Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.24, S.3 (2008), 191–203

MỞ RỘNG ĐỘ ĐO TÍNH MỜ VÀ ÁNH XẠ NGỮ NGHĨA ĐỊNH LƯỢNG TRÊN CƠ SỞ GIẢ THIẾT ĐỘ ĐO TÍNH MỜ CỦA PHẦN TỬ TRUNG HOÀ KHÁC KHÔNG

PHẠM THANH HÀ

Trường Đại học Giao thông Vận tải Hà Nội

Abstract. In this paper, we extent some concepts such as fuzziness measure of linguistic terms and semantically quantifying mapping based on supposition that fuzziness measure of the element W is non-zero ($fm(W) \neq 0$).

Tóm tắt. Bài báo tập trung vào việc mở rộng một số khái niệm như độ đo tính mờ của nhãn ngôn ngữ và mở rộng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng trên cơ sở giả thiết độ đo tính mờ của phần tử trung hoà W khác không ($fm(W) \neq 0$).

1. MỞ ĐẦU

Đại số gia tử (ĐSGT) cung cấp một cơ sở toán học cho việc biểu diễn ngữ nghĩa các từ của nhãn ngôn ngữ và hình thức hóa tính mờ ngôn ngữ và xây dựng độ đo tính mờ một cách hợp lý $[1-5]$. Trong các nghiên cứu trên, các tác giả đều quan niệm đại số gia tử gồm các phần tử sinh c^-, c^+ và phần tử trung hoà (không sinh nghĩa) W với độ đo tính mờ của phần tử này bằng không ($fm(W) = 0$). Tuy nhiên trên thực tế ta luôn chỉ ra được những ví dụ cho thấy có thể giả thiết độ đo tính mờ của phần tử trung hòa khác không, ví dụ xét nhãn ngôn ngữ tuổi với 2 phần tử sinh là “Trẻ” và “Già”, phần tử trung hòa có thể được xem là “Trung niên”, rõ ràng phần tử “Trung niên” không sinh nghĩa, tuy nhiên nó cũng không phải là “phần tử rõ” được nên giả thiết fm(“Trung niên”) $\neq 0$ là hoàn toàn hợp lý.

Với lý do trên bài báo này tập trung vào việc mở rộng một số khái niệm như độ đo tính mờ của giá trị ngôn ngữ và mở rộng ánh xạ ngữ nghĩa trên cơ sở giả thiết độ đo tính mờ của phần tử trung hòa khác không.

Bố cục bài báo: Mục 2, 3 sẽ tiến hành mở rộng các khái niệm như độ đo tính mờ của biến ngôn ngữ, ánh xạ ngữ nghĩa định lượng, Mục 4 là một ứng dụng nhằm chứng tỏ tính khả dụng của các kết quả trong Mục 2, 3.

2. MỞ RỘNG KHÁI NIỆM ĐỘ ĐO TÍNH MỜ

Giả sử ĐSGT $AX^* = (X^*, G, H, \sigma, \phi, \leq)$ là tuyến tính và đầy đủ [7] trong đó X^* là tập cơ sở, $G = (\mathbf{0}, c^-, W, c^+, \mathbf{1})$ với c^-, c^+ là 2 phần tử sinh, $0, W, 1$ là các phần tử không sinh nghĩa, (phần tử W còn gọi là phần tử trung hoà), H là tập các gia tử âm và dương, $\leq$ là quan hệ thứ tự toàn phần trên X^*, σ và ϕ là hai phép toán mở rộng sao cho với mọi $x \in X^*, \phi x, \sigma x$

tương ứng là cận dưới đúng và cận trên đúng trong X^* của tập $H(x)$, là tập tất cả các phần tử sinh ra từ x nhờ các tác động của các gia tử trong H. Giả sử $H = H^- \cup H^+$ và $H^- = \{h_{-1}, ..., h_{-q}\}$, với $h_{-1} < h_{-2} < ... < h_{-q}$, và $H^+ = \{h_1, ..., h_p\}$, với $h_1 < ... < h_p$, trong đó ta quy ước $h_0 = I$, toán tử đồng nhất trên X^*. Đặt $H_e = H \cup \{\sigma, \phi\}$, ta có $H(G) = X$ còn $H_e(G) = X^*$. Các phần tử trong tập $\lim(X^*) = X^* \backslash X$ được gọi là các phần tử giới hạn. Ta luôn luôn giả thiết rằng AX^* là ĐSGT tự do, tức là $\forall x \in H(G)$, $\forall h \in H$, $hx \neq x$, lưu ý rằng $\mathbf{0}, \mathbf{1}, W$ không sinh nghĩa. Khái niệm độ đo tính mờ của biến ngôn ngữ và ánh xạ ngữ nghĩa định lượng cũng đã được công bố trong [8].

Giả thiết $fm(W) \neq 0$, khái niệm độ đo tính mờ được mở rộng như sau.

Định nghĩa 2.1. Một hàm $fm : X^* \to [0, 1]$ được gọi là một độ đo tính mờ của biến ngôn ngữ $\mathcal{X}$, nếu nó có các tính chất sau:

F1) fm là một độ đo đầy đủ trên X^*, nghĩa là $fm(c^-) + fm(W) + fm(c^+) = 1$ $\forall u \in X^* \backslash \{W\}$;

F2) Nếu x là một khái niệm chính xác, tức là $infimum\ H(x) = supremum\ H(x)$ thì $fm(x) = 0$. Đặc biệt ta có $fm(\mathbf{0}) = fm(\mathbf{1}) = 0$;

F3) $\forall x, y \in X^* \backslash \{W\}$, $\forall h \in H$, ta có $\dfrac{fm(hx)}{fm(x)} = \dfrac{fm(hy)}{fm(y)}$, nghĩa là tỷ số này không phụ thuộc vào một phần tử cụ thể nào và do đó ta có thể ký hiệu nó bằng $\mu(h)$ và được gọi là độ đo tính mờ của gia tử h.

Từ Định nghĩa 2.1 ta thấy fm có các tính chất sau.

Mệnh đề 2.1. *Độ đo tính mờ fm của các khái niệm và $\mu(h)$ của các gia tử thỏa mãn các tính chất sau:*

1) $fm(hx) = \mu(h) fm(x), \forall x \in X^* \backslash \{W\}$;

2) $fm(c^-) + fm(W) + fm(c^+) = 1$ *với* $c \in \{c^-, c^+\}$;

3) $\sum_{i=-q, i\neq 0}^{p} fm(h_i c) = fm(c)$ *với* $c \in \{c^-, c^+\}$;

4) $\sum_{i=-q, i\neq 0}^{p} fm(h_i x) = fm(x)$ $\forall x \in X^* \backslash \{W\}$;

5) $\sum_{i=-1}^{-q} \mu(h_i) = \alpha$ *và* $\sum_{i=1}^{p} \mu(h_i) = \beta$ $\forall \alpha, \beta > 0$ *và* $\alpha + \beta = 1$.

Như vậy điểm khác biệt cơ bản giữa Định nghĩa 2.1 và định nghĩa về độ đo tính mờ trong [8] là giả thiết $fm(W) \neq 0$ và khái niệm chính xác.

Để mở rộng hệ khoảng mờ trước hết ta nhắc lại một số khái niệm sau.

Trước hết là khái niệm phép so sánh giữa hai khoảng, khái niệm này được phát biểu như sau: Cho hai khoảng thực bất kỳ $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$, ta nói $\mathcal{J}_1 \leq \mathcal{J}_2$ nếu và chỉ nếu $\forall a \in \mathcal{J}_1$, $\forall b \in \mathcal{J}_2$ kéo theo $a \leq b$. Trong trường hợp khoảng $\mathcal{J}_2$ là một điểm c ta có khái niệm phép so sánh giữa một khoảng và một điểm, khái niệm này được phát biểu như sau: Cho khoảng thực $\mathcal{J}$ và một số thực bất kỳ, ta nói $\mathcal{J} \leq c$ nếu và chỉ nếu $\forall a \in \mathcal{J}$ kéo theo $a \leq c$.

Thứ hai là khái niệm độ dài của một từ trong một ĐSGT: Với mỗi $x \in X = H(G)$, độ dài của x, ký hiệu là $|x|$, là số lần xuất hiện các ký hiệu kể cả gia tử lẫn phần tử sinh trong x.

Gọi $P([0,1])$ là tập tất cả các khoảng con của đoạn $[0, 1]$. Khái niệm hệ khoảng mờ được mở rộng tự nhiên như sau.

Định nghĩa 2.2. (Hệ khoảng mờ liên kết với fm) Cho AX^* là ĐSGT tuyến tính, đầy đủ và tự do và fm là một độ đo tính mờ của AX^*. Ánh xạ $\mathcal{J} : X \to P([0,1])$ được gọi là phép gán khoảng mờ dựa trên fm nếu nó được xây dựng theo quy nạp theo độ dài của x như sau: 1) Với $|x| = 1$, ta xây dựng các khoảng mờ $\mathcal{J}(c^-), \mathcal{J}(W)$ và $\mathcal{J}(c^+)$, với $|\mathcal{J}(x)| = fm(x)$, sao cho chúng lập thành một phân hoạch của đoạn $[0, 1]$ và thứ tự giữa chúng được cảm sinh từ thứ tự của các phần tử c^-, W và c^+, nhờ phép so sánh khoảng ta có $\mathcal{J}(c^-) \leq \mathcal{J}(W) \leq \mathcal{J}(c^+)$.

Giả sử khoảng mờ $\mathcal{J}(x)$ với $|\mathcal{J}(x)| = fm(x)$ đã được xây dựng với $\forall x \in H(G)$, $|x| = n \geq 1$ ta xây dựng các khoảng mờ $\mathcal{J}(h_i x)$ sao cho chúng tạo thành một phân hoạch của $\mathcal{J}(x), |\mathcal{J}(h_i x)| = fm(h_i x)$ và thứ tự giữa chúng được cảm sinh từ thứ tự giữa các phần tử trong $\{h_i x : -q \leq i \leq p,\ i \neq 0\}$.

$\mathcal{J}(x)$ được gọi khoảng mờ của phần tử x. Có thể thấy rằng định nghĩa trên là đúng đắn, vì theo Mệnh đề 2.1 ta có $\displaystyle\sum_{i=-q, i\neq 0}^{p} fm(h_i x) = fm(x)\ \forall x \in X^* \backslash \{W\}$. Ngoài ra dễ dàng nhận thấy rằng, cho fm trên AX^*, có tồn tại duy nhất một hệ khoảng mờ liên kết với fm. Kí hiệu $\mathcal{J}_{fm} = \{\mathcal{J}(x) : x \in X\}$ là tập các khoảng mờ của X. Ví dụ, các khoảng mờ $\mathcal{J}(c^-), \mathcal{J}(W)$ và $\mathcal{J}(c^+)$ đóng ở đầu mút phải có dạng $[0, fm(c^-)]$, $(fm(c^-), fm(c^-)+fm(W)]$ và $(fm(c^-) + fm(W), 1]$ và rõ ràng nó được xác định duy nhất theo Định nghĩa 2.2.

Với k là một số nguyên dương, ta đặt $X_k = \{x \in X : |x| = k\}$.

Mệnh đề 2.2. *Cho độ đo tính mờ fm trên ĐSGT AX^* và $\mathcal{J}_{fm}$ là hệ khoảng mờ của AX^* liên kết với fm. Khi đó,*

1) Với $x \in H(G)$, tập $\mathcal{J}_{fm}(x,k) = \{\mathcal{J}(y) : y = h_k h_{k-1} ... h_1 x$ và $(h_k, h_{k-1} ..., h_1 \in H\}$ là phân hoạch của khoảng mờ $\mathcal{J}(x)$;

2) Tập $\mathcal{J}_{fm}(k) = \{\mathcal{J}(x) : x \in X_k\}$, được gọi là tập các khoảng mờ độ sâu k, là một phân hoạch của tập $\mathcal{J}(c^-) \cup \mathcal{J}(c^+)$. Ngoài ra, với $\forall x, y \in X_k$, ta có $x \leq y$ kéo theo $\mathcal{J}(x) \leq \mathcal{J}(y)$.

Chứng minh: Ta chứng minh khẳng định 1) bằng quy nạp theo k. Với $k = 1$, $\mathcal{J}_{fm}(x, 1)$ chính là tập $\{\mathcal{J}(h_j x) : j \in [q \wedge p]\}$. Theo cách xây dựng trong Định nghĩa 2.2, nó tạo thành phân hoạch của $\mathcal{J}(x)$.

Giả sử khẳng định 1) đúng với $k1$. Ta thấy, $\mathcal{J}_{fm}(x,k) = \bigcup_{j\in[-q\wedge p]} \mathcal{J}_{fm}(h_j x, k-1)$. Theo giả thiết quy nạp $\mathcal{J}_{fm}(h_j x, k-1)$ là phân hoạch của $\mathcal{J}(h_j x) \in \mathcal{J}_{fm}(x, 1)$. Mặt khác, $\mathcal{J}_{fm}(x, 1)$ là phân hoạch của $\mathcal{J}(x)$. Từ đó ta suy ra $\mathcal{J}_{fm}(x, k)$ là phân hoạch của $\mathcal{J}(x)$.

Vì vế đầu của khẳng định 2) là hệ quả trực tiếp của 1), ta chỉ cần chứng minh vế còn lại. Với $k = 1$, vế cần chứng minh là hiển nhiên do ta có $\mathcal{J}(c^-) < \mathcal{J}(W) < \mathcal{J}(c^+)$. Giả sử $k > 1$. Vì x và y có cùng độ dài k, biểu diễn chính tắc của chúng có dạng $x = h_k h_{k-1} ... h_1 c$ và $y = h'_k h'_{k-1} ... h'_1 c'$, trong đó $c, c' \in \{c^-, c^+\}$. Nếu $c \neq c'$, giả thiết $x \leq y$ kéo theo $c < c'$ và khi đó rõ ràng ta có $\mathcal{J}(x) \subseteq \mathcal{J}(c) < \mathcal{J}(y) \subseteq \mathcal{J}(c')$, đó là điều cần chứng minh. Nếu $c = c'$, ta có $x = h_k h_{k-1} ... h_j u$ và $y = h'_k h'_{k-1} ... h'_j u$, trong đó u là khúc đuôi chung lớn nhất của hai xâu x và y và do đó $h_j \neq h'_j$. Giả thiết $x \leq y$ sẽ kéo theo $h_j u \leq h'_j u$. Theo Định nghĩa 2.2, quan hệ thứ tự $h_j u \leq h'_j u$ cảm sinh quan hệ $\mathcal{J}(h_j u) \leq \mathcal{J}(h'_j u)$. Từ đẳng thức này ta suy ra $\mathcal{J}(x) \leq \mathcal{J}(y)$ và mệnh đề hoàn toàn được chứng minh. ■

3. MỞ RỘNG ÁNH XẠ NGỮ NGHĨA ĐỊNH LƯỢNG

Trên cơ sở các thay đổi của Định nghĩa 2.1 ta nhận thấy:

Về mặt ngữ nghĩa $H(x), \forall x \in \underline{X}^*$ là tập tất cả các khái niệm sinh ra từ x nhờ việc thay đổi ngữ nghĩa của x bằng các gia tử ngôn ngữ nên ta vẫn xem tập $H(x)$ mô phỏng tính mờ của khái niệm x, do đó độ đo tính mờ của x vẫn được quan niệm là kích thước của tập $H(x)$, được ký hiệu là $d(H(x))$, kích thước này sẽ được xác định bởi đường kính của tập các giá trị ngữ nghĩa định lượng của $H(x)$.

Để xây dựng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng ta dựa trên ý tưởng sau: Giá trị ngữ nghĩa định lượng của một khái niệm x được xác định bởi một đoạn thẳng nằm trong đoạn [0, 1]. Khi đó ngữ nghĩa định lượng của các phần tử trong tập $H(x)$ là tập các đoạn thẳng nằm trong đoạn [0, 1] ký hiệu $f(H(x))$. Và đoạn thẳng bé nhất bao hàm toàn bộ các đoạn của $f(H(x))$ sẽ được cho là đường kính của $f(H(x))$ và khi đó độ dài đường kính là độ đo tính mờ của x.

Với cách tiếp cận như trên việc xây dựng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng được tiến hành như sau.

Trước hết ta thấy rằng hệ các khoảng mờ liên kết với fm là tập con của $P([0,1])$, bản thân hệ này không có thứ tự. Như vậy cần xây dựng một quan hệ thứ tự cho các phần tử trong một hệ khoảng mờ, các Định nghĩa 3.1, 3.2 và Định lý 3.1 được đưa ra để phục vụ việc xây dựng quan hệ thứ tự trên.

Định nghĩa 3.1. Cho $L \subseteq P([0,1])$. Một ánh xạ $r : L \to [0,1]$ được gọi là tương thích với L nếu nó thỏa mãn các điều kiện sau:

1) $\forall \mathcal{J} \in L,\ r(\mathcal{J}) \in \mathcal{J}$;

2) $\forall \mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2 \in L, \mathcal{J}_1 \neq \mathcal{J}_2$ kéo theo $r(\mathcal{J}_1) \neq r(\mathcal{J}_2)$.

Ý nghĩa của ánh xạ r là nó cho ta giá trị đại diện của khoảng trong L và nó cảm sinh một quan hệ thứ tự trên tập L.

Định nghĩa 3.2. Cho L và một ánh xạ $r : L \to [0,1]$ tương thích với L. Khi đó r sẽ cảm sinh một quan hệ thứ tự tuyến tính $\leq_{L,r}$ trên L thỏa mãn với $\forall \mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2 \in L,\ \mathcal{J}_1 \leq_{L,r} \mathcal{J}_2$ nếu và chỉ nếu $r(\mathcal{J}_1) \leq r(\mathcal{J}_2)$.

Định lý 3.1. *Cho ĐSGT tuyến tính đầy đủ $AX^* = (X^*, G, H, \sigma, \phi, \leq)$ và một độ đo tính mờ fm. Giả sử $\mathcal{J}$ là hệ các khoảng mờ liên kết với fm. Khi đó, ta luôn xây dựng được một bộ $(\mathcal{J}, \rho)$ tương thích (thoả Định nghĩa 2.2) sao cho $|\mathcal{J}(x)| = fm(x)$ và $\rho(\mathcal{J}(x))$ là điểm chia trong khoảng $\mathcal{J}(x)$ theo tỷ lệ $\alpha : \beta$, nếu $Sign(h_p x) = +1$ (hàm dấu Sign, xem [8]), và theo tỷ lệ $\beta : \alpha$, nếu $Sign(h_p x) = 1$. Hơn nữa ta có:*

1) *Nếu $Sign(h_p x) = +1$, ta có*

$$\mathcal{J}(h_{-q}x) \leq \mathcal{J}(h_{-q+1}x) \leq ... \leq \mathcal{J}(h_{-1}x) \leq \rho(\mathcal{J}(x)) \leq \mathcal{J}(h_1 x) \leq ... \leq \mathcal{J}(h_{p-1}x) \leq \mathcal{J}(h_p x) \quad (*)$$

2) *Nếu $Sign(h_p x) = 1$, ta có*

$$\mathcal{J}(h_p x) \leq \mathcal{J}(h_{p-1}x) \leq ... \leq \mathcal{J}(h_1 x) \leq ((\mathcal{J}(x)) \leq \mathcal{J}(h_{-1}x) \leq ... \leq \mathcal{J}(h_{-q+1}x) \leq \mathcal{J}(h_{-q}x) \quad (**)$$

Chứng minh

Trước hết ta nhận thấy quan hệ thứ tự giữa $\rho(\mathcal{J}(x))$ và các khoảng mờ của các phần tử có độ dài $|x|+1$ được sắp xếp như (*), (**).

Thực vậy, theo định nghĩa, các khoảng mờ trên lập thành phân hoạch của khoảng $\mathcal{J}(x)$ và quan hệ thứ tự giữa chúng được cảm sinh từ quan hệ thứ tự giữa các phần tử trong tập $\{h_i x : q \le i \le p,\ i \ne 0\}$. Nếu $Sign(h_p x) = +1$, ta có $x \le h_p x$, và do đó suy ra

$$h_{-q}x \le h_{-q+1}x \le ... \le h_{-1}x \le x \le h_1 x \le ... \le h_{p-1}x \le h_p x. \qquad (*')$$

Vì $\sum_{i=-q}^{-1} fm(h_i x) = fm(x) \sum_{i=-q}^{-1} \mu(h_i) = \alpha fm(x)$, đầu mút chung của hai khoảng mờ $\mathcal{J}(h_{-1}x)$ và $\mathcal{J}(h_1 x)$ là điểm chia trong khoảng $\mathcal{J}(x)$ theo tỷ lệ $\alpha : \beta$, hay $\rho(\mathcal{J}(x))$ chính là đầu mút chung của hai khoảng mờ trên. Do vậy, dãy thứ tự (*') cảm sinh ra dãy thứ tự (*).

Một cách tương tự ta có dãy (**).

Bây giờ ta chỉ còn phải chứng minh ánh xạ ρ được xác định như trong định lý là tương thích với hệ khoảng mờ của AX^*.

Rõ ràng theo cách xây dựng ta có $\rho(\mathcal{J}(x)) \in \mathcal{J}(x)$. Giả sử $\mathcal{J}(x) \ne \mathcal{J}(y)$. Rõ ràng nếu $x \in H(c^-)$ và $y \in H(c^+)$ thì $\mathcal{J}(x) \subseteq \mathcal{J}(c^-)$ và $\mathcal{J}(x) \subseteq \mathcal{J}(c^+)$ và do đó $\rho(\mathcal{J}(x)) \ne \rho(\mathcal{J}(y))$ vì $\mathcal{J}(c^-)$ và $\mathcal{J}(c^+)$ là hai tập rời nhau. Giả sử $x, y \in H(c)$ với $c \in \{c^-, c^+\}$. Trong trường hợp này phải tồn tại một xâu con chung u lớn nhất của x và y. Khi đó có hai khả năng. Thứ nhất, $x \in H(hu)$ và $y \in H(ku)$ với $h \ne k$. Bằng cách chứng minh tương tự ta cũng thu được $\rho(\mathcal{J}(x)) \ne \rho(\mathcal{J}(y))$. Khả năng thứ hai là hoặc ta có $x \in H(y)$, hoặc ta có $y \in H(x)$. Chẳng hạn, ta có $y \in H(x)$. Vì $\mathcal{J}(x) \ne \mathcal{J}(y)$ nên $x \ne y$, và do đó $y \in H(h_j x)$, với một $h_j \in H$. Ta có $\mathcal{J}(y) \subseteq \mathcal{J}(h_j x)$. Theo các bất đẳng thức trong (*) và (**) đã chứng minh, ta có hoặc $\rho(\mathcal{J}(x)) \le \mathcal{J}(h_j x)$, hoặc $\mathcal{J}(h_j x) \le \rho(\mathcal{J}(x))$. Vì $\rho(\mathcal{J}(y))$ là điểm chia trong của khoảng $\mathcal{J}(y) \subseteq \mathcal{J}(h_j x)$ theo tỷ lệ $\alpha : \beta$ hoặc theo tỷ lên $\beta : \alpha$, nên ta suy ra $\rho(\mathcal{J}(y)) \ne \rho(\mathcal{J}(x))$. Định lý được chứng minh. ■

Mệnh đề 3.1. *Tập các khoảng mờ $\mathcal{J}_{fm} = \{\mathcal{J}(x) : x \in X\}$ thoả mãn tính chất $x < y \Rightarrow \rho(\mathcal{J}(x)) < \rho(\mathcal{J}(y))$.*

Chứng minh. Giả sử $x < y$ và $x, y \in X = H(G)$. Nếu $x \in H(g)$ và $g \in H(g')$, $g \ne g'$, từ $x < y$ ta suy ra $g < g'$ và do đó $\mathcal{J}(g) < \mathcal{J}(g')$. Bất đẳng thức cuối kéo theo $\mathcal{J}(x) < \mathcal{J}(y)$ và do vậy $\rho(\mathcal{J}(x)) < \rho(\mathcal{J}(y))$. Nếu $x, y \in H(g)$, thì $g \ne W$ và nếu chúng có cùng độ dài, tức là $|x| = |y|$, thì theo Mệnh đề 2.2, $\mathcal{J}(x) < \mathcal{J}(y)$. Nếu chúng không cùng độ dài thì hoặc $x \in H(y)$ hoặc $y \in H(x)$. Chẳng hạn $x \in H(y)$, ta có $x = h'_k ... h'_1 y, h_1 \ne I$. Vì $x < y$, ta suy ra $h'_1 y < y$ và, do Định lý 3.1, ta có $\rho(\mathcal{J}(h'_1 y)) < \rho(\mathcal{J}(y))$. Điều này kéo theo $\rho(\mathcal{J}(x)) < \rho(\mathcal{J}(y))$. ■

Xét $P([0,1])$, tập tất cả các đoạn con của đoạn $[0,1], L \in P([0,1])$ và $\le_L$ là một quan hệ thứ tự sắp một phần trên L. Ta có cấu trúc $(L, \le_L)$. Lưu ý rằng một điểm a trên [0, 1] có thể được xem là một phần tử của L và nó là một khoảng có dạng $[a, a]$ và nó được gọi là khoảng biểu thị điểm a. Trong trường hợp này ánh xạ r trong Định nghĩa 3.2 luôn luôn được xác định là $r([a, a]) = a$.

Khái niệm cận trên và cận dưới đúng trong $(L, \le_L)$ được định nghĩa giống như đối với cấu trúc sắp thứ tự một phần bất kì. Chẳng hạn cận dưới đúng của một tập con $A \subseteq L$ là phần tử $\kappa \in L$ sao cho $(\forall \pi \in L)\{(\forall t \in A)(\pi \leq l \Rightarrow \pi \leq \kappa)\}$.

Cho $A \subseteq B \subseteq L$, khái niệm tập con A trù mật trong B nếu với mọi $x, y \in B\{x < y \Rightarrow (\exists z \in A|x < y < z)\}$.

Khái niệm một tập con A của L là trù mật trong $[u, v] \subseteq [0, 1]$ nếu với mọi khoảng con (a, b) của $[u, v]$ có độ dài nhỏ tùy ý đều tồn tại một phần tử $\pi \in A$ sao cho $\pi \in (a, b)$.

Ở trên ta có khái niệm hệ khoảng mờ $\mathcal{J}_{fm}$ liên kết với fm được xác định bởi ánh xạ $\mathcal{J}$, tức là nó là tập các khoảng mờ $\mathcal{J}(x)$ gắn với mỗi $x \in X = H(G)$. Ta mở rộng khái niệm này trên toàn bộ tập $X^* = H_e(G)$. Nhớ rằng, $\lim(X^*) = X^* \backslash X$. Ta kí hiệu $LR(\mathcal{J}_{fm})$ là tập tất cả các khoảng biểu thị các điểm đầu mút của các khoảng của $\mathcal{J}_{fm}$.

Định nghĩa 3.3. Cho ĐSGT AX^* và một độ đo tính mờ fm của nó, $\mathcal{J}$ là ánh xạ gán khoảng mờ dựa trên fm được xây dựng như trong Định lí 3.1.

1) Khi đó $\mathcal{J}*$ là ánh xạ mở rộng của $\mathcal{J}$ trên tập X^* với $\mathcal{J}^*(\mathbf{0}) = [0, 0]$, $\mathcal{J}^*(\mathbf{1}) = (1, 1]$ và, với $x = \phi u$, $\mathcal{J}^*(x) = (left(\mathcal{J}(u)), left(\mathcal{J}(u))]$. Kí hiệu $\mathcal{J}^*_{fm} = \mathcal{J}_{fm} \cup LR(\mathcal{J}_{fm})$.

2) Ánh xạ gán khoảng của AX^* là ánh xạ $\varphi : X^* \to [0, 1]$, được định nghĩa như sau:

- $\forall x \in X,\ \varphi(x) = \rho(\mathcal{J}(x))$;

- $\forall x \in \lim(X^*),\ \varphi(x) = left(\mathcal{J}(u))$, trong đó $u \in X$ sao cho $x = \phi u$ và $left$ là ánh xạ chỉ điểm đầu mút trái của một khoảng.

Định lý 3.2. *Cho ĐSGT AX^* đầy đủ, tuyến tính và tự do và một độ đo tính mờ fm của nó.*

1) Cấu trúc $(\mathcal{J}^*_{fm}, \rho^*)$, trong đó $\rho^* = \rho$ trên X và $\rho^*([a, a]) = a$ với $[a, a] \in LR(\mathcal{J}_{fm})$, là tập sắp thứ tự tuyến tính;

2) Ánh xạ φ là ánh xạ đơn cấu trong phạm trù các tập sắp thứ tự từ X^* vào $[0, 1]$. Hơn nữa ta có $\mathcal{J}^*(H(x))$ và $\varphi(H(x))$ đều trù mật trong khoảng $\mathcal{J}(x)$, $x \in X \backslash W$;

3) Với $x = \phi u$, ta có $\mathcal{J}^*(x) = infimum\ \mathcal{J}^*(H(u))$ và, với $x = \sigma u$, ta có $\mathcal{J}^*(x) = supremum\ \mathcal{J}^*(H(u))$;

4) Với $x = \phi u$, ta có $\varphi(x) = infimum\ \varphi(H(u))$ và, với $x = \sigma u$, ta có $\varphi(x) = supremum\ \varphi(H(u))$.

Chứng minh

1) Vì theo Định lí 3.1, $(\mathcal{J}_{fm}, \rho)$ là tương thích nên nó là tập sắp thứ tự tuyến tính nên ta chỉ cần chứng tỏ với mọi $[a, a] \in LR(\mathcal{J}_{fm})$ đều sánh được với $\mathcal{J}(x), \forall x \in X$. Nhưng điều này là hiển nhiên, vì a và $\rho(\mathcal{J}(x))$ luôn luôn sánh được.

2) Do 1), ta chỉ cần chứng tỏ φ là đơn ánh. Vì $(\mathcal{J}_{fm}, \rho)$ là tương thích nên φ là ánh xạ đơn ánh từ X vào [0, 1]. Vì vậy, ta chỉ cần chứng tỏ:

(i) Với $x \in X$ và $y \in \lim(X^*)$, $x < y$ thì $\varphi(x) < \varphi(y)$. Trong ĐSGT ta biết $y = \phi u \leq u$, $u \in X$. Theo Mệnh đề 3.1, ta có $\rho(\mathcal{J}(x)) < \rho(\mathcal{J}(u))$ và do đó $\rho(\mathcal{J}(x)) < left(\mathcal{J}(u))$, tức là ta có $\varphi(x) < \varphi(y)$.

(ii) Với $y \in X$ và $x \in \lim(X^*)$, $x < y$ thì $\varphi(x) < \varphi(y)$. Tương tự ta có $x = \phi u \leq u$, $u \in X$. Vì $\phi u = infimum\ H(u)$ và $x < y$, nên tồn tại $u' \in H(u)$ sao cho $u' < y$. Cũng theo Mệnh đề 3.1, ta có $\rho(\mathcal{J}(u')) < \rho(\mathcal{J}(y))$. Tất nhiên ta có $\rho(\mathcal{J}(u')) \in \mathcal{J}(u)$ và do vậy $\varphi(x) < \varphi(y)$.

Bây giờ ta chứng tỏ $\varphi(H(x))$ trù mật trong khoảng mờ $\mathcal{J}(x)$. Theo Mệnh đề 2.2, tập $\mathcal{J}_{fm}(x, k) = \{\mathcal{J}(y) : y = h_k h_{k-1} ... h_1 x$ và $\forall h_k, h_{k-1}, ..., h_1 \in H\}$ là phân hoạch của khoảng mờ $\mathcal{J}(x)$, với mọi số nguyên dương k. Theo cách xây dựng hệ khoảng mờ, độ dài

$|\mathcal{J}(h_k h_{k-1}...h_1 x)| = \mu(h_k)...\mu(h_1)fm(x) \le \lambda^k fm(x)$, trong đó $\lambda = \max\{\mu(h_k), ..., \mu(h_1)\} < 1$. Vì vậy, lấy một khoảng con (a, b) độ dài $\varepsilon < 1$ bất kỳ của khoảng $\mathcal{J}(x)$, có tồn tại k sao cho $|\mathcal{J}(h_k h_{k-1}...h_1 x)| < \varepsilon/2$. Với k đó, phải có một $\mathcal{J}(y) \in \mathcal{J}_{fm}(x, k)$ sao cho $\mathcal{J}(y) \subseteq (a, b)$. Theo định nghĩa của φ, ta cũng có $\varphi(y) \in \mathcal{J}(y) \subseteq (a, b)$. Cả hai điều này chứng tỏ tính trù mật cần chứng minh trong 2).

3) Theo giả thiết $x = \phi u$ và do đó $x \le H(u)$. Theo khẳng định 1), $\mathcal{J}^*(x) \le \mathcal{J}^*(u'), \forall u' \in H(u)$. Giả sử $\mathcal{J}^*(x') \in \mathcal{J}^*_{fm}$ thỏa mãn $\mathcal{J}^*(x') \le \mathcal{J}^*(u')$, $\forall u' \in H(u)$. Vì $\varphi(H(u))$ trù mật trong khoảng $\mathcal{J}^*(u) = \mathcal{J}(u)$ nên từ bất đẳng thức cuối cùng ta suy ra $\mathcal{J}^*(x') \le \mathcal{J}^*(x) = [left(\mathcal{J}(u)), left(\mathcal{J}(u))]$.

Còn lại 4) là hệ quả trực tiếp của 3). ■

Để tiện cho việc thiết lập công thức tính hàm ngữ nghĩa định lượng khoảng của ĐSGT, ta đưa vào các kí pháp và khái niệm sau.

Mỗi khoảng trong $P[0, 1]$ được biểu diễn bằng cặp $\langle u, d\rangle$, với $u \in [0, 1]$ là đầu mút trái của nó và d, $1 \ge d \ge 0$, chỉ độ dài của nó. Trên $P[0, 1]$ ta đưa ra khái niệm hai phép toán sau:

1. Phép tịnh tiến: $\langle u, d\rangle + v = \langle u + v, d\rangle$ với mọi v sao cho $u + v \ge 0$ và $u + v + d \le 1$.
2. Phép co giãn: $\langle u, d\rangle \times k = \langle u, k \times d\rangle$ với mọi $1 \ge k \ge 0$.

Định nghĩa 3.3. Cho một cấu trúc thứ tự tuyến tính $(L, \le_L)$ các khoảng con của [0, 1]. Một ánh xạ $f : X^* \to L$ được gọi là ánh xạ ngữ nghĩa định lượng khoảng của AX^* nếu nó thỏa mãn các điều kiện:

Q1) f là song ánh;

Q2) f bảo toàn thứ tự trên X^*, tức là $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$, và $f(\mathbf{0}) = \langle 0, 0\rangle$, $f(\mathbf{1}) = \langle 1, 0\rangle$;

Q3) Tính chất liên tục: $\forall x \in X^*$, $f(\phi x) = infimum\, f(H(x))$ và $f(\sigma x) = supremum\, f(H(x))$.

Cho ĐSGT AX^* và độ đo tính mờ fm của nó, khi đó ta có cấu trúc $(\mathcal{J}^*_{fm}, \le_{\mathcal{J}^*_{fm}})$. Ta xây dựng một công thức tính ánh xạ $f : X^* \to \mathcal{J}^*_{fm}$ thỏa mãn $f(x) = \mathcal{J}(x)$. Trên cơ sở phương pháp xây dựng cấu trúc $(\mathcal{J}^*_{fm}, \le_{\mathcal{J}^*_{fm}})$ công thức tính ánh xạ ngữ nghĩa định lượng khoảng được xây dựng như sau:

Định nghĩa 3.4. Cho AX^* là ĐSGT tuyến tính, đầy đủ và tự do, $fm(c^-)$ và $fm(c^+)$ là các độ đo tính mờ của phần tử sinh c^-, c^+ còn $fm(W)$ là độ đo tính mờ của phần tử trung hòa W và $\mu(h)$ là độ đo tính mờ của các gia tử h trong H thỏa mãn các tính chất trong Mệnh đề 2.1. Ánh xạ ngữ nghĩa định lượng nhờ tính mờ là ánh xạ f được định nghĩa đệ quy như sau:

1) $f(c^-) = \langle 0, fm(c^-)\rangle$; $f(W) = \langle fm(c^-), fm(W)\rangle$; $f(c^+) = \langle fm(c^-) + fm(W), fm(c^+)\rangle$;

2) Nếu $Sign(h_p x) < 0$ thì $f(h_j x) = (f(x) + \sum_{i=j+1,\ i\neq 0}^{p} fm(h_i x)) \times \mu(h_j)$;

Nếu $Sign(h_p x) > 0$ thì $f(h_j x) = (f(x) + \sum_{i=-q,\ i\neq 0}^{j-1} fm(h_i x)) \times \mu(h_j)$; với $j \in [-q \wedge p] = \{j : -q \le j \le p$ và $j \neq 0\}$ và $fm(h_j x)$ được tính theo tính chất 1) Mệnh đề 2.1.

3) $f(\phi c^-) = \langle 0, 0\rangle$, $f(\sigma c^-) = \langle fm(c^-), 0\rangle$, $f(\phi c^+) = \langle 1 - fm(c^+), 0\rangle$, $f(\sigma c^+) = \langle 1, 0\rangle$ và với các phần tử dạng $h_j x$, $j \in [-q^\wedge p]$, ta có:

Nếu $Sign(h_p x) < 0$ thì $f(\phi h_j x) = (f(x) + \sum_{i=j+1,\ i\neq 0}^{p} fm(h_i x)) \times 0$;

$f(\sigma h_j x) = (f(x) + \sum_{i=j,\ i\neq 0}^{p} fm(h_i x)) \times 0$.

Nếu $Sign(h_p x) > 0$ thì $f(\phi h_j x) = (f(x) + \sum_{i=-q,\ i\neq 0}^{j-1} fm(h_i x)) \times 0$;

$f(\sigma h_j x) = (f(x) + \sum_{i=-q,\ i\neq 0}^{j} fm(h_i x)) \times 0$.

Định lý 3.3. *Cho AX^* là ĐSGT tuyến tính, đầy đủ và tự do. Xét ánh xạ được xây dựng như trong Định nghĩa 3.4. Khi đó tập ảnh $f(H(x))$ là tập trù mật trong $\mathcal{J}(x) = \{\mathcal{J}_{fm}(u), u(H(x)\}$ với $\forall x \in X^*\backslash\{W\}$. Ngoài ra ta có $f(\phi x) = infimum\ f(H(x))$, $f(\sigma x) = supremum\ f(H(x))$ và $fm(x) = \rho(f(\sigma x)) - \rho(f(\phi x))$, tức nó bằng độ dài của đoạn $\mathcal{J}(x)$ và do đó $fm(x) = d(f(H(x)))$.*

Chứng minh: Trước hết ta luôn có giả thiết $x \in X^*\backslash\{W\}$.

Lấy 2 phần tử $\mathcal{J}(u) < \mathcal{J}(v) \in \mathcal{J}_{fm}(x)$, theo phương pháp xây dựng cấu trúc $(\mathcal{J}_{fm}, \rho)$, ta có $u, v \in H(x)$ và $u < v$. Vì $\varphi(H(x))$ trù mật trên $\mathcal{J}(x)$ (Định lý 3.2) nên tồn tại $z \in H(x)$, tương ứng là $\mathcal{J}(z) \in f(H(x))$ sao cho $\varphi(u) < \varphi(z) < \varphi(v)$ hay $\rho(u) < \rho(z) < \rho(v)$, ta có ρ cảm sinh thứ tự của $\mathcal{J}_{fm}$, do đó $\mathcal{J}(u) < \mathcal{J}(z) < \mathcal{J}(v)$, điều này chứng tỏ tập $f(H(x))$ trù mật trên $\mathcal{J}_{fm}(x)$.

Cấu trúc $(\mathcal{J}_{fm}, \rho)$ sắp tuyến tính và $f(H(x))$ trù mật trên $\mathcal{J}_{fm}(x)$, theo tính chất 3), Định nghĩa 3.4 ta có $infimum\ f(H(x)) = f(\phi x)$, và $supremum\ f(H(x)) = f(\sigma x)$. Do đó f thoả điều kiện Q3) Định nghĩa 3.3 và $\mathcal{J}(x) = [\rho(f(\phi x)), \rho(f(\sigma x))]$ và $d(f(H(x))) = fm(x) = \rho(f(\sigma x)) - \rho(f(\phi x))$. Định lý được chứng minh. ■

Ta có hệ quả trực tiếp của mệnh đề trên như sau.

Hệ quả 3.1. *Cho AX^* là ĐSGT tuyến tính, đầy đủ và tự do, f là ánh xạ được xây dựng như trong Định nghĩa 3.4. Khi đó tập ảnh $f(H(G))$ trù mật trong $\mathcal{J}_{fm}$.*

Chứng minh: Trước hết ta thấy $f(x) = \mathcal{J}(x) \in \mathcal{J}_{fm}$ nên $f(H(G)) = \mathcal{J}_{fm}$.

Xét hai đoạn bất kỳ $f(u) < f(v) \in f(H(G))$, ta có $u, v \in H(G)$ và $u < v$, điều này dẫn đến các khả năng sau:

- $u, v \in H(c)$, $c \in \{c^-, c^+\}$, vì $f(H(c))$ trù mật trên $\mathcal{J}_{fm}(c)$ nên tồn tại $f(z) \in f(H(c))$ sao cho $f(u) < f(z) < f(v)$.
- $u \in H(c^-)$ và $v \in H(W)$, vì $f(H(c^-))$ trù mật trên $\mathcal{J}_{fm}(c^-)$ nên tồn tại một đoạn $f(z) \in f(H(c^-))$ sao cho $f(u) < f(z) < f(\sigma c^-)$, vì $f(\sigma c^-) < f(v) \in W$ nên $f(u) < f(z) < f(v)$.
- $u \in H(c^-)$ và $v \in H(c^+)$, trường hợp này rõ ràng ta có $f(u) < f(W) < f(v)$.

Như vậy hệ quả đã hoàn toàn được chứng minh. ■

Định lý 3.4. *Cho AX^* là ĐSGT tuyến tính, đầy đủ và tự do. Khi đó f được xác định trong Định nghĩa 3.4 là ánh xạ ngữ nghĩa định lượng và thỏa mãn tính chất*

$$\frac{d(f(H(hx)))}{d(f(H(x)))} = \frac{d(f(H(hy)))}{d(f(H(y)))}\ \forall x, y \in X^*\backslash\{W\}.$$

Chứng minh:

Trước hết ta sẽ chứng minh f là một đẳng cấu trong phạm trù các tập sắp thứ tự, tức là nó là ánh xạ 1-1 và bảo toàn thứ tự của tập X^*, nghĩa là với $\forall x, y \in X^*,\ x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$, và $f(\mathbf{0}) = \langle 0, 0\rangle,\ f(\mathbf{1}) = \langle 1, 0\rangle$.

Ta biết, cho fm trên AX^* thì tồn tại duy nhất tập các khoảng mờ của X, ký hiệu $\mathcal{J}_{fm} = \{\mathcal{J}(x) : x \in X\}$. Vì $\mathcal{J}^*_{fm} = \mathcal{J}_{fm} \cup LR(\mathcal{J}_{fm})$ nên $\mathcal{J}^*_{fm}$ là duy nhất. Do ánh xạ $f : X^* \to \mathcal{J}^*_{fm}$ thỏa mãn $f(x) = \mathcal{J}(x)$ nên f là ánh xạ 1-1. Do cấu trúc $\mathcal{J}^*_{fm}$ thoả điều kiện $x < y$ kéo theo $\mathcal{J}(x) < \mathcal{J}(y)$ nên ánh xạ f bảo toàn thứ tự của tập X^*.

Vì tập $f(H(G))$ là trù mật trong $\mathcal{J}_{fm}$ (Hệ quả 3.1), nên từ 3) trong Định nghĩa 3.4 ta có ngay tính chất $f(\mathbf{0}) = \langle 0, 0\rangle,\ f(\mathbf{1}) = \langle 1, 0\rangle$. Tính liên tục của ánh xạ f được đảm bảo bởi Định lý 3.3.

Từ đó ta có f là ánh xạ ngữ nghĩa định lượng, tỷ lệ thức nêu trong định lý được suy ra từ Định lý 3.3. Định lý đã được hoàn toàn chứng minh. ■

Nhờ ánh xạ f kích cỡ của $H(x)$ có thể xác định bởi đường kính của tập ảnh $f(H(x))$, có thể thấy với mọi $y \in H(x)$ ta có $f(y) \subseteq \mathcal{J}(x)$, nên $\mathcal{J}(x)$ có thể được xem như đường kính của tập $f(H(x))$ và độ dài $|\mathcal{J}(x)|$ là kích thước của $H(x)$ hay là độ đo tính mờ của x. Điều này cũng giải thích tại sao phần tử trung hòa W có độ đo tính mờ khác 0, đối với các phần tử như 0, 1 ngữ nghĩa định lượng của chúng là các đoạn thẳng có độ dài bằng 0 nên đương nhiên độ đo tính mờ của chúng bằng 0.

4. ỨNG DỤNG

Mục 3 đã xây dựng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng khoảng trên cơ sở giả thiết độ đo tính mờ của phần tử trung hòa khác không. Với ánh xạ này trong quá trình lập luận xấp xỉ ta có thể định lượng cho khái niệm mờ $x, (\forall x \in W)$ bằng giá trị đại diện của nó là $\rho(f(x))$ (điểm chia của khoảng mờ $f(x) = \mathcal{J}(x)$ trong Định lý 3.1), còn đối với phần tử trung hòa W giá trị định lượng có thể lấy trong khoảng mờ $f(W) = \mathcal{J}(x) = \langle fm(c^-), fm(W)\rangle$. Trong ứng dụng được triển khai dưới đây ta lần lượt chọn giá trị định lượng cho W lần lượt là đầu mút trái của khoảng $f(W)$, điểm giữa của khoảng $f(W)$ và đầu mút phải của khoảng $f(W)$. Để tiện theo dõi trong phần dưới đây ta quy ước ký hiệu $r(x)$ là giá trị định lượng của x,

$$r(x) = \begin{cases} \rho(f(x)), & x \neq W \\ y \in f(x), & x = W \end{cases}$$

4.1. Bài toán

Xét bài toán điều khiển mô hình máy bay hạ cánh [11] với phương trình động học:

$$h(i+1) = h(i) + v(i),\ v(i+1) = v(i) + f(i), \tag{4.1}$$

trong đó $v(i), h(i), f(i)$ là tốc độ, độ cao và lực điều khiển máy bay tại thời điểm i, đơn vị của các đại lượng này lần lượt là $ft, ft/s$ và lbs.

Quỹ đạo tối ưu cho mô hình máy bay hạ cánh [9, 10] có dạng:

$$v = -\frac{(20/(1000)^2)}{h^2}. \tag{4.2}$$

Sai số về tốc độ hạ cánh e_F qua n chu kì điều khiển [9, 10] được xác định như sau:

$$e_F = (\sum_{i=1}^{n}(v_{i0}(F) - v_i(F))^2)^{1/2}, \tag{4.3}$$

trong đó, $v_{i0}(F)$ là tốc độ hạ cánh tối ưu tại chu kỳ i ứng với $h(i)$, $v_i(F)$ là tốc độ hạ cánh tại chu kỳ i ứng với $h(i)$.

Miền ngôn ngữ sử dụng trong bài toán được xác định như Bảng 1.

Bảng 1. Miền giá trị của các biến ngôn ngữ

Độ cao máy bay	Tốc độ máy bay	Lực điều khiển
Large(L)	UpLarge(UL)	UpLarge(UL)
Medium(M)	UpSmall(US)	UpSmall(US)
Smal(S)	Zero(Z)	Zero(Z)
NearZero(NZ)	DownSmall(DS)	DownSmall(DS)
	DownLarge(DL)	DownLarge(DL)

Kinh nghiệm của các chuyên gia trong lĩnh vực bài toán [11] được cho bởi Bảng 2.

Bảng 2. Kinh nghiệm của các chuyên gia (FAM)

Độ cao	Tốc độ v				
h	DL	DS	Z	US	UL
L	Z	DS	DL	DL	DL
M	US	Z	DS	DL	DL
S	UL	US	Z	DS	DL
NZ	UL	UL	Z	DS	DS

4.2. Kết quả điều khiển

Quá trình mô phỏng kết quả điều khiển mô hình máy bay hạ cánh được thực hiện theo các bước của phương pháp điều khiển sử dụng ĐSGT ([9, 10]), trong phần này ta sử dụng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng khoảng như đã xây dựng ở Mục 3 để định lượng cho các giá trị ngôn ngữ, các bước cụ thể như sau:

1) Trong phần này, một ĐSGT chung được xây dựng cho các biến ngôn ngữ độ cao, vận tốc và lực điều khiển, cụ thể

$$C = \{0, Small, W, Large, 1\},\ H^- = \{Little\},\ q = 1,\ H^+ = \{Very\},\ p = 1.$$

2) Xác định các tham số cho ánh xạ ngữ nghĩa định lượng và tính toán các giá trị ngữ nghĩa định lượng cho các giá trị ngôn ngữ của các biến ngôn ngữ.

Chọn $fm(c^-) = fm(c^+) = 0,4,\ fm(W) = 0,2$, chọn $\alpha = \beta = 0,5$.

Giá trị định lượng của các khái niệm mờ khác W được tính như sau.

$$r(Small) = 0,2;\ r(Large) = 0,8;\ r(VerySmall) = 0,1;\ r(LittleSmall) = 0,3;$$

$$r(VeryLarge) = 0,9;\ r(LittleLarge) = 0,7;\ r(VeryVerySmall) = 0,075.$$

Giá trị định lượng của phần tử trung hòa W lần lượt được chọn như sau

Trường hợp 1: $r(W) = Left(f(W)) = 0,4$;

Trường hợp 2: $r(W) = Medium(f(W)) = 0,5$;

Trường hợp 3: $r(W) = Right(f(W)) = 0,6$.

3) Xây dựng các gia tử ứng với các tập mờ

Đối với độ cao ($0 \rightarrow 1000$)

$$NZ - VeryVerySmall,\ S - Small,\ M - Medium,\ L - LittleLarge.$$

Đối với tốc độ ($-20 \rightarrow 20$)

$$DL - VerySmall,\ DS - LittleSmall,\ Z - Medium,\ US - Large,\ UL - VeryLarge.$$

Đối với lực điều khiển ($-20 \rightarrow 20$)

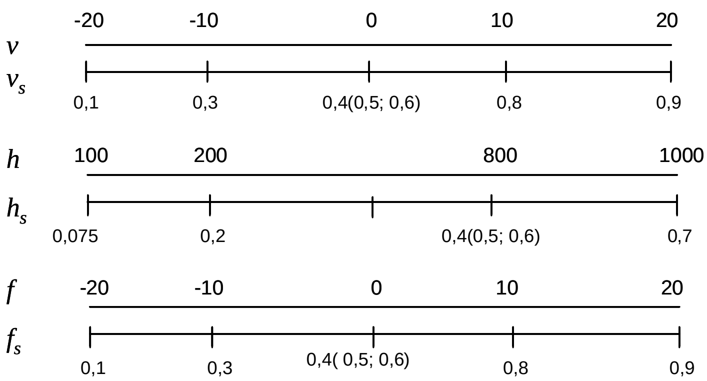
$$DL - VerySmall,\ DS - LittleSmall,\ Z - Medium,\ US - Large,\ UL - VeryLarge$$

Mô hình SAM được xác định từ mô hình FAM (Bảng 2) thể hiện ở Bảng 3

Bảng 3. Mô hình SAM

h_s \ v_s	0,1	0,3	0,4(0,5; 0,6)	0,8	0,9
0,7	0,4(0,5;0,6)	0,3	0,1	0,1	0,1
0,4(0,5;0,6)	0,7	0,4(0,5;0,6)	0,3	0,1	0,1
0,2	0,9	0,8	0,4(0,5; 0,6)	0,3	0,1
0,075	0,9	0,9	0.4(0,5, 0,6)	0,3	0,3

4) Các khoảng xác định các gia tử của các biến ngôn ngữ được xác định như Hình 1.



Hình 1. Khoảng xác định gia tử của biến ngôn ngữ

Cách ghi $0,4(0,5;0,6)$ được hiểu là W lần lượt lấy các giá trị $0,4; 0,5$ và $0,6$.

5) Kết quả bốn chu kỳ điều khiển được xác định như Bảng 4.

Bảng 4. Kết quả bốn chu kỳ điều khiển với AND = PRODUCT

	$r(W) = Left(f(W)) = 0,4$			$r(W) = Medium(f(W)) = 0,5$			$r(W) = Right(f(W)) = 0,6$		
k	h(k)	v(k)	f(k)	h(k)	v(k)	f(k)	h(k)	v(k)	f(k)
1	1000	-20	0	1000	-20	0	1000	-20	0
2	980	-20	-5	980	-20	-5,33	980	-20	-3,0
3	960	-25	1,5	960	-25,33	5,96	960	-23	1,73
4	935	-23,5	6,87	934	-19,38	-6,67	951,1	-21,27	8,90

Sai số của điều khiển trong 4 chu kỳ được tính theo công thức (4.2), (4.3), ta có

$e_L = 8,94$ (Sai số ứng với giá trị định lượng của $W = Left(f(W))$).

$e_M = 7,2$ (Sai số ứng với giá trị định lượng của $W = Medium(f(W))$).

$e_R = 5,9$ (Sai số ứng với giá trị định lượng của $W = Right(f(W))$).

So sánh các sai số trên, chúng tôi thấy rằng sai số của điều khiển phụ thuộc vào quá trình chọn giá trị định lượng cho W. Như vậy việc xây dựng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng như trên đã có tác dụng để mở khả năng điều chỉnh sai số cho quá trình điều khiển. Mặt khác qua so sánh với kết quả điều khiển khi áp dụng ánh xạ ngữ nghĩa định lượng cũ [9, 10], ta thấy rằng sai số của điều khiển như đã xác định là nhỏ hơn ($e_R = 5,9 < e_{HAP} = 6,12$), điều này chứng tỏ việc việc sử ánh xạ ngữ nghĩa định lượng khoảng cho kết quả tốt hơn.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã mở rộng được khái niệm độ đo tính mờ của biến ngôn ngữ và ánh xạ ngữ nghĩa định lượng trên cơ sở giả thiết độ đo tính mờ của phần tử trung hòa W, cũng như chứng minh được các tính chất quan trọng của ánh xạ này.

Bài báo cũng đã triển khai một ứng dụng nhằm chứng minh rằng việc mở rộng các khái niệm như trên là cần thiết, đáp ứng yêu cầu thực tế của quá trình lập luận ngôn ngữ. Và với những kỹ thuật tối ưu hiện nay ta có thể chọn được giá trị định lượng thích hợp cho W để sai số của quá trình lập luận tối ưu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] N. Cat Ho, Fuzziness in structure of linguistic truth values: A foundation for development of fuzzy reasoning, *Proc. of ISMVL 87*, Boston, USA, (IEEE Computer Society Press, New York), 1987 (326–335).

[2] N. Cat Ho and W. Wechler, Extended hedge algebras and their application to Fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* **52** (1992) 259–281.

[3] N. Cat Ho, T. Thai Son, On distance between values of linguistic variable based on the structure of hedge algebras, *Journal of Computer Science and Cybernetics* **11** (1) (1995).

[4] N. Cat Ho, H. Van Nam, T. D. Khang, and L. H. Chau, Hedge algebras, linguistic- valued logic and their application to fuzzy reasoning, *Inter. J. of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based System* **7** (4) (1999) 347–361.

[5] N. Cat Ho, H. Van Nam, Towards an algebraic foundation for a zadeh fuzzy logic, *Fuzzy Set and System* **129** (2002) 229–254.

[6] N. Cat Ho, T. Dinh Khang, L. Xuan Viet, Fuzziness measure, quantified semantic mapping and interpolative method of approximate reasoning in medical expert systems, *Journal of Computer Science and Cybernetics* **18** (3) (2002) 237–252.

[7] N. C. Hồ, N. V. Long, Đại số gia tử đầy đủ tuyến tính, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **19** (3) (2003) 274–280.

[8] N. C. Hồ, N. V. Long, Cơ sở toán học của độ đo tính mờ của thông tin ngôn ngữ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **20** (1) (2004) 64–72.

[9] N. Cat Ho, V.N. Lan , L. Xuan Viet, Quantifying Hedge Algebras, *Interpolative reasoning method and its application to some problems of fuzzy control wseas transactions on computer* Vol.5 (Issue 11) (2006) 2519–2529.

[10] N. Cat Ho, V.N. Lan, L. Xuan Viet, An interpolative reasoning method based on Hedge Algebras and its application to a problem of fuzzy control, *Proceedings of the 10th WSEAS International on computer*, Vouliagmeni, Athens, Greece, July 13-15, 2006 (526–534).

[11] T. J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Application*, International Edition, Mc Graw-Hill, Inc 1997.

Nhận bài ngày 17 - 4 - 2008
Nhận lại sau sửa ngày 30 - 6 -2008