TẠP CHÍ KHOA HỌC TÍNH TOÁN VÀ ĐIỀU KHIỂN TẬP I (1985), SỐ 2, (7–13)

SỰ HỢP THÀNH CỦA CÁC QUAN HỆ ĐỒNG THỜI VÀ CÁC MẠNG ĐƠN ĐƯỢC ĐÁNH DẤU

HOÀNG CHÍ THÀNH
PIOTR PRÓSZYNSKI

Bài báo này đề cập đến vấn đề tổng hợp các mạng Petri. Giả sử cho trước hai mạng Petri được đánh dấu, chúng tôi sẽ đưa ra những qui tắc xây dựng mạng Petri là hợp của các mạng đó. Yêu cầu chính ở đây là phải bảo đảm giữ nguyên được càng nhiều càng tốt những cấu trúc động của các mạng ban đầu. Đặc biệt chú ý đến những tính chất động của mạng tổng hợp như tính an toàn hoặc tính kích hoạt cục bộ. Song, vấn đề tổng hợp các mạng mà bảo toàn tính an toàn và tính kích hoạt cục bộ, nói chung là không giải được.

Dựa vào những kết quả nghiên cứu về mạng Petri của Janicki [1, 2], các tác giả đã đưa ra được những qui tắc để hợp thành cho các mạng đơn được đánh dấu. Theo cách tiếp cận của Janicki, quan hệ đồng thời đóng vai trò đặc biệt [1, 2, 3, 4]. Khái niệm này là cơ sở để đưa ra cách thức tổng hợp các mạng. Cũng cần nhấn mạnh rằng không thể thiết lập được những phương pháp tổng hợp tương tự nếu như không dựa vào những kết quả như đã công bố ở các tài liệu tham khảo.

I – MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ SỞ

Chúng ta hãy nhắc lại một số khái niệm trong [1, 2].

1. Quan hệ đồng thời.

Định nghĩa: Quan hệ $C \subset X \times X$ được gọi là SIR – quan hệ khi và chỉ khi nó có tính đối xứng và không phản xạ, nghĩa là

1) $(\forall a, b \in X)\ (a, b) \in C \Leftrightarrow (b, a) \in C$

2) $(\forall a, b \in X)\ (a, b) \in C \Rightarrow a \neq b$

Ứng với mỗi SIR – quan hệ C chúng ta định nghĩa hai lớp tập con của **X**: kens (C) và $\overline{\text{kens}}$ (C) như sau (Xem [3];

$$\text{kens}(C) = \{A \subseteq X \mid (\forall a, b \in A)\ (a, b) \in C \cup Id_X \ \&\ (\forall c \notin A)\ (\exists a \in A)\ (a, c) \notin C\}$$

$$\overline{\text{kens}}(C) = \{A \subseteq X \mid (\forall a\ b \in A)\ (a, b) \notin C \ \&\ (\forall c \notin A)\ (\exists a \in A)\ (a, c) \in C\}$$

Để cho đơn giản ký hiệu, chúng ta hãy định nghĩa phép toán sau:

Định nghĩa: $A, B \subset X$

$$A \times B = \{(a, b) \in X \times X \mid a \neq b \ \&\ (a, b) \in (A \times B) \cup (B \times A)\}.$$

Lưu ý: nếu $C \subset X \times X$ là SIR – quan hệ thì $\overline{C} = X \times X - C$ cũng là SIR – quan hệ và $\overline{\overline{C}} = C$.

Nếu Cov là phủ của X thì các quan hệ sir (cov) và $\overline{sir}$ (cov) $\subset X \times X$ được định nghĩa như sau cũng sẽ là SIR – quan hệ (quan hệ được xác định từ tập phủ);

Định nghĩa : $(a, b) \in sir\ (cov) \Leftrightarrow a \neq b\ \&\ (\forall A \in cov)\ a \,\overline{\in}\, A$ hoặc $b \,\overline{\in}\, A$.

$$(a, b) \in \overline{sir}\ (cov) \Leftrightarrow a \neq b\ \&\ (\exists A \in cov)\ a \in A\ \&\ b \in A.$$

Tất nhiên $\overline{sir}\ (cov) = X \times X - sir\ (cov)$.

2. Mạng.

Chúng ta sẽ tập trung xét những mạng được gọi là mạng đơn như đã định nghĩa trong [1, 2]. Chúng ta hiểu mạng đơn là cặp $N = (T, P)$ trong đó T là tập các chuyển và P là tập các vị trí và có tính chất:

1) $(\forall a \in T)\ {}^{\cdot}a \neq \phi\ \&\ a^{\cdot} \neq \phi$

2) $(\forall p, q \in P)\ {}^{\cdot}p = {}^{\cdot}q\ \&\ p^{\cdot} = q^{\cdot} \Rightarrow p = q.$

Nghĩa là các vị trí được xác định thông qua những cái chuyển, còn quan hệ $F \subset T \times P \cup P \times T$ như trong mạng tổng quát là không cần thiết nữa (xem [1, 2]).

Tập các mạng đơn với quan hệ thứ tự bộ phận

$$(T_1, P_1) \sqsubseteq (T_2, P_2) \Leftrightarrow P_1 \subset P_2$$

sẽ lập thành dàn. Trong dàn này chúng ta có:

$$N_1 \cup N_2 = (T_1, P_1) \cup (T_2, P_2) = (T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2).$$

Chúng ta quan tâm đặc biệt đến một lớp con các mạng cho phép phân rã thành những mạng sơ cấp (tương đương với máy hữu hạn trạng thái).

Định nghĩa : Mạng $N = (T, P)$ được gọi là sơ cấp khi và chỉ khi:

1) N là atom trong dàn các mạng đơn.

2) Mỗi cái chuyển của mạng N chỉ có đúng một vị trí vào và một vị trí ra.

Định nghĩa : Mạng $N = (T, P)$ là mạng chính thường khi và chỉ khi tồn tại tập mạng sơ cấp $\{N_1, \ldots, N_m\}$ sao cho $N = N_1 \cup \ldots \cup N_m$.

Bây giờ chúng ta đưa ra khái niệm mạng được đánh dấu:

Định nghĩa : Mạng đơn được đánh dấu (hoặc gọi tắt là mạng đơn đánh dấu) là một bộ ba $MN = (T, P, Mar)$ trong đó:

$N = (T, P)$ – là mạng đơn,

$Mar \subseteq 2^P$ là tập các đánh dấu, Mar đóng với quan hệ đạt được tiến và lùi của mạng N_i.

Định nghĩa : Mạng đơn đánh dấu (T, P, Mar) có tính kích hoạt cục bộ khi và chỉ khi

$$(\forall a \in T)(\exists M_1, M_2 \subset Mar)\ {}^{\cdot}a \subset M_1\ \&\ a^{\cdot} \subset M_2.$$

Định nghĩa : Mạng đơn đánh dấu (T, P, Mar) là an toàn khi và chỉ khi

$$(\forall A \subset P)(\forall a \in T)({}^{\cdot}a \cap A = \phi\ \&\ (\exists M \in Mar)\ {}^{\cdot}a \cup A \subset M)$$

$$\Leftrightarrow (a^{\cdot} \cap A = \phi\ \&\ (\exists M' \in Mar)\ a^{\cdot} \cup A \subset M').$$

Giả sử $N = (T, P)$ là mạng chính thường, $N = N_1 \cup N_2 \cup \ldots \cup N_m$, trong đó $N_i = (T_i, P_i)/i = 1, \ldots, n/$ là các mạng sơ cấp. Khi đó $cov_E = \{P_1, \ldots, P_n\}$ sẽ là phủ của P. Có thể chứng minh được rằng (T, P, kens (sir (cov_E))) là mạng đơn đánh dấu. Mạng này được gọi là mạng đánh dấu tự nhiên và quan hệ sir (cov_E) được gọi là quan hệ cùng tồn tại và ký hiệu là $coex_E$.

Mạng đơn đánh dấu (T, P, Mar), trong đó (T, P) là mạng chính thường và $Mar \subset kens\ (coex_E)$ sẽ là mạng đánh dấu nửa tự nhiên nếu như nó có tính kích hoạt cục bộ.

Cần lưu ý rằng ở đây chỉ nhắc lại những khái niệm cần thiết và những khái niệm này cũng chỉ nêu tóm tắt và không hình thức. Để hiểu chi tiết hơn bạn đọc có thể xem [1, 2]. Trong [5] Lindio cũng đã so sánh cách tiếp cận của Janicki với các cách tiếp cận khác.

II – SỰ HỢP THÀNH CỦA CÁC SIR–QUAN HỆ

Mỗi một mạng đơn đánh dấu xác định một SIR–quan hệ được xem như là quan hệ tựa đồng thời. Nói chung, đó là quan hệ cùng tồn tại và được xác định bởi $coex_{Mar} = \overline{sir(Mar)}$ (xem [2]). Trong trường hợp mạng đánh dấu tự nhiên thì quan hệ này tương đương với quan hệ $coex_E = sir\ (cov_E)$. Điều này được suy ra từ bổ đề sau:

Bổ đề 1 ([2]).

Đối với mỗi SIR–quan hệ C

$$\overline{sir}\ (kens\ (C)) = sir\ (\overline{kens}\ (C)) = C.$$

Giả sử (T_1, P_1, Mar_1) và (T_2, P_2, Mar_2) là những mạng đơn đánh dấu bất kỳ và C_1, C_2 là những SIR–quan hệ ứng với những mạng đó. Mục đích của chúng ta là đưa ra được phép hợp các SIR–quan hệ C_1, C_2 thành quan hệ mới là mở rộng của những quan hệ trước đồng thời là SIR–quan hệ ứng với $(T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2)$. Hiển nhiên sự mở rộng ở đây hiểu theo nghĩa không đầy đủ, nghĩa là phải hạn chế bớt một số những yêu cầu trái ngược nhau của các quan hệ thành phần.

Chúng ta hãy sử dụng định nghĩa sau của Janicki [6]:

$$C_1 \subset X_1 \times X_1,\ C_2 \subset X_2 \times X_2 \text{ là SIR–quan hệ}$$

$$C_1 \oplus C_2 = sir\ (\overline{kens}\ (C_1) \cup \overline{kens}\ (C_2)).$$

Hiển nhiên, $C_1 \oplus C_2 \subset (X_1 \cup X_2) \times (X_1 \cup X_2)$ cũng là SIR–quan hệ. Quan hệ $C_1 \oplus C_2$ có thể biểu diễn thông qua C_1 và C_2 và những phép toán cơ sở trong lí thuyết tập hợp như sau:

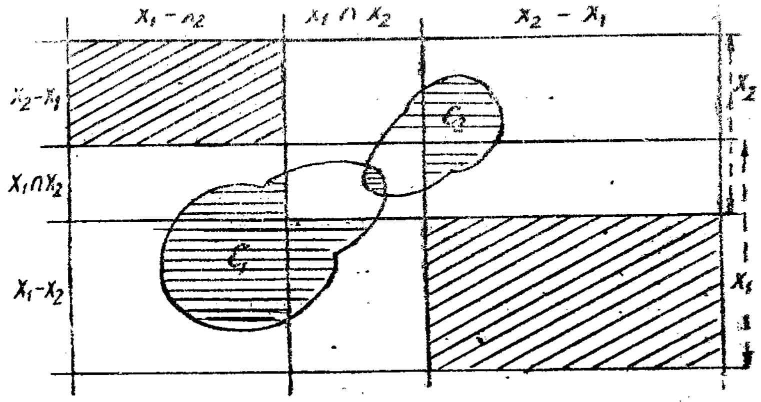
Định lý 1: Với mọi SIR – quan hệ $C_1 \subset X_1 \times X_1$, $C_2 \subset X_2 \times X_2$

$$C_1 \oplus C_2 = C_1 \cup C_2 - ((X_1 \cap X_2) \times (X_1 \cap X_2) - C_1 \cap C_2) \cup (X_1 - X_2) \times (X_2 - X_1)$$

$$= (C_1 \cup C_2 - (X_1 \cap X_2) \times (X_1 \cap X_2)) \cup C_1 \cap C_2 \cup (X_1 - X_2) \times (X_2 - X_1).$$

Rõ ràng là $C_1 \oplus C_2$ có mở rộng các quan hệ C_1, C_2.

Phép toán $\oplus$ có thể sẽ minh họa như sau:



Những vùng có gạch biểu diễn quan hệ $C_1 \oplus C_2$.

Định lý 2:

$C_1 \subset X_1 \times X_1$, $C_2 \subset X_2 \times X_2$ là SIR–quan hệ $C_1 \oplus C_2 = \overline{C_1} \cup \overline{C_2}$.

Từ định lý này chúng ta có thể đưa ra cách tính $C_1 \oplus C_2$ theo một công thức khác rất tiện lợi:

$$C_1 \oplus C_2 = (X_1 \cup X_2) \times (X_1 \cup X_2) - (\overline{C_1} \cup \overline{C_2}).$$

Một số hệ quả:

1) $|X_1 \cap X_2| \leqslant 1 \Rightarrow C_1 \oplus C_2 = C_1 \cup C_2 \cup X_1 \times X_2$

2) $X_1 = X_2 \Rightarrow C_1 \oplus C_2 = C_1 \cap C_2$

3) $C_1 = \phi$, $C_2 = \Phi \Rightarrow C_1 \oplus C_2 = (X_1 - X_2) \times X_2 - X_1)$.

Dễ dàng nhận thấy $C_1 \oplus C_2$ là rỗng nếu C_1 và C_2 đều được xác định trên cùng một tập hợp X và $C_1 \cap C_2 = \phi$

Cụ thể hơn ta có định lý sau:

Định lý 3: $C_1 \subset X_1 \times X_1$, $C_2 \subset X_2 \times X_2$ là SIR – quan hệ.
$C_1 \oplus C_2 = \phi$ khi và chỉ khi $X_1 \subseteq X_2$ & $C_1 \subset X_1 \times X_1 - C_1$ hoặc $X_2 \subset X_1$ & $C_1 \subset X_2 \times X_2 - C_2$.

Bây giờ chúng ta tìm cách ghép những quan hệ cùng tồn tại được xác định bởi sự đánh dấu của mạng.

Giả sử $MN_1 = (T_1, P_1, Mar_1)$ và $MN_2 = (T_2, P_2, Mar_2)$ là những mạng đơn đánh dấu bất kỳ và

$$coex_{Mar_1} = \overline{sir}\,(Mar_1),\ coex_{Mar_2} = \overline{sir}\,(Mar_2).$$

Dựa vào định lý 2 chúng ta thu được kết quả sau:

$$coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2} = \overline{sir\,(Mar_1) \cup sir\,(Mar_2)}.$$

Và vậy phép $\oplus$ sẽ đơn giản đối với những quan hệ cùng tồn tại.

III – SỰ HỢP THÀNH CỦA CÁC MẠNG ĐƠN ĐÁNH DẤU

Giả thiết $MN_1 = (T_1, P_1, Mar_1)$, $MN_2 = (T_2, P_2, Mar_2)$ là những mạng đơn đánh dấu bất kỳ. Bây giờ chúng ta sẽ tìm cách xây dựng mạng đơn đánh dấu mới là hợp của MN_1 và MN_2. Rõ ràng là mạng cần tìm phải có dạng: $(T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2, Mar)$, nghĩa là cấu trúc tĩnh đã hoàn toàn xác định. Theo kết quả đã có ở phần trước chúng ta cũng có thể tìm được quan hệ cùng tồn tại trên cơ sở các đánh dấu Mar_1, Mar_2 (nói một cách khác tìm được quan hệ cùng tồn tại trong mạng tổng hợp):

$$\begin{aligned} coex_{Mar} &= coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2} \\ &= \overline{sir\,(Mar_1) \cup sir\,(Mar_2)}. \end{aligned}$$

Tuy nhiên, có được quan hệ $coex_{Mar}$ cũng chưa thể xác định được Mar, bởi vì có thể có nhiều lớp đánh dấu Mar khác nhau cho cùng một quan hệ cùng tồn tại. Lưu ý rằng việc chọn tập Mar sao cho $coex_{Mar} = \overline{sin}(Mar) = coex_{Mar_1} \oplus coexx_{Mar_2}$ là phải hết sức thận trọng, vì với những tập đánh dấu khác nhau thì mạng sẽ có tính chất khác nhau hoặc với một số tập Mar thì $(T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2, Mar)$ có thể sẽ không phải là mạng đơn đánh dấu. Mặt khác chúng ta cũng thấy là phương pháp xây dựng Mar từ quan hệ $coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2}$ có thể khác nhau tùy thuộc vào lớp các mạng đơn đánh dấu mà ta chọn.

Trước khi đi vào các lớp mạng cụ thể, chúng ta hãy định nghĩa một số phép toán trên các mạng đơn đánh dấu như sau:

Định nghĩa: Giả sử $f: 2^{X \times X} \to 2^{2^X}$ là hàm với mọi $C \subset X \times X$ là SIR – quan hệ thỏa mãn các điều kiện:

1) $f(C)$ là phủ của X.

2) $(\forall A \in f(C))\ (\forall a, b \in A)\ (a, b) \in C \cup Id_X$

3) $(\forall (a, b) \in C) \exists A \in f(C)\ a \in A\ \&\ b \in A$.

Phép toán $\oplus_f$ **được định nghĩa như sau:**

$$(T_1, P_1, Mar_1) \oplus_f (T_2, P_2, Mar_2) = (T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2, f(\overline{sir}\,(Mar_1) \oplus \overline{sir}\,(Mar_2))).$$

Lưu ý là nếu B không phải là SIR – quan hệ thì $f(B)$ có thể là tập bất kỳ (nghĩa là $f(B) = \phi$).

Hàm f như thế sẽ được gọi là cơ sở của phép toán $\oplus_f$, còn phép toán $\oplus_f$ sẽ **được gọi là phép hợp các mạng đơn đánh dấu theo cơ sở f.**

Cần chú ý thêm là định nghĩa trên cũng chưa khẳng định được $(T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2, f(\mathrm{sir}(Mar_1) \oplus \mathrm{sir}(Mar_2)))$ sẽ phải là mạng đơn đánh dấu với hàm f bất kỳ. Điều quan trọng hơn là cũng chưa khẳng định liệu có tồn tại hàm f như thế để từ những mạng đơn đánh dấu bất kỳ thì phép hợp theo cơ sở f có cho một hàm đơn đánh dấu hay không?

Sau đây chúng ta sẽ tập trung xét hai lớp hàm cơ sở sau:

$$KEN : 2^{X \times X} \to 2^{2^X} : KEN(C) = \mathrm{kens}(C) \text{ với mọi SIR} - \text{quan hệ } C.$$

$$\xi : 2^{X \times X} \to 2^{2^X} :$$

$$\xi(C) = \{\{a, b\} \mid (a, b) \in C\} \cup \{\{a\} \mid (\forall b \in X)(a, b) \overline{\in} C\}$$

với mọi SIR – quan hệ C.

1. Sự hợp thành của những mạng đánh dấu tự nhiên.

Cho trước hai mạng chính thường (T_1, P_1), (T_2, P_2).

$$(T_i, P_i) = \bigcup_{j=1}^{m_i} \left(T_j^i, P_j^i\right), \quad i = 1, 2.$$

$cov_i = \{P_1^i, P_2^i, \ldots, P_{m_i}^i\}$ là phủ của P_i, $i = 1, 2$.

Hàm đánh dấu tự nhiên của (T_i, P_i), $i = 1,2$ sẽ được tính như sau:

$$Mar_i = \mathrm{kens}(\mathrm{sir}(cov_i)), \quad i = 1,2.$$

Hiển nhiên $(T, P) = (T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2)$ cũng sẽ là mạng chính thường và $cov = cov_1 \cup cov_2$ sẽ là phủ của $P_1 \cup P_2$. Vì vậy $(T, P, \mathrm{kens}(\mathrm{sir}(cov))$ sẽ là mạng đánh dấu tự nhiên. Cuối cùng ta có hai cách tổng hợp các mạng đánh dấu tự nhiên.

$$\begin{array}{ccccc}
(T_1, P_1) & \cup & (T_2\ P_x) & = & (T, P) \\
coex_1 = \downarrow \mathrm{sir}(cov_1) & & coex_2 = \downarrow \mathrm{sir}(cov_2) & & coex_C = \downarrow \mathrm{sin}(cov) \\
(T_1, P_1, \mathrm{kens}(coex_1)) & \oplus_f & (T_2, P_2)\ \mathrm{kens}\ coex_2)) & & = \underbrace{(T, P, f(coex_{M_1} \oplus coex_{M_2}))}_{(T,\ P,\ \mathrm{kens}\ (coex_C)}
\end{array}$$

trong đó $M_i = \mathrm{kens}(\mathrm{sir}(cov_i))$, $i = 1,2$.

Định lý 4. Đối với những mạng đánh dấu tự nhiên (T_1, P_1, Mar_1) và (T_2, P_2, Mar_2), $Mar_i = \mathrm{kens}(\mathrm{sir}(cov_i))$, $i = 1, 2$,

$$coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2} = \mathrm{sir}(cov_1 \cup cov_2) = coex_C.$$

Vì vậy nếu $f \equiv KEN$ thì cả hai phép hợp sẽ cho cùng một kết quả và $(T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2, \mathrm{kens}(coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2})$ là mạng đánh dấu tự nhiên.

Hệ quả 4. Lớp các mạng đánh dấu tự nhiên sẽ đóng với phép toán $\oplus_{KEN}$.

Riêng đối với những mạng sơ cấp đánh dấu tự nhiên (T_1, P_1), (T_2, P_2) thì hàm đánh dấu tự nhiên sẽ là:

$Mar_1 = \{\{p\} \mid p \in P_1\}$, $Mar_2 = \{\{q\} \mid q \in P_2\}$

Khi đó

$$coex_{Mar_1} = \Phi, \ coex_{Mar_2} = \Phi.$$

Từ hệ quả 3 ta có: $coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2} = (P_1 - P_2) \times (P_2 - P_1)$.

Cho nên

$$KEN(coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2}) = \mathrm{kens}((P_1 - P_2) \times (P_2 - P_1))$$

$$= \{\{p, q\} \mid p \in P_1 - P_2 \ \&\ q \in P_2 - P_1\} \cup \{\{p\} \mid p \in P_1 \cap P_2\}$$

$$= \xi(coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2}).$$

Những kết quả trên không thể áp dụng được cho lớp các mạng đánh dấu nửa tự nhiên. Đối với lớp này ta có kết quả như sau :

Định lý 5: Với mọi mạng đánh dấu nửa tự nhiên MN_1, MN_2, nếu $MN_1 \oplus_{KEN} MN_2$ là mạng đơn đánh dấu thì nó sẽ là mạng an toàn và có tính kích hoạt cục bộ.

Tuy nhiên chúng tôi cũng cho là có thể hợp hai mạng đánh dấu nửa tự nhiên MN_1 với MN_2, nghĩa là :

Giả thuyết : Với mọi mạng đánh dấu nửa tự nhiên MN_1, MN_2 luôn tồn tại cơ sở f sao cho $MN_1 \oplus_f MN_2$ là an toàn và là mạng đơn đánh dấu có tính kích hoạt cục bộ.

Song chúng tôi chưa chứng minh được điều này.

2. Sự hợp thành của những mạng có các tập vị trí rời nhau.

Hệ quả 1 áp dụng cho những tập có các vị trí rời nhau ta thu được :

$$coex_{Mar} = coex_{Mar_1} \cup coex_{Mar_2} \cup P_1 \times P_2.$$

Tập Mar có thể tính theo công thức

$Mar = \{M = M_1 \cup M_2 \mid M_1 \in Mar_1, M_2 \in Mar_2\}$. Khi đó chúng ta có định lý sau :

Định lý 6: Nếu $MN_1 = (T_1, P_1, Mar_1)$ và $MN_2 = (T_2, P_2, Mar_2)$ là những mạng đơn an toàn (có tính kích hoạt cục bộ) có tập các vị trí rời nhau ($P_1 \cap P_2 = \Phi$) thì ($T_1 \cup T_2$, $P_1 \cup P_2$, Mar) với Mar được xác định như trên cũng là mạng an toàn (có tính kích hoạt cục bộ).

Lưu ý rằng chúng ta có thể dễ dàng chỉ ra sự tồn tại hàm f sao cho $f(coex_{Mar}) = Mar$. Nhưng công thức mô tả f lại không cần thiết bởi vì Mar có thể tính đơn giản như ở trên.

Ở trên chúng ta đã tìm cách tổng hợp một số lớp mạng đặc biệt. Mục đích chính là tìm cách xác định Mar trên cơ sở hạn chế bớt quan hệ $coex_{Mar}$. Nói một cách khác là tính Mar theo Mar_1, Mar_2 bằng một công thức đơn giản nhất nhưng phải thỏa mãn.

$$\overline{sir}\,(Mar) = coex_{Mar_1} \oplus coex_{Mar_2}.$$

Để giải quyết được vấn đề đó chúng ta phải giải quyết các vấn đề sau :

– Chọn hàm cơ sở f của Mar_1 và Mar_2 như thế nào.

– Làm thế nào để biến đổi $Mar = f\,\overline{(sir\,(Mar_1) \cup sir\,(Mar_2))}$ về dạng $Mar = F\,(Mar_1, Mar_2)$. Chỉ một số trường hợp đặc biệt (như đã giới thiệu ở trên) thì hàm F mới tính được.

Kết luận :

Ở trên chúng tôi đã trình bày cách hình thức hóa phép hợp các mạng đơn đánh dấu. Những kết quả này góp phần trả lời cho câu hỏi khi nào những hệ đồng thời có thể hợp tác được với nhau và hệ hợp thành từ những hệ con có được những tính chất gì? Các tác giả hy vọng rằng những kết quả nghiên cứu này sẽ làm cơ sở để giúp chúng ta hiểu rõ bản chất của hiện tượng đồng thời.

Tất cả các phần chứng minh những kết quả trên nói chung là khá dài, nên chúng tôi để công bố ở bài báo khác.

Các tác giả vô cùng cảm ơn ông R. Janicki đã động viên khuyến khích và cho những lời góp ý vô giá.

Nhận ngày 24-3-1985

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Janicki R.**, *On Atomic Nets and Concurrency Relations*, Lecture Notes in Comp. Sci., Vol. 88, Springer–Verlag, 1980, pp. 320 – 333.

2. **Janicki R.**, *Nets. Sequential Components and Concurrency Relation*, to apear in Theoretical Comp. Sci, Vol. 28, 1984.

3. **Petri C.A.**, *Non-senquential Processes*, ISF Report 70 – 01, GMD, Bonn, 1977.

4. **Prószynski P.**, *Remarks on the Notion of Concurrency – like Relation in the case of Systems*, Lecture Notes in Comp. Sci., Vol. 117, Springer-Verlag, 1981.

5. **F. de Ciudio et al.**, *Superposed Automata Nets*, Informatik-Fachberichte, Sprinter 1982, pp. 269 – 279.

6. **Janicki R.**, Private communication.

ABSTRACT

Compositions of concurrency relations and marked simple nets

The presented paper concerns problem of Petri nets synthesis Assuming that two marked Petri nets are given, the authors attempt to state the rules of constructing the net consinted of them. The main requirement here is to save dynamic structures of the input nets as far as it is posible. The resuls presented are a step forward in an answering the question when some concurrent systems. Cooperate and what properties the composed system have for given subsystems. the special attention is paid to the basic dynamic properties of the composed net, as safeners ar local fireability.