Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.26, S.2 (2010), 131–139

$\alpha-$PHỤ THUỘC HÀM VÀ $\alpha-$BAO ĐÓNG TRONG MÔ HÌNH CÓ SỞ DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

VŨ ĐỨC THI[1], TRỊNH ĐÌNH VINH[2]

[1] *Viện Công nghệ thông tin, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*
[2] *Khoa CNTT, ĐHSP Hà Nội 2*

Abstract. The block-formed database model is an extension of the relative database model. In recent years, this model has been introduced and studied. Some results on block, block scheme, relational algebra over block, keys, functional dependencies, normal forms, etc. have been presented in $[1, 2, 3, 5]$...

This paper presents new concepts $\alpha-$approximate level, α-functional dependencies, α-closure in the database model of block form. Some properties of α-functional dependencies and α- closure are introduced and proved.

Tóm tắt. Mô hình dữ liệu dạng khối là một mở rộng của mô hình dữ liệu quan hệ. Trong một vài năm gần đây, mô hình này đã được đề xuất và nghiên cứu. Một số kết qu về khối, lược đồ khối, đại số quan hệ trên khối, khoá, phụ thuộc hàm, các dạng chuẩn ... đã được trình bày trong $[1, 2, 3, 5]$...

Bài báo đưa ra các khái niệm mới về xấp xỉ mức α, $\alpha-$phụ thuộc hàm, $\alpha-$bao đóng trong mô hình dữ liệu dạng khối. Từ các khái niệm được định nghĩa, một số tính chất của $\alpha-$phụ thuộc hàm, $\alpha-$bao đóng đã được phát biểu và chứng minh.

1. MÔ HÌNH DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

1.1. Khối, lược đồ khối

Định nghĩa 1.1. Gọi $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$ là một bộ hữu hạn các phần tử, trong đó id là tập chỉ số hữu hạn khác rỗng, A_i, $(i = 1..n)$ là các thuộc tính. Mỗi thuộc tính A_i, $(i = 1, \ldots, n)$ có miền giá trị tưng ứng là $dom(A_i)$. Một khối r trên R, kí hiệu $r(R)$ gồm một số hữu hạn phần tử mà mỗi phần tử là một họ các ánh xạ từ tập chỉ số id đến các miền trị của các thuộc tính A_i, $(i = 1, \ldots, n)$. Nói một cách khác

$$t \in r(R) \Leftrightarrow t = \{t^i : id \rightarrow dom(Ai)\}_{i=1...n}.$$

Ta kí hiệu khối đó là $r(R)$ hoặc $r(id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, đôi khi nếu không sợ nhầm lẫn ta kí hiệu đơn giản là r. Khi đó khối $r(R)$ được gọi là có lược đồ khối R. Như vậy trên cùng một lược đồ khối R ta có thể xây dựng được nhiều khối khác nhau.

Định nghĩa 1.2. Cho $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R. Với mỗi $x \in id$

ta kí hiệu $r(R_x)$ là một khối với $R_x = (\{x\}; A_1, A_2, \ldots, A_n)$ sao cho $t_x \in r(R_x)$ khi và chỉ khi

$$t_x = \{t^i x = t^i\}_{i=1,\ldots,n}, t \in r(R), t = \{t^i : id \rightarrow dom(A_i)\}_{i=1,\ldots,n},$$

ở đây $t_x^i(x) = t^i(x)$, $i = 1, \ldots, n$. Khi đó $r(R_x)$ được gọi là một lát cắt trên khối $r(R)$ tại điểm x.

1.2. Phụ thuộc hàm

Để cho đơn giản, ta sử dụng các kí hiệu: $x^{(i)} = (x; A_i)$; $id^{(i)} = \{x^{(i)} :\ x \in id\}$. Ta gọi $x^{(i)}$, $(x \in id, i = 1, \ldots, n)$ là các thuộc tính chỉ số của lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$.

Định nghĩa 1.3. Cho $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $X, Y \subset \cup_{i=1}^n id^{(i)}$, $X \rightarrow Y$ là kí hiệu một phụ thuộc hàm. Một khối r thoả $X \rightarrow Y$ nếu với mọi $t_1, t_2 \in R$ sao cho $t_1(X) = t_2(X)$ thì $t_1(Y) = t_2(Y)$.

Định nghĩa 1.4. Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, F là tập các phụ thuộc hàm trên R. Khi đó bao đóng của F, kí hiệu F^+, được xác định như sau:

$$F^+ = \{X \rightarrow Y | F \Longrightarrow X \rightarrow Y\}.$$

Nếu $X = \{x^{(m)}\} \subset id^{(m)}$, $Y = \{y^{(k)}\} \subset id^{(k)}$ thì ta kí hiệu phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ đơn giản là $x^{(m)} \rightarrow y^{(k)}$.

Khối r thoả mãn $x^{(m)} \rightarrow y^{(k)}$ nếu với mọi $t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(x^{(m)}) = t_2(x^{(m)})$ thì $t_1(y^{(k)}) = t_2(y^{(k)})$, trong đó

$$t_1(x^{(m)}) = t_1(x; A_m), t_2(x^{(m)}) = t_2(x; A_m),$$

$$t_1(y^{(k)}) = t_1(y; A_k), t_2(y^{(k)}) = t_2(y; A_k).$$

Mệnh đề 1.1. *Cho $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $X, Y \subset \cup_{i=1}^n id^{(i)}$, $X \rightarrow Y$ là kí hiệu một phụ thuộc hàm. Giả sử $r(R)$ thoả phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$. Khi đó nếu $id = \{x\}$ thì*

- *$r(R)$ trở thành quan hệ $r(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ và*
- *phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$, $(X, Y \subset \cup_{i=1}^n A_i$) trở thành phụ thuộc hàm trong mô hình dữ liệu quan hệ.*

1.3. Bao đóng của tập thuộc tính chỉ số

Định nghĩa 1.5. Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, F là tập các phụ thuộc hàm trên R. Với mỗi $X \subset \cup_{i=1}^n id^{(i)}$, ta định nghĩa bao đóng của X đối với F kí hiệu X^+ như sau:

$$X^+ = \{x^{(i)}, x \in id, i = 1, \ldots, n | X \rightarrow x^{(i)} \in F^+\}.$$

Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, ta kí hiệu tập các phụ thuộc hàm trên R:

$$F_h \subset \{X \rightarrow Y | X \subset \cup_{i \in A} x^{(i)}, Y \subset \cup_{j \in B} x^{(j)}, A, B \subset \{1, \ldots, n\}\ x \in id\},$$

$$F_{hx} = F_h \cap \cup_{i=1}^{n} x^{(i)} = \{X \to Y \in F_h | X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} x^{(i)}\}.$$

2. $\boldsymbol{\alpha}$–PHỤ THUỘC HÀM VÀ $\boldsymbol{\alpha}$–BAO ĐÓNG TRONG MÔ HÌNH DỮ LIỆU DẠNG KHỐI

2.1. Khái niệm xấp xỉ mức α

Định nghĩa 2.1. Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, r là một khối trên R, $X \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $E \subset r$, ta gọi miền giá trị của E trên X là tập hợp

$$Dom(E, X) = \{u(X) | u \in E\}.$$

Khi $E = r$ ta viết $dom(X)$ thay kí hiệu $dom(r, X)$, khi $X = \{A\}$, ta viết một cách đơn giản r_A. Trên r_A, ngoài quan hệ bằng nhau thông thường ta xây dựng một hàm phản ánh độ gần nhau giữa các giá trị, ta gọi hàm này là hàm tưng tự s trên tập r_A. Cụ thể ta có $s : r_A \times r_A \to [0, 1]$ thoả mãn 2 điều kiện sau:

a) $s(a_1, a_2) = s(a_2, a_1), a_1, a_2 \in r_A$,

b) $s(a_1, a_2) = 1 \Leftrightarrow a_1 = a_2$.

Phần tử $s(a_1, a_2)$ gọi là độ tưng tự giữa hai giá trị a_1 và a_2. Với mỗi $\alpha \in [0, 1]$, ta nói a_1 và a_2 là α tương tự (bằng nhau ở mức α) và kí hiệu $a_1 =_\alpha a_2$ nếu $s(a_1, a_2) \geq \alpha$.

Đối với tập thuộc tính chỉ số $X = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(k)}\} \subset_{i=1}^{n} id^{(i)}$ và $\beta, \gamma \in r_X$ thì khi đó β, γ có thể xem là 2 dãy $(\beta_i)_i$ và $(\gamma_i)_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$ và độ tưng tự của chúng được định nghĩa là: $S(\beta, \gamma) = min\{s(\beta_i, \gamma_i) | 1 \leqslant i \leqslant k\}$.

Hoàn toàn tưng tự, ta dùng kí hiệu $\beta =_\alpha \gamma$ nếu $S(\beta, \gamma) \geq \alpha$, khi đó ta nói rằng β và γ là α tưng tự.

Gi sử $\beta \in r_X$ và $D \subset r_X$, khi đó ta gọi độ thuộc của β vào D là độ tưng tự lớn nhất giữa β với các giá trị trong D, kí hiệu (β, D). Nghĩa là $(\beta, D) = max\{S(\beta, \gamma) | \gamma \in D\}$. Khi đó ta nói β thuộc vào D với mức α và kí hiệu $\beta \in_\alpha D$ nếu $\mu(\beta, D) \geq \alpha$. Cũng tưng tự như trong mô hình quan hệ, một số tính chất cơ bản của khái niệm này ta có thể dễ dàng suy ra từ định nghĩa.

Mệnh đề 2.1. *Cho $X \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $D \subset r_X$, $\beta, \gamma \in r_X$. Khi đó*

- $S(\beta, \gamma) = S(\gamma, \beta), S(\beta, \gamma) = 1 \Leftrightarrow \beta = \gamma.$
- $0 \leqslant \mu(\beta, D) \leqslant 1, \mu(\beta, D) = 1 \Leftrightarrow \beta \in D.$
- $Nếu\, D \subset D' \subset r_X thì \mu(\beta, D) \leqslant \mu(\beta, D').$
- $\beta_\alpha D \Leftrightarrow \exists \gamma \in D, \beta =_\alpha \gamma.$ *Chứng minh.* Cho tập thuộc tính chỉ số

$$X = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(k)}\} \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$$

và

$$\beta, \gamma \in r_X, \beta = (\beta_i)_i, \gamma = (\gamma_i)_i, 1 \leqslant i \leqslant k.$$

Theo định nghĩa ta có:

$$\begin{aligned} S(\beta,\gamma) &= min\{s(\beta_i,\gamma_i)|1 \leqslant i \leqslant k\} \\ &= min\{s(\gamma_i,\beta_i)|1 \leqslant i \leqslant k\} \\ &= S(\gamma,\beta). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(\beta,\gamma)=1 &\Leftrightarrow min\{s(\beta_i,\gamma_i)|1 \leqslant i \leqslant k\}=1 \\ &\Leftrightarrow s(\beta_i,\gamma_i)=1, 1 \leqslant i \leqslant k \\ &\Leftrightarrow \{\beta_i=\gamma_i, 1 \leqslant i \leqslant k\} \\ &\Leftrightarrow \beta=\gamma. \end{aligned}$$

Theo định nghĩa, ta có $\mu(\beta,D)=max\{S(\beta,\gamma)|\gamma\in D\}$, mà

$$S(\beta,\gamma)=min\{s(\beta_i,\gamma_i)|1 \leqslant i \leqslant k\}, 0 \leqslant s(\beta_i,\gamma_i) \leqslant 1,$$

suy ra $0 \leqslant \mu(\beta,D) \leqslant 1$.

Mặt khác,

$$\begin{aligned} \mu(\beta,D)=1 &\Leftrightarrow max\{S(\beta,\gamma)|\gamma\in D\}=1 \\ &\Leftrightarrow \exists\gamma\in D: S(\beta,\gamma)=1 \\ &\Leftrightarrow \beta=\gamma \end{aligned}$$

và ta có $\beta \in D$.

Nếu $D \subset D' \subset r_X$ thì

$$\begin{aligned} \mu(\beta,D) &= max\{S(\beta,\gamma)|\gamma\in D\} \\ &\leqslant max\{S(\beta,\gamma)|\gamma\in D'\} \\ &\leqslant \mu(\beta,D'). \end{aligned}$$

Nếu $\beta \in_\alpha D$ thì $\mu(\beta,D)=max\{S(\beta,\gamma)|\gamma\in D\} \geq \alpha$, suy ra $\exists\gamma\in D: S(\beta,\gamma)\geq\alpha$. Như vậy ta có $\beta =_\alpha \gamma$. □

.1. $\alpha-$phụ thuộc hàm và $\alpha-$bao đóng

Trên cơ sở khái niệm α tương tự chúng ta đưa ra khái niệm $\alpha-$phụ thuộc hàm như sau:

Định nghĩa 2.2 Cho $R=(id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $X \to^\alpha Y$ là kí hiệu một phụ thuộc hàm xấp xỉ mức α. Một khối r thoả $X \to^\alpha Y$ nếu với mọi $t_1, t_2 \in R$ sao cho $t_1(X)=t_2(X)$ thì $t_1(Y) =_\alpha t_2(Y)$.

Như vậy khi $\alpha=1$ thì $\alpha-$phụ thuộc hàm lại trở thành phụ thuộc hàm quen thuộc trong mô hình dữ liệu dạng khối. Nói một cách khác, phụ thuộc hàm là một trường hợp đặc biệt của $\alpha-$phụ thuộc hàm khi $\alpha=1$.

Mệnh đề 2.2 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $X, Y, Z \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, khi đó ta có:

- $X \to^{\alpha} Y, \forall Y \subset X$
- $X \to^{\alpha} Y \Rightarrow XZ \to^{\alpha} YZ$
- $X \to^{\alpha} Y, X \to^{\alpha} Z \Rightarrow X \to^{\alpha} YZ$
- $X \to^{\alpha} Y, X \to^{\beta} Z \Rightarrow X \to^{\gamma} YZ$ với $\gamma = min(\alpha, \beta)$
- $X \to^{\alpha} Y, Z \subset Y \Rightarrow X \to^{\alpha} Z$

Chứng minh. Ta có $X \to Y$, $\forall Y \subset X$, do đó $X \to^{\alpha} Y$, $\forall Y \subset X$.

Nếu $\forall t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(XZ) = t_2(XZ)$ thì ta suy ra

$$t_1(X) = t_2(X), t_1(Z) = t_2(Z).$$

Theo giả thiết ta có $X \to^{\alpha} Y$ do đó từ $t_1(X) = t_2(X)$ suy ra $t_1(Y) =_{\alpha} t_2(Y)$. Mà ta lại có $t_1(Z) = t_2(Z)$, suy ra $t_1(YZ) =_{\alpha} t_2(YZ)$. Như vậy, từ $t_1(XZ) = t_2(XZ)$ suy ra $t_1(YZ) =_{\alpha} t_2(YZ)$, do đó $XZ \to^{\alpha} YZ$.

Vì $X \to^{\alpha} Y$, $X \to^{\alpha} Z$ nên $\forall t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(X) = t_2(X)$ ta có $t_1(Y) =_{\alpha} t_2(Y)$ và $t_1(Z) =_{\alpha} t_2(Z)$ suy ra $t_1(YZ) =_{\alpha} t_2(YZ)$. Vậy ta có $X \to^{\alpha} YZ$.

Vì $X \to^{\alpha} Y$, $X \to^{\beta} Z$ nên $\forall t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(X) = t_2(X)$ ta có $t_1(Y) =_{\alpha} t_2(Y)$ và $t_1(Z) =_{\beta} t_2(Z)$ suy ra $t_1(YZ) =_{\gamma} t_2(YZ)$ với $\gamma = min(\alpha, \beta)$. Như vậy ta có $X \to^{\gamma} YZ$ với $\gamma = min(\alpha, \beta)$.

Vì $X \to^{\alpha} Y$ nên $\forall t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(X) = t_2(X)$ ta có: $t_1(Y) =_{\alpha} t_2(Y)$ mà $Z \subset Y$ suy ra $t_1(Z) =_{\alpha} t_2(Z)$. Do đó $X \to^{\alpha} Z$. ■

Định nghĩa 2.3 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. Khi đó với bất kì tập thuộc tính chỉ số X, ta xây dựng một quan hệ $\sim$ trên r như sau:

$$\forall t, u \in r(R), t \sim u \Leftrightarrow t[X] = u[X].$$

Rõ ràng quan hệ $\sim$ là một quan hệ tương đương trên r. Khi đó quan hệ $\sim$ sẽ phân hoạch r thành các lớp tương đương. Ta kí hiệu lớp tương đương của bộ $t \in r(R)$ ứng với tập X là $[t]_X$. Như vậy: $r = \cup_{t \in r}[t]_X$ và $[t]_X \cap [t']_X = \emptyset$ nếu $t \sim t'$.

Ta kí hiệu tập các lớp tương đương theo quan hệ $\sim$ là r/X, giả sử:

$$r/X = \{r_1, r_2, \ldots, r_n\}.$$

Tương tự ta có quan hệ bằng nhau trên Y cũng là một quan hệ tương đương trên r_i với $i = 1, \ldots, n$. Ta đặt

$$r_i/Y = \{r_i^1, r_i^2, , r_i^{m_i}\}, 1 \leqslant i \leqslant n.$$

Như vậy,

$$t_1(X) = t_2(X) \Leftrightarrow \exists i : t_1, t_2 \in r_i,$$

$$t_1(XY) = t_2(XY) \Leftrightarrow \exists i, j : t_1, t_2 \in r_i^j.$$

Ta có điều kiện cần và đủ sau:

Mệnh đề 2.3 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \dots, A_n)$, $r(R)$ là một khối trên R, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$. Khi đó $X \to^{\alpha} Y$ khi và chỉ khi $S(\beta, \gamma) \geq \alpha$, $\beta = u(Y)$, $\gamma = v(Y)$, $\forall u, v \in [t]_X$.

Chứng minh. Giả sử $X \to^{\alpha} Y$. Khi đó, theo định nghĩa, từ $\forall u, v \in r$ sao cho $u(X) = v(X)$ suy ra $u, v \in [t]_X$ và từ $u(Y) =_{\alpha} v(Y)$ suy ra $S(\beta, \gamma) \geq \alpha$, $\beta = u(Y)$, $\gamma = v(Y)$, $\forall u, v \in [t]_X$.

Ngược lại, giả sử $S(\beta, \gamma) \geq \alpha$, $\beta = u(Y)$, $\gamma = v(Y)$, $\forall u, v \in [t]_X$. Khi đó, từ $\forall u, v \in r$ sao cho $u(X) = v(X)$ suy ra $u, v \in [t]_X$ và $S(\beta, \gamma) \geq \alpha$, $\beta = u(Y)$, $\gamma = v(Y)$. Vậy ta có $X \to^{\alpha} Y$. ■

Định nghĩa 2.4 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \dots, A_n)$, F^{α} là tập các $\alpha-$phụ thuộc hàm trên R. Khi đó bao đóng của F^{α} kí hiệu $F^{\alpha+}$ được xác định như sau:

$$F^{\alpha+} = \{X \to^{\alpha} Y | F \Rightarrow X \to^{\alpha} Y\}.$$

Định nghĩa 2.5 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \dots, A_n)$, F^{α} là tập các $\alpha-$phụ thuộc hàm trên R. Với mỗi tập thuộc tính chỉ số $X \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, ta định nghĩa $\alpha-$bao đóng của X đối với F^{α} kí hiệu $X^{\alpha+}$ như sau:

$$X^{\alpha+} = \{x^{(i)}, x \in id, i = 1, \dots, n | X \to^{\alpha} x^{(i)} \in F^{\alpha+}\}.$$

Ta kí hiệu tập các $\alpha-$phụ thuộc hàm trên R

$$F_h^{\alpha} = \{X \to^{\alpha} Y | X = \cup_{i \in A} x^{(i)}, Y = \cup_{j \in B} x^{(j)}, A, B \subset \{1, 2, \dots, n\} \text{ và } x \in id\},$$

$$F_{hx}^{\alpha} = F_h^{\alpha} \cap \cup_{i=1}^{n} x^{(i)} = \{X \to^{\alpha} Y \in F_h^{\alpha} | X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} x^{(i)}\}.$$

Mệnh đề 2.4 Cho $R = (id; A_1, A_2, \dots, A_n)$, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $X = \cup_{x \in A, i \in B} x^{(i)}$, $Y = \cup_{x \in A, j \in C} x^{(j)}$, $A \subset id$, $B, C \subset \{1, \dots, n\}$. Khi đó nếu $X \to^{\alpha} Y$ thì

$$X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} \to^{\beta_y} Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} Y$$

trên R_y, $\beta_y \geq \alpha$, $\forall y \in A$.

Chứng minh. Giả sử r_y là một quan hệ trên R_y. Khi đó tồn tại một khối đồng mức r trên R sao cho r_y là một lát cắt của nó tại $y \in A$. Trên $r_y = r_{|\cup_{i=1}^{n} y^{(i)}}$ ta chọn bất kì t_1 và t_2 sao cho

$$t_1(X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}) = t_2(X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}), y \in A.$$

Khi đó $\exists t_1', t_2' \in r$ sao cho

$$t_1'(X) = t_2'(X), t'_{1|\cup_{i=1}^{n} y^{(i)}} = t_1, t'_{2|\cup_{i=1}^{n} y^{(i)}} = t_2.$$

Do $X \rightarrow^{\alpha} Y$ trong r, ta có $t'_1(Y) =_{\alpha} t'_2(Y)$. Từ điều này suy ra

$$t'_{1|\cup_{i=1}^{n} y^{(i)}} =_{\beta_y} t'_{2|\cup_{i=1}^{n} y^{(i)}},\ \beta_y \geq \alpha.$$

Như vậy

$$t_1(Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}) =_{\beta_y} t_2(Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}), y \in A.$$

Do đó

$$X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} \rightarrow^{\beta_y} Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}$$

trên R_y, $\beta_y \geq \alpha$, $\forall y \in A$. ■

Hệ quả 2. 1 Cho $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$,

$$X = \cup_{x \in id, i \in B} x^{(i)},$$

$$Y = \cup_{x \in id, j \in C} x^{(j)},$$

$B, C \subset \{1, \ldots, n\}$. Khi đó nếu $X \rightarrow^{\alpha} Y$ thì

$$X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} \rightarrow^{\beta_y} Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}$$

trên R_y, $\beta_y \geq \alpha$, $\forall y \in id$. ■

Mệnh đề 2.5 Cho $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $X = \cup_{x \in id, i \in B} x^{(i)}$, $Y = \cup_{x \in id, j \in C} x^{(j)}$, $B, C \subset \{1, \ldots, n\}$. Khi đó nếu

$$X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} \rightarrow^{\beta_y} Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}$$

trên R_y, $\forall y \in id$ thì $X \rightarrow^{\alpha} Y$ với $\alpha = min\{\beta_y\}_y$.

Chứng minh. Giả sử r là một khối trên R. Khi đó với bất kì $t_1, t_2 \in r$ sao cho $t_1(X) = t_2(X)$, suy ra $t_1(X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}) = t_2(X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)})$, $\forall y \in id$. Từ giả thiết $X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} \rightarrow^{\beta_y} Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}$ trên R_y, $\forall y \in id$ suy ra

$$t_1(Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}) =_{\beta_y} t_2(Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}), \forall y \in id.$$

Từ đó suy ra $t_1(Y) =_{\alpha} t_2(Y)$, $\alpha = min\{\beta_y\}_y$. Do đó ta có $X \rightarrow^{\alpha} Y$ với $\alpha = min\{\beta_y\}_y$. ■

Từ Hệ quả 2.1 và Mệnh đề 2.5 ta suy ra điều kiện cần và đủ sau:

Mệnh đề 2.6 Cho $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, $X, Y \subset \cup_{i=1}^{n} id^{(i)}$, $X = \cup_{x \in id, i \in B} x^{(i)}$, $Y = \cup_{x \in id, j \in C} x^{(j)}$, $B, C \subset \{1, \ldots, n\}$. Khi đó $X \rightarrow^{\alpha} Y$ khi và chỉ khi

$$X \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)} \rightarrow^{\beta_y} Y \cap \cup_{i=1}^{n} y^{(i)}$$

trên R_y, $\forall y \in id$.

Ta có các mệnh đề sau:

Mệnh đề 2.7 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, F_h^α, F_{hx}^α là tập các $\alpha-$phụ thuộc hàm trên R, R_x tương ứng, $M \subset \cup_{i=1}^n id^{(i)}$, $M = \cup_{x\in A} M_x$, $M_x \subset \cup_{i=1}^n x^{(i)}$, $M_x \neq \emptyset$, $x \in A \subset id$. Khi đó, nếu $M^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của M đối với F_h^α thì $\forall x \in A \subset id$, $\cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của $M_x = \cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M$ đối với F_{hx}^α .

Chứng minh. Giả sử $M_x^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của M_x đối với F_{hx}^α. Ta cần chứng minh

$$M_x^{\alpha+} = \cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+}, \forall x \in A \subset id.$$

Thật vậy, $\forall x \in A$, ta có $M_x \subset M$, suy ra $M_x^{\alpha+} \subset M^{\alpha+}$. Do đó $M_x^{\alpha+} \subset \cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+}$.

Vì $\forall x^{(k)} \in \cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+}$, vậy $x^{(k)} \in M^{\alpha+}$, suy ra $M \rightarrow^\alpha x^{(k)} \in F_h^{\alpha+}$. Từ đó ta có $M_x \rightarrow^\alpha x^{(k)} \in F_{hx}^{\alpha+}$, suy ra $x^{(k)} \in M_x^{\alpha+}$ và do đó ta nhận được $\cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+} \subset M_x^{\alpha+}$. Vậy $M_x^{\alpha+} = \cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+}$, $\forall x \in A \subset id$. ∎

Mệnh đề 2.8 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, F_h^α, F_{hx}^α là tập các $\alpha-$phụ thuộc hàm trên R, R_x tương ứng, $M \subset \cup_{i=1}^n id^{(i)}$, $M = \cup_{x\in A} M_x$, $M_x \subset \cup_{i=1}^n x^{(i)}$, $M_x \neq \emptyset$, $x \in A \subset id$. Khi đó, nếu $M_x^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của M_x đối với F_{hx}^α thì $M^{\alpha+} = \cup_{x\in A} M_x^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của $M = \cup_{x\in A} M_x$ đối với F_h^α .

Chứng minh. Giả sử $M^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của M đối với F_h^α. Ta cần chứng minh

$$M^{\alpha+} = \cup_{x\in A} M_x^{\alpha+}, \forall x \in A \subset id.$$

Vì $\forall x \in A$, ta có $M_x \subset M$, nên $M_x^{\alpha+} \subset M^{\alpha+}$. Do đó $\cup_{x\in A} M_x^{\alpha+} \subset M^{\alpha+}$.

Do $\forall x^{(k)} \in M^{\alpha+}$ ta có $x^{(k)} \in M^{\alpha+} \cap \cup_{i=1}^n x^{(i)}$. Theo Mệnh đề 2.7, ta có $\cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M^{\alpha+}$ lại chính là $\alpha-$bao đóng của $M_x = \cup_{i=1}^n x^{(i)} \cap M$ đối với F_{hx}^α .

Vậy $x^{(k)} \in M_x^{\alpha+}$, suy ra $M^{\alpha+} \subset \cup_{x\in A} M_x^{\alpha+}$. Dẫn tới $M^{\alpha+} = \cup_{x\in A} M_x^{\alpha+}$, $A \subset id$. Từ đó ta có $M^{\alpha+} = \cup_{x\in A} M_x^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của $M = \cup_{x\in A}$ đối với F_h^α. ∎

Từ hai mệnh đề 2.7 và 2.8 ở trên, ta rút ra điều kiện cần và đủ sau:

Mệnh đề 2.9 Cho lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$, F_h^α, F_{hx}^α là tập các $\alpha-$phụ thuộc hàm trên R, R_x tương ứng, $M \subset \cup_{i=1}^n id^{(i)}$, $M = \cup_{x\in A} M_x$, $M_x \subset \cup_{i=1}^n x^{(i)}$, $M_x \neq \emptyset$, $x \in A \subset id$. Khi đó $M_x^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của M_x đối với F_{hx}^α khi và chỉ khi $M^{\alpha+} = \cup_{x\in A} M_x^{\alpha+}$ là $\alpha-$bao đóng của $M = \cup_{x\in A} M_x$ đối với F_h^α .

3. KẾT LUẬN

Những kết quả về $\alpha-$phụ thuộc hàm và $\alpha-$bao đóng trong mô hình dữ liệu dạng khối được nghiên cứu ở trên mới chỉ là những kết quả bước đầu. Đó cũng là các kết quả đối với trường hợp riêng của tập các phụ thuộc hàm có dạng F_h, F_{hx}, F_h^α, F_{hx}^α trong lược đồ khối $R = (id; A_1, A_2, \ldots, A_n)$. Trên cơ sở của các kết quả này ta có thể triển khai tiếp quá trình chuẩn hoá và tựa chuẩn hoá trong các trường hợp riêng (như đối với tập các phụ thuộc hàm dạng F_h), góp phần làm hoàn chỉnh thêm lí thuyết thiết kế mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, Mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối, *Kỷ yếu Hội thảo: Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ Thông tin*, Đại Lải, 14-19, 8/1997.

[2] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, On a database model of block form, *Hội nghị Toán học toàn Việt Nam lần thứ 5*, 17-20/9/1997.

[3] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, Mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **14** (3) (1998) (52–60).

[4] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, Một số kết quả về khoá trong mô hình cơ sở dữ liệu dạng khối, *Kỷ yếu Hội thảo quốc gia về Tin học ứng dụng*, (36-41), Quy Nhơn, 04-06, 8/1998.

[5] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, Một vài thuật toán cài đặt các phép toán của đại số quan hệ trong mô hình dữ liệu dạng khối, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **15** (3) (1999) 8–17.

[6] Nguyễn Xuân Huy, Trịnh Đình Thắng, On functional depen-dencies in the database model of block form, *International Conference Mathematical Foundation of Informatics*, Hanoi, October 25-28, 1999.

[7] Trịnh Đình Thắng, Khoá và phụ thuộc hàm trong mô hình dữ liệu dạng khối, *Hội thảo quốc gia lần thứ 3: Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ Thông tin*, Huế, 05-07, 06/2000.

[8] Trịnh Đình Thắng, Một số kết quả về bao đóng, khoá và phụ thuộc hàm trong mô hình dữ liệu dạng khối, *Hội thảo quốc gia lần thứ 4: Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ Thông tin*, Hải Phòng, 05-07, 06/2001 (245–251).

[9] Trịnh Đình Thắng, Một số kết quả về các dạng chuẩn trong mô hình dữ liệu dạng khối, *Hội thảo quốc gia lần thứ 7: Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ Thông tin và Truyền thông*, Đà Nẵng, 18-20, 08/2004.

[10] Trịnh Đình Thắng, Chu Vĩnh Quyên, Trịnh Đình Vinh, Về các dạng chuẩn và tựa chuẩn trong mô hình dữ liệu dạng khối, *Hội thảo quốc gia lần thứ 9: Một số vấn đề chọn lọc của Công nghệ Thông tin và Truyền thông*, Đà Lạt, 18-20, 06/2006.

Nhận bài ngày 11 - 5 - 2010