ và $(2n)^{i-j-1}(2np-n)+1$. Nếu lấy khoảng cách giữa hai phần tử liên tiếp của L^j làm đơn vị thì khoảng cách giữa l_p^i và l_q^j sẽ là

$$q-(2n)^{i-j-1}(2np-n)-0,5 \quad \text{nếu } q>(2n)^{i-j-1}(2np-n) \quad \text{hoặc}$$
$$q-(2n)^{i-j-1}(2np-n)+0,5 \quad \text{nếu } q<(2n)^{i-j-1}(2np-n).$$

Do khoảng cách giữa hai phần tử liên tiếp của lớp L^i lớn hơn $2n$ lần khoảng cách giữa hai phần tử liên tiếp của lớp L^{i+1} nên có thể dễ dàng suy ra khoảng cách giữa l_p^i và l_q^j theo đơn vị cho trước.

b. Luật suy diễn dựa trên khoảng cách

Xét mô hình (1):

$$\begin{array}{llll} \textbf{IF} & x=A & \textbf{THEN} & y=B \\ & x=A' & & \\ \hline & & & y=B' \end{array}$$

Luật khoảng cách được phát biểu như sau: $\rho(A,A')=\rho(B,B')$.
Với A, A', B đã biết, dễ dàng suy ra B'.

3.2. Lập luận dựa trên quan hệ thứ tự

a. Về quan hệ thứ tự trong lập luận

Lập luận dựa trên khoảng cách cho ta một phương pháp lập luận đơn giản rõ ràng và cũng tương đối hợp lý. Tuy vậy, điểm yếu của phương pháp này là dựa trên tiên đề về khoảng cách, phần nào đã làm mất đi tính mềm dẻo của Đại số gia tử, vốn chỉ dựa trên cấu trúc thứ tự bộ phận của các giá trị biến ngôn ngữ. Để khắc phục điểm này, có thể đưa ra luật suy dẫn cho mô hình (1) dựa trên quan hệ thứ tự căn cứ trên cảm nhận như sau. Khi $A'=A$ thì $B'=B$ theo Modus Ponent cổ điển. Khi A' càng khác A thì B' cũng càng khác B. Nói cách khác, nếu A'' khác A nhiều hơn A' khác A thì B'' (là giá trị y đạt được khi $x=A''$) cũng khác B nhiều hơn B' khác B. Theo ngôn ngữ Đại số gia tử nếu $A''>A'>A$ sẽ có $B''>B'>B$, hay luật suy dẫn phải bảo toàn quan hệ thứ tự trong Đại số gia tử. Cảm nhận trên cho phép đưa ra luật suy dẫn sau.

b. Luật suy dẫn dựa trên việc bảo toàn quan hệ thứ tự

Nếu i_1, i_2 là chỉ số thứ tự tương ứng của A và A' trong tập các giá trị biến ngôn ngữ U; j_1, j_2 là chỉ số chỉ thứ tự tương ứng của B và B' trong tập các giá trị biến ngôn ngữ V thì $|i_1-i_2|=|j_1-j_2|$.
Căn cứ vào luật này, nếu đã có A, A', B thì dễ dàng tìm được B'.

4. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA CÁC LUẬT SUY DẪN

Trong một số bài báo, các tác giả đã đưa ra một số tiêu chuẩn để đánh giá các luật suy dẫn mờ [1]. Nếu như phép kéo theo cổ điển $A\to B$ có giá trị chân lý xác định (bằng $\neg A\vee B$) thì phép kéo theo mờ, có rất nhiều cách đánh giá khác nhau. Các tiêu chuẩn các tác giả đưa ra có thể phát biểu tóm tắt như sau.

Trong mô hình mờ (1), nếu thay A' lần lượt bằng A, *very* A, *more or less* A, *not* A thì luật suy dẫn tốt là luật suy dẫn đảm bảo cho các giá trị B' nhận được tương ứng sẽ là B, *very* B, *more or less* B, *not* B.

A. Tính chất của luật suy diễn dựa trên khoảng cách

4.1. Nếu $A=A'$ thì $B=B'$.

Chứng minh. Hiển nhiên vì $\rho(A,A')=\rho(B,B')=0$.

4.2. Nếu $A'=$ very A (more or less A, not A) thì $B'=$ very B (more or less B, not B) nếu A, B có cùng độ dài (cùng số lượng từ nhấn).

Chứng minh. Căn cứ vào Tiên đề 4 trong [5], ta có $\rho(A, hA) = \rho(B, hB)$ ở đó h là một từ nhấn nào đó, từ đây suy ra điều phải chứng minh.

4.3. Luật suy diễn dựa trên khoảng cách bảo toàn thứ tự các giá trị của biến ngôn ngữ.

Chứng minh. Hiển nhiên vì khái niệm khoảng cách dựa trên vị trí tuyến tính của các giá trị biến ngôn ngữ trong Đại số gia tử.

B. Tính chất của luật suy diễn dựa trên việc bảo toàn thứ tự

4.4. Luật suy diễn dựa trên bảo toàn thứ tự đảm bảo được trật tự sắp xếp của các giá trị biến ngôn ngữ,

Chứng minh. Hiển nhiên.

4.5. Nếu $A = A'$ thì $B = B'$.

Chứng minh. Hiển nhiên.

4.6. Nếu $A' = very\, A$ ($more\ or\ less\, A$, $not\, A$) thì $B' = very\, B$ ($more\ or\ less\, B$, $not\, B$) (trong giả thiết các tập vũ trụ U và V đầy đủ).

Chứng minh. Giả sử giữa các biến ngôn ngữ A' và A có giá trị A''. Khi đó, nếu $A = \sigma P$, trong đó P là từ sinh còn σ là dãy từ nhấn thì $A' = \sigma' P$ và $A'' = \sigma'' P$, trong đó σ', σ'' là các dãy từ nhấn, ngoài ra σ'' nằm giữa σ, σ'. Để tiện trình bày, giả sử $\sigma < \sigma'' < \sigma'$.
Do giả thiết, ta có $\sigma' = very\,\sigma$. Ta sẽ chứng minh $\sigma'' = h\sigma$, ở đó h là một hoặc một dãy từ nhấn, $I < h < very$ (I là gia tử đơn vị). Thật vậy, giả sử $\sigma = h_1 h_2 \ldots h_k$ và $\sigma'' = p_1 p_2 \ldots p_m$ thì theo tính chất của Đại số gia tử (xem [2, 3]), nếu $h_k > p_m$ thì $\sigma P > \sigma'' P$ tức $A' > A > A''$, còn nếu $h_k < p_m$ thì $very\,\sigma P < \sigma'' P$ tức là $A < A' < A''$ đều trái giả thiết. Do đó $h_k = p_m$. Một cách hoàn toàn tương tự, có thể chứng minh $h_{k-1} = p_{m-1}, \ldots, h_1 = p_{m-k}$. Như vậy $\sigma'' = h\sigma$. Bây giờ, nếu $B\tau Q$, ở đó Q là từ sinh còn τ là dãy từ nhấn thì $B' = very\,\tau Q$. Khi đó $B'' = h\tau Q$ sẽ nằm giữa B và B' (do giả thiết về tính đầy đủ của tập vũ trụ thì tồn tại từ như vậy). Tóm lại, giữa A và $very\, A$ có một số lượng từ bằng số lượng từ có giữa B và $very\, B$. Theo định nghĩa của phép suy dẫn, ta có $B' = very\, B$ (đpcm).

Nhận thấy rằng, nếu trong chứng minh trên ta thay *very* bằng từ nhấn *more or less* hoặc *not* thì lập luận trên vẫn đúng.

4.7. Trong lớp L^k (bao gồm toàn các phần tử có độ dài k), kết quả lập luận theo hai phương pháp trên là trùng nhau.

Chứng minh. Theo kết quả của các tính chất trên.

Các tính chất đã chứng minh đã chứng tỏ tính hợp lý nhất định của các luật suy dẫn nêu trên. Để ý rằng, luật suy dẫn dựa trên khoảng cách sẽ thỏa mãn các tiêu chuẩn đánh giá trong phạm vi hẹp hơn (khi các giá trị biến ngôn ngữ có cùng độ dài), nhưng lại khá đơn giản. Trong khi đó, luật suy dẫn dựa trên quan hệ thứ tự thỏa mãn các tiêu chuẩn đánh giá trong phạm vi rộng nhưng lại đòi hỏi sự đầy đủ của các gia tử - là điều khó có trong thực tế. Tuy nhiên điều này có thể khắc phục được nếu ta chấp nhận một sai số nào đó, giới hạn các phần tử của Đại số gia tử ở một độ dài nhất định (là điều phù hợp với thực tế lập luận của con người).

5. KẾT LUẬN

Một trong những khó khăn của vấn đề lập luận ngôn ngữ là tìm được những thước đo hợp lý để có thể tính toán trên đó trong quá trình lập luận. Cách mà L. Zadeh và một số nhà nghiên cứu đưa ra là ứng một giá trị biến ngôn ngữ với một hàm thuộc và tính toán trên các hàm thuộc đó. Phương pháp này, như đã nói ở trên phần mở đầu, có thể gây nên sai số lớn và khá phức tạp. Việc ứng một hàm thuộc kết quả với một giá trị biến ngôn ngữ là rất khó khăn, trong rất nhiều trường hợp là không thể được. Các phương pháp lập luận ở đây đưa ra tiến hành lập luận trực tiếp trên biến ngôn ngữ, khắc phục được các nhược điểm nêu trên. Các phương pháp này cho một phạm vi áp dụng rộng hơn so với các phương pháp đã nêu trong [3], đặc biệt phương pháp lập luận dựa trên quan hệ thứ tự. Tất nhiên, đặc điểm chung của các phương pháp lập luận mờ là không có những phương pháp tốt cho tất cả các trường hợp cũng đúng cho các phương pháp đã nêu trên. Tuy vậy, với các tính chất đã chứng minh, các phương pháp nêu ra có thể là cơ sở tốt cho các hệ lập luận xấp xỉ có liên quan đến ngôn ngữ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Fukami S., Mizumoto M., Tanaka K., Some consideration on fuzzy conditional inference, *Fuzzy Sets and System* **4** (1980) 243-273.

[2] Nguyen Cat Ho and Wechler W., Hedge algebras: an Algebraic Approach to Structures of Sets of linguictic Truth Values, *Fuzzy Sets and System* **34** (1970) 281-293.

[3] Nguyen Cat Ho and Wechler W., Extended algebras and their application to fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* **51** (1992) 259-281.

[4] Nguyễn Cát Hồ và Trần Thái Sơn, Logic mờ và quyết định mờ dựa trên cấu trúc thứ tự của giá trị ngôn ngữ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **4** (1993).

[5] Nguyễn Cát Hồ và Trần Thái Sơn, Về khoảng cách giữa các giá trị của biến ngôn ngữ trong Đại số gia tử và bài toán sắp xếp mờ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **1** (1995) 10-20.

[6] Zadeh L. A., Outline of new approach to the analysis of Complex Systems and Decision Process, *IEEE Trans. on System, man and Cybernetics SMC* **3** (1973).

Nhận bài ngày 13 - 7 - 1998

Viện Công nghệ thông tin, Trung tâm KHTN và CNQG.