Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 15, S. 1 (1999), 38–44

ĐIỀU KHIỂN PID HAI MỨC VỚI ĐIỀU KIỆN HẠN CHẾ MODAN

THÁI QUANG VINH

Abstract. The problem dealt with in this paper is synthesis of two-level optimal PID control, which is at the first level to solve Riccati equation on PC and at the second to calculate optimal control variable on micro-controller. The proposed algorithm of this two-level PID will guarantee the quadratic performance index and desired arrangement of poles and zeros of closed system (so-called modan limitation).

Bài báo này trình bày kết quả xây dựng thuật điều khiển PID tối ưu cho các thiết bị local hai lớp là một trong những thành phần của hệ điều khiển phân cấp. Thuật điều khiển được phân thành hai mức: mức 1 - giải phương trình Riccati, mức 2 - thực hiện tính toán giá trị điều khiển u^* tối ưu. Đặc điểm giá trị điều khiển u^* tìm được của thuật PID biến dạng dưới đây ngoài đảm bảo tối thiểu hóa hàm mục tiêu dạng bình phương, còn đảm bảo phân bố cho trước các nghiệm của phương trình của hệ kín (gọi là điều kiện hạn chế modan).

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Xét mô hình rời rạc của quá trình liên tục

$$\begin{aligned} x(l+1) &= A\,x(l) + B\,u(l), \\ y(l) &= C\,x(l), \quad x(0) = x_0, \quad l = 0, 1, 2\ldots, \end{aligned} \tag{1.1}$$

trong đó l - thời gian gián đoạn, x - vectơ trạng thái cỡ n, u - tác động điều khiển vô hướng, y - đại lượng ra vô hướng; A, B, C tương ứng là các ma trận số kích thước $(n \times n)$, $(n \times 1)$, $(1 \times n)$.

Tác động điều khiển đối với mỗi nhịp l của thời gian được xét như một hàm của các biến có thể đo được hoặc đánh giá được của hệ (1.1). Thuật điều khiển PID ở đây sẽ được thực hiện biến dạng như sau: Thứ nhất - để tránh sự thay đổi đột ngột tác động điều khiển khi có thay đổi set-point (điều hay xảy ra trong các hệ điều khiển phân cấp nhiều lớp, khi mà set-points thay đổi liên tục để đạt được mục tiêu hệ thống) sẽ sử dụng thuật điều khiển tích phân đối với $y(l)$ [3]; thứ hai - kết hợp phản hồi trạng thái và phản hồi theo biến đầu ra để đảm bảo độ bám sát đầu vào điều khiển [4, 6]. Do đó yêu cầu sử dụng kết hợp thuật điều khiển tỷ lệ - đạo hàm (PD) đối với biến trạng thái và điều khiển tích phân (I) đối với $y(l)$.

Thuật PID trong trường hợp này sẽ có dạng

$$u(l) = K_I \sum_{i=0}^{l} (y^0(i) - y(i)) - \sum_{j=0}^{n} K_j\, x_j(l). \tag{1.2}$$

Trong đó thành phần thứ hai của (1.2) có thể xem là thành phần điều khiển PD theo trạng thái. Chỉ tiêu chất lượng khi đó có dạng sau:

$$J = \sum_{l=0}^{\infty} \{ q(y^0(l) - y(l))^2 + h(\Delta u)\,(l))^2 \}. \tag{1.3}$$

Bài toán đặt ra là tìm các hệ số tích phân K_i và hệ số phản hồi PD: K_j trong (1.2) thỏa mãn tiêu chuẩn tối ưu (1.3) và đảm bảo phân bố cho trước của nghiệm phương trình đặc trưng của hệ kín.

2. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

Để giải bài toán đặt ra, ta đưa ra một tập mới các biến trạng thái

$$\begin{aligned}&\overline{x}_i(l) = y(l) - y^0(l),\\&\overline{x}_{i+1}(l) = x_i(l) - x_i(l-1),\ \ i = \overline{1,n}.\end{aligned} \tag{2.1}$$

Khi đó số lượng các biến trạng thái mới bằng $(n+1)$. Đối với các biến trạng thái mới, phương trình (1.1) và tiêu chuẩn (1.3) sẽ có dạng:

$$\overline{x}(l+1) = \begin{bmatrix} 1 & CA \\ 0 & A \end{bmatrix} \overline{x}(l) + \begin{bmatrix} CB \\ B \end{bmatrix} \Delta u(l) = \overline{A}\,\overline{x}(l) + \overline{B}\,\Delta u(l), \tag{2.2}$$

$$J = \sum_{l=0}^{\infty} \left[\overline{x}^T(l)\, Q\, \overline{x}(l) + h\,(\Delta u(l))^2\right], \tag{2.3}$$

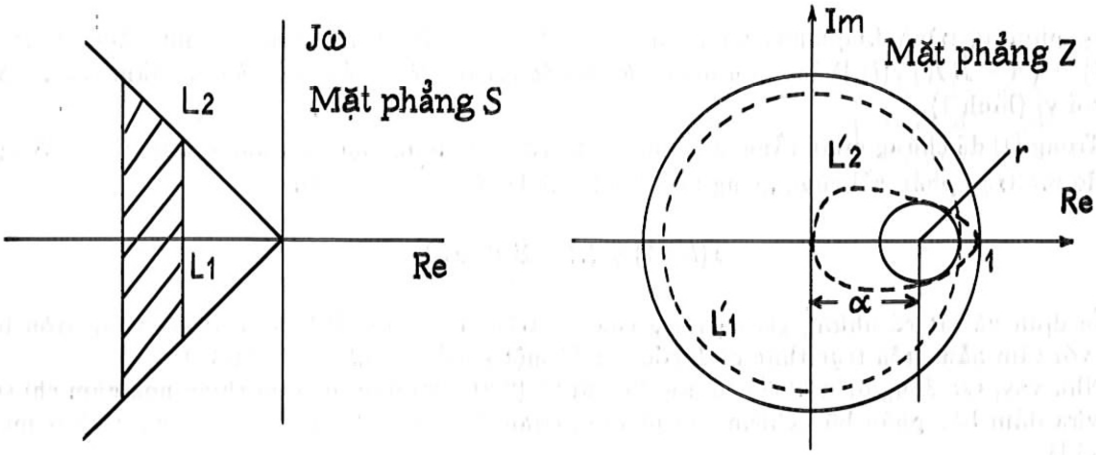
trong đó $Q = \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, còn điều kiện ban đầu đối với phương trình (2.2) có dạng:

$$\begin{aligned}&\overline{x}_i(0) = c\,x(0) - y^0(0);\\&\overline{x}_{i+1}(0) = x_i(0) - x_i(-1),\ i = \overline{1,n};\end{aligned} \tag{2.4}$$

còn $x_i(-1)$ xác định cùng với $u(-1)$ từ công thức:

$$x(0) = A\,x(-1) + B\,u(-1). \tag{2.5}$$

Phương trình (2.2) và (2.3) xác định bài toán tuyến tính với tiêu chuẩn bình phương tối thiểu thông thường, nó hoàn toàn tương đương với bài toán (1.1)-(1.3). Mặt khác, phân bố cho trước nghiệm của phương trình đặc trưng hệ kín liên tục tương đương với phân bố giá trị riêng của ma trận $\overline{A}$ của hệ rời rạc (2.2), (2.3) bên trong đường tròn với các tham số tương ứng r và $\alpha < 1$ [2] (hình 1).



Hình 1

Để đảm bảo điều đó ta đưa về hệ phương trình mới tương đương

$$\widetilde{x}(l+1) = \widetilde{A}\,x(l) + \widetilde{B}\,\widetilde{u}(l), \tag{2.6}$$

trong đó: $\widetilde{A} = r^{-1}(\overline{A} - \alpha I)$, $\widetilde{B} = r^{-1}\overline{B}$, I - ma trận đơn vị. Chỉ tiêu chất lượng khi đó có dạng:

$$\widetilde{J} = \sum_{l=1}^{\infty}\{\widetilde{x}^T(l)\,\widetilde{Q}\,\widetilde{x}(l) + \widetilde{h}(\Delta u(l))^2\} \tag{2.7}$$

với $\widetilde{h} > 0$, $\widetilde{Q} > 0$, $\widetilde{Q}$ có thể chọn bằng Q.

Đối với hệ (2.6), cần tính tác động điều khiển

$$\Delta\,\widetilde{u}(l) = -\widetilde{K}(l)\,\widetilde{x}(l) \tag{2.8}$$

sao cho hàm (2.7) được tối thiểu hóa. Khi đó, ta có:

$$\begin{aligned} &\widetilde{K}(l+1) = (\widetilde{h} + \widetilde{B}^T P(l)\,\widetilde{B})^{-1}\,\widetilde{B}^T P(l)\,\widetilde{A} && (a)\\ &P(l+1) = Q + \widetilde{K}^T(l+1)\,\widetilde{h}\,\widetilde{K}(l+1) + (\widetilde{A} - \widetilde{B}\,\widetilde{K}^T(l+1))\,P(l)\,* \\ &*\,(\widetilde{A} - \widetilde{B}\,\widetilde{K}(l+1)). && (b)\end{aligned} \tag{2.9}$$

Khi $l \to \infty$, ma trận hệ $P(l)$ trở thành ma trận xác lập, tức là $\lim P(l) = P$, lúc đó ma trận phản hồi $\widetilde{K}(l)$ cũng trở thành xác lập $\widetilde{K}$.

Bởi vì lời giải của (2.9) được xác lập nhanh, thực tế có thể thay đổi luật điều khiển (2.8) bằng luật điều khiển gần tối ưu tĩnh $\Delta\,\widetilde{u}(l) = -\widetilde{K}\,\widetilde{x}(l)$ trong đó $\widetilde{K}$ được tính từ hệ phương trình đại số sau:

$$\begin{aligned} &\widetilde{K} = (\widetilde{h} + \widetilde{B}^T P\,\widetilde{B})^{-1}\,\widetilde{B}^T P\,\widetilde{A} && (a)\\ &P = Q + \widetilde{K}^T\,\widetilde{h}\,\widetilde{K} + (\widetilde{A} - \widetilde{B}\,\widetilde{K})^T P(\widetilde{A} - \widetilde{B}\,\widetilde{K}) && (b)\end{aligned} \tag{2.10}$$

Đặt

$$\overline{A}_c = \widetilde{A} - \widetilde{B}\,\widetilde{K}$$

$\overline{A}_c$ chính là ma trận kệ kín với phản hồi $\widetilde{K}$. Đặt (2.11) vào (2.10), ta có:

$$\widetilde{A}_c^T\,P\,\widetilde{A}_c - P = -Q - \widetilde{K}^T\,\widetilde{h}\,\widetilde{K}$$

có dạng phương trình Liapunov, ngoài ra P và $Q + \overline{\widetilde{K}}^T\,\widetilde{h}\,\widetilde{K}$ là xác định dương. Biết rằng hệ $\widetilde{x}(l+1) = (\widetilde{A} - \widetilde{B}\,\widetilde{K})\,\widetilde{x}(l)$ là luôn ổn định, tức là các giá trị riêng của ma trận $\overline{A}_c$ nằm trong vòng tròn đơn vị (hình 1).

Trong [1] đã chứng minh rằng, nếu đối với hệ (2.2) sử dụng luật điều khiển $\Delta u^*(l) = -K\,x(l)$, trong đó ma trận phản hồi cũng giống như (2.8), tức là $K = \widetilde{K}$ thì hệ kín

$$\overline{x}(l+1) = (\overline{A} + \overline{B}\,K)\,\overline{x}(l)$$

cũng ổn định và tất cả những giá trị riêng của ma trận $\overline{A}_c = \overline{A} - \overline{B}\,K$ nằm trong vòng tròn bán kính r với tâm nằm trên trục thực cách gốc tọa độ một khoảng α như trên hình 1.

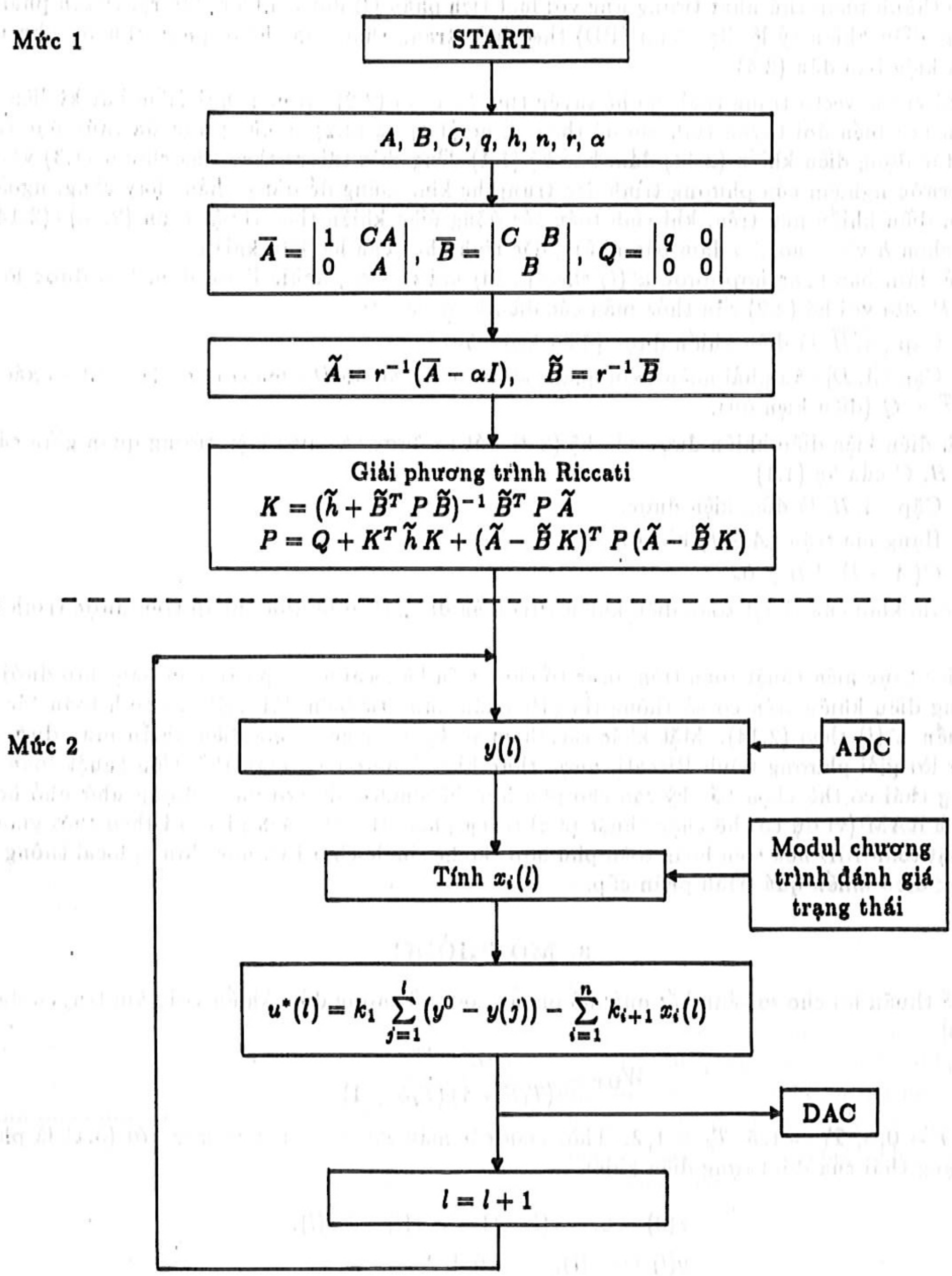
Như vậy, tác động điều khiển tối ưu đối với hệ (2.2), vừa đảm bảo tối thiểu hóa hàm chỉ tiêu (2.3), vừa đảm bảo phân bố nghiệm của phương trình đặc trưng hệ kín trong vùng r và α mong muốn sẽ là:

$$\Delta u^*(l) = -[\widetilde{h} + \widetilde{B}^T\,P\,\widetilde{B}]^{-1}\,\widetilde{B}^T\,\widetilde{A}\,x(l) = -\sum_{i=1}^{n+1} K_i\,x_i(l), \tag{2.12}$$

trong đó P - lời giải xác lập của phương trình Riccati (2.10b) được tính toán cùng phương trình (2.10a) bằng phương pháp hồi quy với điều kiện ban đầu bằng 0.

Giá trị tối ưu của tác động điều khiển được tính theo cách sau:

$$u^*(l) = \sum_{j=0}^{l} \Delta u^*(j) + u(-1). \tag{2.13}$$



Hình 2. **Sơ đồ khối thuật toán tổng hợp thuật PID tối ưu với hạn chế modan**

Đặt (2.12) vào (2.13), thay vào đó $\overline{x}_{i+1}(l)$ bởi $x_i(l)$ và $x_i(l-1)$ như trong (2.1) chú ý rằng $\overline{x}_1(l) = y(l) - y^o(l)$ và điều kiện ban đầu (2.4), ta có:

$$u^*(l) = K_1 \sum_{j=0}^{l} (y^0(l) - y(j)) - \sum_{i=1}^{n} K_{i+1}\, x_i(l) + \sum_{i=1}^{n} K_{i+1}\, x_i(-1) + u(-1), \tag{2.14}$$

trong đó thành phần thứ nhất tương ứng với luật tích phân (I) đối với biến đầu ra, thành phần thứ hai - luật điều khiển tỷ lệ-đạo hàm (PD) theo biến trạng thái, còn thành phần thứ ba phụ thuộc vào điều kiện ban đầu (2.4).

Bởi vì các vectơ trạng thái của hệ tuyến tính (1.1) và (2.2) tại mọi thời điểm bất kỳ liên quan với nhau bởi biến đổi tuyến tính, do đó theo [7] hệ (1.1) và (2.2) có cùng một đa thức đặc trưng. Vì vậy, tác động điều khiển (2.14) đảm bảo hệ (1.1) đồng thời tối ưu theo tiêu chuẩn (1.3) và phân bố cho trước nghiệm của phương trình đặc trưng hệ kín. Cũng dễ dàng nhận thấy rằng, ngoài hai mục tiêu điều khiển nêu trên, khi tính toán tác động điều khiển theo thuật toán (2.10) - (2.14), có thể lựa chọn h và q sao cho đảm bảo những đặc tính khác của hệ điều khiển.

Để đảm bảo tổng hợp được $u^*(l)$ theo (2.14) khi $l \to \infty$, nghĩa là để đảm bảo được lời giải xác lập P, đối với hệ (2.2) cần thỏa mãn các điều kiện sau [4]

1. Cặp $[\overline{A}, \overline{B}]$ là điều khiển được (điều kiện cần).
2. Cặp $[\overline{A}, D]$ cần phải hoàn toàn quan sát được, trong đó D - ma trận cỡ $(n \times n)$ và xác định bởi $DD^T = Q$ (điều kiện đủ).

Từ điều kiện điều khiển được của hệ (2.2), rút ra được các điều kiện tương quan giữa các ma trận A, B, C của hệ (1.1).

1. Cặp $[A, B]$ là điều kiện được.
2. Hạng ma trận $(A - I)$ bằng n.
3. $C(A - I)^{-1} B \neq 0$.

Sơ đồ khối của thuật toán điều khiển PID biến dạng theo phương pháp trên được trình bày ở hình 2.

Việc thực hiện thuật toán trên được tổ chức trên hệ local hai lớp cấu trúc sau: lớp dưới thực hiện vòng điều khiển trên cơ sở thông tin $y(l)$ nhận được từ biến đổi ADC và tính toán tác động điều khiển $u^*(l)$ theo (2.14). Mặt khác các tham số k_1, k_{i+1} của vòng điều khiển mức dưới nhận được từ lời giải phương trình Riccati, được thực hiện ở mức trên máy PC. Còn thuật toán đánh giá trạng thái có thể chọn bất kỳ sao cho phù hợp hệ single-chip với dung lượng nhớ nhỏ hơn 4k ROM, 1k RAM (ví dụ có thể chọn thuật (3.5) trong phần 3). Bởi cách phân rã theo thời gian như vậy, thuật toán PID nêu trên hoàn toàn phù hợp cho hệ single-chip-PC, một đơn vị local thông dụng trong các điều khiển quá trình phân cấp.

3. MÔ PHỎNG

Để thuận lợi cho so sánh kết quả mô phỏng, xét đối tượng điều khiển với hàm truyền đạt đặc trưng [6]

$$W_{\text{ĐT}} = \frac{K\, e^{-S\tau}}{(T_1 S + 1)\,(T_2 S + 1)} \tag{3.1}$$

$K = 1$, $\tau = 0,3$, $T_1 = 1,5$, $T_2 = 1,2$. Thời gian cắt mẫu $\Delta t = 1$. Tương ứng với (3.1) là phương trình trạng thái của đối tượng điều khiển

$$\begin{aligned} &x(0) = 0, \quad x(l+1) = A\,x(l) + b\,u(l), \\ &y(l) = c\,x(l), \quad l = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \tag{3.2}$$

trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,632 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0,968 \\ 0,264 \\ 0,235 \end{bmatrix}, \quad c = (1 \;\; 0 \;\; 0), \; n = 3.$$

Chỉ tiêu chất lượng điều khiển:

$$J = \sum_{l=0}^{\infty} \{q\,[y^0(l) - y(l)]^2 + h(u(l))^2\}, \tag{3.3}$$

trong đó: $q = 1$, $h = 1$, $y^0(l)$, $l = 0, 1, 2....$

Bài toán tổng hợp điều khiển theo (2.14) được giải cho hai trường hợp: $r = 0,2$; $\alpha = 0,8$ và $r = 1$; $\alpha = 0$ (tức là PID không có hạn chế modan). Để đánh giá trạng thái $x_i(l)$ thông qua $y(l)$ đo được, trong chương trình sử dụng modun thuật toán quan sát sau [4]:

$$\begin{aligned} &\hat{x}(l+1) = \hat{x}^0(l+1) + f[y(l+1) - c\,\hat{x}^0(l+1)], \\ &\hat{x}^0(l+1) = A\,\hat{x}(l) + b\,u(l), \quad n = 3, \\ &x^0(0) = 0, \; f^T = [1 \;\; \varsigma \;\; \varsigma^2] \end{aligned} \tag{3.4}$$

và thực hiện tính toán theo cách sau:

$$\begin{aligned} &\hat{x}_1(l) = y(l), \\ &\hat{x}_2(l) = \hat{x}_2^0(l) + \varsigma(y(l) - \hat{x}_1^0(l)), \\ &\hat{x}_3(l) = \varsigma\,\hat{x}_3^0(l) + \varsigma^2(y(l) - \hat{x}_1^0(l)), \\ &\hat{x}_1^0(l+1) = \hat{x}_2(l) + b_1\,u(l), \\ &\hat{x}_2^0(l+1) = \hat{x}_3(l) + b_2\,u(l), \\ &\hat{x}_3^0(l+1) = \varsigma\,\hat{x}_3(l) + b_3\,u(l), \end{aligned} \tag{3.5}$$

trong đó ς là hệ số tắt dần của đối tượng điều khiển $(0 < \varsigma < 1)$.

Kết quả mô phỏng cho thấy để nâng cao chất lượng điều khiển (theo nghĩa giảm thời gian và số dao động của quá trình quá độ), cần chọn vùng phân bố nghiệm gần điểm 1 bên trong đường hệ số tắt dần cho trước (hình 1). Nhưng cũng phải nhận thấy rằng càng gần điểm 1 thì độ dự trữ ổn định càng giảm. Kết luận đó hoàn toàn phù hợp với kết luận khi tổng hợp điều khiển sử dụng quỹ đạo nghiệm số trên mặt phẳng Z [4].

4. KẾT LUẬN

Thuật điều khiển PID hai mức đảm bảo chỉ tiêu chất lượng dạng bình phương cực tiểu, đồng thời phân bố mong muốn các nghiệm của phương trình hệ kín cho phép xây dựng các bộ điều khiển cho các đối tượng nằm trong hệ thống phân cấp hoặc phân tán với các quan hệ tương hỗ giữa các hệ thành phần đòi hỏi cân đối giữa chất lượng điều khiển và độ dự trữ ổn định của hệ thống. Thuật PID hai mức với điều kiện hạn chế modan có thể được thực hiện trên hệ PC - single-chip hoặc PC - PLC với các cấu hình tối thiểu nhờ cách tính phân chia theo thời gian của thuật toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Kunsevich V.R., Lutchak M.M., *Tổng hợp hệ điều khiển tự động sử dụng hàm Liapunov*, Leningrad, Nauka, 1977 (tiếng Nga).

[2] Drozdov N. V., *Các hệ điều khiển tự động trên máy tính*, Leningrad, Mashinostroenhie, 1989 (tiếng Nga).

[3] Izermau D., *Các hệ thống điều khiển số*, Moskva, Mir, 1984 (tiếng Nga).

[4] Kuo B., *Lý thuyết và thiết kế các hệ điều khiển số*, Moskva, Mashinostroenhie, 1986 (tiếng Nga).

[5] Auslander D., Tukahanhi T., Tomizuka M., Direct digital process control: Practic and Algorithms for Microprocessor Application, Tran. ASME, *J. Dyn. Sys., Meas. and Contr.* **66** (2) (1978).

[6] Zadeh L, Dozoer T., *Lý thuyết hệ tuyến tính*, Moskva, Nauka, 1970 (tiếng Nga).

Nhận bài ngày 10 - 10 - 1997

Viện Công nghệ thông tin