Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.26, S.2 (2010), 119–129

XÂY DỰNG ÁNH XẠ NGƯỢC CỦA GIA TỬ*

TRẦN ĐÌNH KHANG[1], TẠ QUANG TRUNG[2], LÊ ANH PHƯƠNG[3]

[1] *Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội*
[2] *Công ty A.N Lab*
[3] *Trường Đại học Sư Phạm Huế*

Abstract. The paper studies the properties of inverse mappings of hedges in monotonic hedge algebras, which have dealt in [5,6,7]. We propose new criteria to determine the inverse mappings of hedges. Some approaches to construct the inverse mappings of hedges are also given.

Tóm tắt. Bài báo nghiên cứu các tính chất của ánh xạ ngược của gia tử được đưa ra trong [5,6,7], đề xuất các tiêu chuẩn để xác định ánh xạ ngược của gia tử, từ đó xây dựng các tiếp cận tìm ánh xạ ngược của gia tử.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Cùng với sự phát triển của khoa học máy tính, vấn đề mô hình hoá cách biểu đạt tư duy dựa trên ngôn ngữ tự nhiên của con người đang rất được quan tâm nghiên cứu, bởi khả năng làm cho các ứng dụng trên máy tính trở nên "thông minh" hơn, gần gũi hơn. Với lý thuyết tập mờ [1,2], ngữ nghĩa của khái niệm ngôn ngữ được biểu diễn thông qua hàm thuộc trên không gian nền và các trạng từ nhấn được diễn dịch như là các toán tử một ngôi, biến đổi hàm thuộc của khái niệm gốc. Lý thuyết về đại số gia tử [3,4] xây dựng một cấu trúc dàn cho các giá trị ngôn ngữ, có quan sát sự tác động của các trạng từ nhấn vào nhau, bằng tính chất kế thừa ngữ nghĩa, mô hình hóa được miền giá trị chân lý ngôn ngữ và xây dựng phương pháp suy luận trực tiếp trên các giá trị ngôn ngữ.

Tuy nhiên hệ luật suy diễn trong đại số gia tử vẫn chưa đáp ứng đầy đủ khi giải quyết các bài toán suy diễn. Khi chuyển gia tử, từ mệnh đề p trong $(p(x, hu), t)$, với x là một đối tượng, h là gia tử, u là giá trị ngôn ngữ, t là giá trị chân lý, có thể chuyển thành $(p(x, u), ht)$. Nhưng với $k \neq h$, làm sao có thể chuyển thành $(p(x, ku), t')$, hay là, làm sao có thể tính được t' trong $(p(x, ku), t')$?

Quan sát luật chuyển gia tử: $(p(x, hu), t) \Rightarrow (p(x, u), ht)$, có thể thấy $t \Rightarrow ht$, nghĩa là h là toán tử tác động vào t tạo thành ht, và $hu \Rightarrow u$, nghĩa là có một toán tử nào đó "khử" gia tử h trong hu. Ở chiều ngược lại $(p(x, u), ht) \Rightarrow (p(x, hu), t)$, gia tử h tác động vào u

*Nghiên cứu được hoàn thành với sự hỗ trợ từ Quỹ phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia (Nafosted)

tạo thành hu, nhưng ht bị "khử" đi h để có t. Như vậy, trong luật chuyển gia tử, đồng hành với việc nhấn thêm gia tử, còn có "khử" gia tử nữa. Điều này cũng phù hợp với các cấu trúc toán hay logic: khi có toán tử tác động, thì cũng có thể sinh ra ánh xạ ngược với nó. Bài báo [5], năm 2006, đã đề xuất ánh xạ ngược của gia tử áp dụng cho logic mô tả mờ ngôn ngữ. Các tài liệu [6,7] đã vận dụng ánh xạ ngược của gia tử cho lập luận xấp xỉ và chương trình logic ngôn ngữ. Các tài liệu trên đã đưa ra các ví dụ về ánh xạ ngược gia tử, và chứng tỏ ý nghĩa về mặt lý thuyết cũng như ứng dụng của nó.

Nhằm tiếp tục phát triển sâu thêm khái niệm ánh xạ ngược, bài báo này sẽ trình bày về các tính chất, tiêu chuẩn xác định ánh xạ ngược của gia tử, từ đó xây dựng phương pháp tính toán ánh xạ ngược của gia tử đối với lớp đại số gia tử đơn điệu. Bài báo gồm 5 phần: Phần 2 nhắc lại các khái niệm cơ bản về đại số gia tử đơn điệu; Phần 3 nghiên cứu ánh xạ ngược của gia tử, tính chất của ánh xạ ngược; Phần 4 xây dựng phương pháp tìm ánh xạ ngược của gia tử và Phần 5 là kết luận.

2. ĐẠI SỐ GIA TỬ ĐƠN ĐIỆU

Nhắc lại về luật chuyển gia tử $(p(x, hu), t) \Rightarrow (p(x, u), ht)$, hoặc $(p(x, u), ht) \Rightarrow (p(x, hu), t)$, như đã phân tích trong tài liệu [8], sẽ là hợp lý nếu giá trị ngôn ngữ hu, u và giá trị chân lý t, ht tăng hoặc giảm nghĩa theo hai hướng ngược nhau, nghĩa là, $hu > u$ đồng hành với $ht < t$, và ngược lại. Tuy nhiên, trong trường hợp tổng quát, điều đó không phải lúc nào cũng đúng. Ví dụ, xét mệnh đề:

"Bắc là *rất ít già* là *đúng*" chuyển gia tử thành "Bắc là *ít già* là *rất đúng*".

Ta có, *ít già* > *rất ít già*, và đồng thời *rất đúng* > *đúng*. Như vậy, cả giá trị ngôn ngữ và giá trị chân lý đều "tăng" lên. Các tình huống này được xác định bởi quan hệ tác động $SIGN$, quy định một gia tử làm tăng hay giảm nghĩa của gia tử khác hoặc của phần tử sinh. Sau đây là một ví dụ về quan hệ tác động: (giá trị 1 là tăng nghĩa, -1 là giảm nghĩa).

SIGN	*rất*	*nhiều*	*c (phần tử sinh duong)*	*hơi*	*ít*
rất	1	1	1	-1	1
nhiều	1	1	1	-1	1
hơi	-1	-1	-1	1	-1
ít	-1	-1	-1	1	-1

Để đảm bảo cho việc tăng hay giảm nghĩa của các giá trị ngôn ngữ và giá trị chân lý một cách "hợp lý" trong luật chuyển gia tử như phân tích ở trên, thì cần xét các trường hợp khác nhau theo quan hệ $SIGN$. Trong các tài liệu [5-8], các tác giả đã giới hạn lớp đại số gia tử đơn điệu có tập gia tử H thoả mãn tính chất tuyến tính, đồng nhấn và thuần nhất:

H tuyến tính, có nghĩa là các gia tử đều so sánh được với nhau.

H đồng nhấn, có nghĩa là $SIGN(h, h) = 1$, với mọi gia tử H.

H thuần nhất, có nghĩa là, $SIGN(h, k) = SIGN(h, k')$, nếu k, k' cùng tính chất dương, âm (nghĩa là $SIGN(k, c) = SIGN(k', c)$); và $SIGN(h, k) = -SIGN(h, k')$, nếu k, k' khác tính dương, âm (nghĩa là $SIGN(k, c) = -SIGN(k', c)$).

Ví dụ, đại số gia tử với tập gia tử {*rất, nhiều, hơi*} thoả mãn tính chất đơn điệu.

Tiếp theo, có thể xây dựng một quan hệ thứ tự trong tập H: ta có $h \geq_H k$, nếu h là gia tử dương và k là gia tử âm; hoặc h và k cùng là gia tử dương và h có mức độ nhấn mạnh hơn k; hoặc h và k cùng là gia tử âm và h có mức độ nhấn yếu hơn k. Ngoài ra, có $h >_H k$, nếu $h \geq_H k$ và $h \neq k$. Ví dụ, có *rất* $>_H$ *nhiều* $>_H I >_H$ *hơi*, với I là gia tử đơn vị ($Ic = c$).

Với đại số gia tử đơn điệu, ta có tính chất quan trọng sau đây (tính chất đơn điệu) (tham khảo tài liệu [8]): $h \geq_H k \Leftrightarrow h\delta c \geq k\delta c$, với c là phần tử sinh dương, h, k là các gia tử, δ là xâu gia tử.

3. ÁNH XẠ NGƯỢC CỦA GIA TỬ

Như đã phân tích ở trên, để phù hợp với luật chuyển gia tử, có hai tính chất cần được xem xét là tính chất "khử" gia tử và tính chất đơn điệu.

Về tính chất "khử" gia tử, từ hu chuyển thành u, có thể nhìn nhận như là có một ánh xạ ngược h^- tác động vào hu để tạo thành u, nghĩa là, $h^-(hu) = u$. Trong trường hợp giá trị ngôn ngữ có dạng δc, với δ là một xâu gia tử, giả sử $\delta = h\delta' h$, thì lại cần xem xét, h^- sẽ "khử" gia tử ngoài cùng bên trái, hay gia tử ngoài cùng bên phải của xâu gia tử, nghĩa là, $h^-(h\delta' hc) = \delta' hc$, hay là $h^-(\delta' hc) = h\delta' c$, (hoặc tác động vào gia tử nào đó khác trong xâu δ' ?). Theo cách này, giả sử $\delta = h_1 h_2 ... h_n$, thì $(p(x, u), \delta t) = (p(x, u), h_1 h_2 ... h_n t) \Longrightarrow (p(x, h_n u), h_1 h_2 ... h_{n-1} t) \Longrightarrow (p(x, h_{n-1} h_n u), h_1 h_2 ... h_{n-2} t) \Longrightarrow ... \Longrightarrow (p(x, h_2 h_{n-1} h_n u), h_1 t) \Longrightarrow (p(x, h_1 ... h_{n-1} h_n u), t)$, nghĩa là, $(p(x, u), \delta t) \Longrightarrow (p(x, \delta u), t)$. Còn nếu "khử" gia tử ngoài cùng bên trái, ta sẽ có xâu gia tử theo thứ tự ngược lại. Trong bài báo này sẽ giả thiết $h^-(\delta' hc) = \delta c$, "khử" gia tử gần phần tử sinh nhất, để giống với luật chuyển gia tử $(p(x, u), \delta ht) \Rightarrow (p(x, hu), \delta t)$, từ δht chuyển thành δt.

Về tính chất đơn điệu, có thể có đơn điệu "chặt" (quan hệ $<$), hoặc đơn điệu "không chặt" (quan hệ $\leq$). Bài báo này sẽ cho phép quan hệ không chặt.

Từ đó ta có định nghĩa trong trường hợp chung. Trong các ứng dụng, có thể đưa thêm các điều kiện để giới hạn lớp ánh xạ ngược, thoả mãn thêm các tiêu chuẩn khác nhau. Phần tiếp theo sẽ trình bày định nghĩa và các tính chất của ánh xạ ngược.

3.1. Định nghĩa ánh xạ ngược của gia tử

Định nghĩa 1. Xét đại số gia tử đơn điệu $AX = \{X, G, H, \leq\}$ có tập phần tử sinh $G = (c^+, c^-)$ và gia tử $h \in H$. Một ánh xạ $h^- : X \longrightarrow X$ được gọi là ánh xạ ngược của h nếu nó thỏa mãn các điều kiện sau:

(1) $h^-(\delta hc) = \delta c$ trong đó $c \in G = \{c^+, c^-\}, \delta \in H^*$

(2) $x \leq y \Longrightarrow h^-(x) \leq h^-(y)$ trong đó $x, y \in X$

Điều kiện (1) để đảm bảo ánh xạ ngược thỏa mãn luật chuyển gia tử trong trường hợp đặc biệt luật (RT2): $(p(x,u),\sigma hc) \Rightarrow (p(x,hu),\sigma c)$. Ngoài ra, khi thay σh bằng một chuỗi gia tử bất kỳ, không cần thiết phải kết thúc bởi h, ta có luật (GRT2) như dưới đây có thể áp dụng trong các yêu cầu xử lý khác nhau:

(GRT2): $(p(x,u),\delta c) \Rightarrow (p(x,hu),h^{-}(\delta c))$

Điều kiện (2) được tổng quát hoá từ trường hợp: nếu có $\delta hc \leq \sigma hc$, với c là phần tử sinh dương, thì cũng có $\delta \leq_H \sigma$, (nghĩa là, gia tử ngoài cùng bên phải của $\delta \leq_H$ gia tử ngoài cùng bên phải của σ), và tiếp theo, $\delta c \leq \sigma c$, do tính chất đơn điệu. Vì $\delta c = h^{-}(\delta hc)$ và $\sigma c = h^{-}(\sigma hc)$, cho nên có thể viết: $h^{-}(\delta hc) \leq h^{-}(\sigma hc)$.

3.2. Tính chất của ánh xạ ngược của gia tử

Trong phần này, ta sẽ khảo sát sâu hơn các tính chất của ánh xạ ngược của gia tử, xuất phát từ định nghĩa của nó. Trước hết là tính đơn điệu đối với giá trị ngôn ngữ chịu tác động của ánh xạ ngược.

Mệnh đề 1. *Cho h^{-} là một ánh xạ ngược của gia tử h , và $\sigma c, \delta c$ là các giá trị ngôn ngữ thỏa mãn $\sigma c \leq \delta c$ thì $h^{-}(\sigma c) \leq h^{-}(\delta c)$.*

$$\sigma c \leq \delta c \Longrightarrow h^{-}(\sigma c) \leq h^{-}(\delta c)$$

Chứng minh: Tính chất này được suy ra trực tiếp từ định nghĩa. ■

Ta cũng có thể so sánh kết quả của các ánh xạ ngược của hai gia tử khác nhau cùng tác động vào một giá trị ngôn ngữ thông qua tính chất về tính đơn điệu đối với gia tử lấy ánh xạ ngược.

Mệnh đề 2. *Cho h, k là hai gia tử $(h \leq_H k)$, và σ là một xâu gia tử thỏa mãn: $h \leq_H \sigma \leq_H k$ thì có*

$$h^{-}(\sigma c^{+}) \geq k^{-}(\sigma c^{+}) \text{ và } h^{-}(\sigma c^{-}) \leq k^{-}(\sigma c^{-})$$

Chứng minh:

Ký hiệu $\sigma = \sigma' h'$ (h' là gia tử tận cùng bên phải của xâu σ).

Do $h \leq_H \sigma \leq_H k \Longrightarrow h \leq_H h' \leq_H k$. Tiếp theo, ta xét hai trường hợp với phần tử sinh dương và phần tử sinh âm:

(i) Chứng minh: $h^{-}(\sigma c^{+}) \geq k^{-}(\sigma c^{+})$

$$h \leq_H h' \leq_H k \Longrightarrow \begin{cases} \sigma' hc^{+} \leq \sigma' h' c^{+} \\ \sigma' kc^{+} \geq \sigma' h' c^{+} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \sigma' hc^{+} \leq \sigma c^{+} \\ \sigma' kc^{+} \geq \sigma c^{+} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} h^-(\sigma' h c^+) \leq h^-(\sigma c^+) \\ k^-(\sigma' k c^+) \geq k^-(\sigma c^+) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \sigma' c^+ \leq h^-(\sigma c^+) \\ \sigma' c^+ \geq k^-(\sigma c^+) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow h^-(\sigma c^+) \geq k^-(\sigma c^+)$$

(ii) Chứng minh: $h^-(\sigma c^-) \leq k^-(\sigma c^-)$

$$h \leq_H h' \leq_H k \Longrightarrow \begin{cases} \sigma' h c^- \geq \sigma' h' c^- \\ \sigma' k c^- \leq \sigma' h' c^- \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \sigma' h c^- \geq \sigma c^- \\ \sigma' k c^- \leq \sigma c^- \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} h^-(\sigma' h c^-) \geq h^-(\sigma c^-) \\ k^-(\sigma' k c^-) \leq k^-(\sigma c^-) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \sigma' c^- \geq h^-(\sigma c^-) \\ \sigma' c^- \leq k^-(\sigma c^-) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow h^-(\sigma c^-) \leq k^-(\sigma c^-)$$

■

Về mối quan hệ giữa ánh xạ ngược và xuôi, ta có Mệnh đề 3 sau.

Mệnh đề 3. *Cho $h \in H^+, k \in H^-$ thì*

$$h(\sigma c^+) \geq \sigma c^+ \geq h^-(\sigma c^+) \text{ và } k(\sigma c^+) \leq \sigma c^+ \leq k^-(\sigma c^+)$$

Chứng minh:

(i) Ta có: $hc^+ \geq c^+ \Rightarrow \delta h c^+ \geq \delta c^+ \Rightarrow h^-(\delta h c^+) \geq h^-(\delta c^+) \Rightarrow \delta c^+ \geq h^-(\delta c^+)$
Ngoài ra, $h(\sigma c^+) \geq \sigma c^+$ được suy ra từ tính chất đơn điệu, vì $h \geq_H I$

(ii) Ta có: $kc^+ \leq c^+ \Rightarrow \delta k c^+ \leq \delta c^+ \Rightarrow k^-(\delta k c^+) \leq k^-(\delta c^+) \Rightarrow \delta c^+ \leq k^-(\delta c^+)$
Ngoài ra, $k(\sigma c^+) \leq \sigma c^+$ được suy ra từ tính chất đơn điệu, vì $I \geq_H k$ ■

Tiếp theo là tính chất về tập đích của ánh xạ ngược.

Mệnh đề 4. *Cho h là một gia tử và σ là một xâu gia tử, thì có:*

(i) $h^-(\sigma c^+) \in H(c^+)$

(ii) $h^-(\sigma c^-) \in H(c^-)$

Chứng minh:

Trước hết ta chứng minh (i): Gọi h_{min} là gia tử yếu nhất trong tập gia tử H, nghĩa là $h_{min} < k$, với mọi $k \in H$, gọi $\delta_{min} = h_{min}...h_{min}$ là xâu gia tử chỉ có các h_{min} với độ dài đủ lớn, thì ta sẽ có $\delta_{min} c^-$ là giá trị "lớn nhất" so với tất cả các giá trị ngôn ngữ có cùng độ dài hoặc ngắn hơn trong tập $H(c^-)$. Vì $\sigma c^+ > \delta_{min} h c^-$ nên theo định nghĩa ánh xạ ngược, có $h^-(\sigma c^+) \geq h^-(\delta_{min} h c^-) = \delta_{min} c^-$. Vì độ dài của δ_{min} có thể tăng lên tuỳ ý, nên có thể viết $h^-(\sigma c^+) > \delta_{min}c^-$, với độ dài xâu δ_{min} đủ lớn, suy ra, $h^-(\sigma c^+) \notin H(c^-)$, hay là $h^-(\sigma c^+) \in H(c^+)$.

Chứng minh (ii) tương tự. ■

Mệnh đề 4 chỉ ra rằng ánh xạ ngược tác động lên một giá trị ngôn ngữ có phần tử sinh dương, thì cho ra kết quả cũng là một giá trị ngôn ngữ có phần tử sinh dương và ngược lại, tác động lên một giá trị ngôn ngữ có phần tử sinh âm cũng cho ra một giá trị ngôn ngữ có phần tử sinh âm. Từ đó, có thể giới hạn miền giá trị cho ánh xạ ngược.

Mệnh đề 5. *Xét ánh xạ ngược $h^- : X^u \longrightarrow X^v$, với X^u là tập các giá trị ngôn ngữ có độ dài $\leq u$, $(u \geq 2)$, X^v là tập các giá trị ngôn ngữ có độ dài $\leq v$, H^{u-2} là tập các xâu gia tử có độ dài $\leq u-2$. Ký hiệu δ_{min} và δ_{max} là 2 xâu gia tử nhỏ nhất và lớn nhất trong H^{u-2}. Với $\delta \in H^{u-2}$, $k \in H$, ta có:*

$$\text{(i)}\quad h^-(\delta kc) = \delta c \qquad \text{với } h = k, c \in G$$

$$\text{(ii)}\quad \begin{cases} h^-(\delta kc^+) \leq \delta_{min}c^+ & \text{với } h >_H k \\ h^-(\delta kc^+) \geq \delta_{max}c^+ & \text{với } h <_H k \end{cases}$$

$$\text{(iii)}\quad \begin{cases} h^-(\delta kc^-) \geq \delta_{min}c^- & \text{với } h >_H k \\ h^-(\delta kc^-) \leq \delta_{max}c^- & \text{với } h <_H k \end{cases}$$

Chứng minh:

(i) $h^-(\delta kc) = \delta c$. Điều này được suy ra từ định nghĩa.

(ii) Có hai trường hợp sau đây xảy ra:

- Với $h >_H k \Longrightarrow \delta_{min}h >_H \delta k \Longrightarrow \delta_{min}hc^+ > \delta kc^+$
$\Longrightarrow h^-(\delta_{min}hc^+) \geq h^-(\delta kc^+) \Longrightarrow \delta_{min}c^+ \geq h^-(\delta kc^+)$
$\Longrightarrow h^-(\delta kc^+) \leq \delta_{min}c^+$

- Với $h <_H k \Longrightarrow \delta_{max}h <_H \delta k \Longrightarrow \delta_{max}hc^+ < \delta kc^+$
$\Longrightarrow h^-(\delta_{max}hc^+) \leq h^-(\delta kc^+) \Longrightarrow \delta_{max}c^- \leq h^-(\delta kc^+)$
$\Longrightarrow h^-(\delta kc^+) \geq \delta_{max}c^+$

(iii) Có hai trường hợp sau đây xảy ra:

- Với $h >_H k \Longrightarrow \delta_{min}h >_H \delta k \Longrightarrow \delta_{min}hc^- < \delta kc^-$
$\Longrightarrow h^-(\delta_{min}hc^-) \leq h^-(\delta kc^-) \Longrightarrow \delta_{min}c^- \leq h^-(\delta kc^-)$
$\Longrightarrow h^-(\delta kc^-) \geq \delta_{min}c^-$

- Với $h <_H k \Longrightarrow \delta_{max}h <_H \delta k \Longrightarrow \delta_{max}hc^- > \delta kc^-$
$\Longrightarrow h^-(\delta_{max}hc^-) \geq h^-(\delta kc^-) \Longrightarrow \delta_{max}c^- \geq h^-(\delta kc^-)$
$\Longrightarrow h^-(\delta kc^-) \leq \delta_{max}c^-$ ■

Mệnh đề 4 cho thấy tính đối xứng của miền giá trị của ánh xạ ngược, do vậy, ta chỉ cần xét đến một phần tử sinh (dương), sẽ cho kết quả tương tự, đối xứng với phần tử sinh âm. Mệnh đề 5 chỉ ra rằng, có thể phân hoạch miền trị của ánh xạ ngược của gia tử h thành 3 tập, tương ứng với $h = k$, $h >_H k$ và $h <_H k$, với k là gia tử đứng sát phần tử sinh, trong đó, dải giá trị lớn nhất dành cho trường hợp $h = k$. Nếu miền xác định của ánh xạ ngược X^u (là tập các giá trị ngôn ngữ có độ dài $\leq u$) đủ lớn, nghĩa là u đủ lớn, thì ánh xạ ngược cho các trường hợp $h >_H k$ và $h <_H k$ sẽ tiến tới phần tử giới hạn min hoặc max. Tuy vậy, trong thực tế thường chỉ sử dụng đến các giá trị ngôn ngữ có độ dài hữu hạn, ví dụ, $u = 4$ hoặc $u = 3$, thì khi đó, tập giá trị cho trường hợp $h = k$ sẽ nằm giữa giá trị lớn nhất và nhỏ nhất có độ dài $u - 1$, còn tập giá trị cho hai trường hợp kia sẽ nằm ngoài dải giá trị đó, với độ dài $\geq u$, để thoả mãn tính đơn điệu. Tiếp theo, ta xét trường hợp X^u hữu hạn, với u xác định trước và $u \leq 2$ để phát biểu định lý về miền giá trị của ánh xạ ngược.

Định lý 1. *Cho X^u là tập các giá trị ngôn ngữ có độ dài $\leq u$, H^{u-2} là tập các xâu gia tử có độ dài $\leq u - 2$, $\sigma \in H^{u-2}$. Ký hiệu δ_{min} và δ_{max} là 2 xâu gia tử nhỏ nhất và lớn nhất trong H^{u-2}, thì ta có*

(i) $h^-(\sigma k_1 c^+) \geq \delta_{max} c^+ \geq h^-(\sigma h c^+) \geq \delta_{min} c^+ \geq h^-(\sigma k_2 c^+) > W$

(ii) $h^-(\sigma k_1 c^-) \leq \delta_{max} c^- \leq h^-(\sigma h c^-) \leq \delta_{min} c^- \leq h^-(\sigma k_2 c^-) < W$

Với mọi $k_1 >_H h >_H k_2$ và W là phần tử trung hoà của đại số gia tử.

Chứng minh:

Trước hết ta chứng minh (i):

- Với các $k_1 >_H h$, thì theo trường hợp (ii) của Mệnh đề 5, ta có $h^-(\sigma k_1 c^+) \geq \delta_{max} c^+$
- Vì $\delta_{max} c^+ \geq \sigma c^+ \geq \delta_{min} c^+$, mà $h^-(\sigma h c^+) = \sigma c^+$, nên có $\delta_{max} c^+ \geq h^-(\sigma h c^+) \geq \delta_{min} c^+$
- Với các $k_2 <_H h$, thì theo trường hợp (ii) của Mệnh đề 5, ta có $\delta_{min} c^+ \geq h^-(\sigma k_2 c^+)$
- Theo Mệnh đề 4, ta có $h^-(\sigma k_2 c^+) > W$.
- Ghép nối các bất đẳng thức trên lại ta có điều phải chứng minh.

Với trường hợp (ii) cũng tương tự. ■

Trong phần này đã chỉ ra các tính chất của ánh xạ ngược của gia tử, qua đó có thể thấy, có nhiều ánh xạ ngược khác nhau. Khi sử dụng, ta cũng có thể đưa thêm vào các tiêu chuẩn thích hợp. Phần tiếp theo sẽ thảo luận về vấn đề này.

4. XÁC ĐỊNH ÁNH XẠ NGƯỢC CỦA GIA TỬ

Cho X^u là tập các giá trị ngôn ngữ có độ dài $\leq u$, X^v là tập các giá trị ngôn ngữ có độ dài $\leq v$, phần này sẽ đưa ra các tiếp cận để có thể xây dựng các ánh xạ ngược của gia tử $h^- : X^u \longrightarrow X^v$, với mọi $h \in H$. Gọi p là số gia tử dương, q là số gia tử âm trong tập H, theo tính chất của ánh xạ ngược và tính chất của đại số gia tử, ta có các nhận xét sau.

- Do tính đối xứng của ánh xạ ngược, ta chỉ cần xác định ánh xạ ngược cho các phần tử kế thừa từ c^+, rồi lấy đối xứng cho c^-.

- Miền xác định của các ánh xạ ngược ứng với các phần tử từ c^+ có

$$(p+q)^0 + (p+q)^1 + ... + (p+q)^{u-1}$$

phần tử. Dễ dàng chứng minh được điều này, vì số phần tử có độ dài 1 kế thừa từ c^+ là 1 (chính là c^+), số phần tử có độ dài 2 là $(p+q)$ có dạng hc^+,... tiếp tục quy nạp cho đến số phần tử có độ dài u kế thừa từ c^+ là $(p+q)^{u-1}$.

- Từ điều kiện $h^-(\delta hc) = \delta c$, có thể xác định được ngay giá trị ánh xạ ngược của

$$(p+q)^0 + (p+q)^1 + ... + (p+q)^{u-2}$$

phần tử có dạng δhc^+, còn lại $(p+q)^{u-1}$ giá trị cần thoả mãn điều kiện trong Định lý 1.

Ví dụ. Xét đại số gia tử đơn điệu có các gia tử *very* (viết gọn V), *more* (M), *possibly* (P), hay là $H = \{V, M, P\}$, có số gia tử dương là 2, số gia tử âm là 1, cần tính ánh xạ ngược cho các phần tử có độ dài ≤ 3.

Ta thấy, miền xác định của các ánh xạ ngược V^-, M^-, P^- tương ứng với các phần tử kế thừa từ c^+ có $1+3+9 = 13$ phần tử, trong đó có $1+3 = 4$ phần tử đã có giá trị cố định, còn lại 9 phần tử cần tính giá trị của ánh xạ ngược. Các giá trị cần xác định đó lại cần phải thoả mãn điều kiện $\geq Vc^+$ hoặc $\leq Pc^+$, theo bảng sau:

<table>
<tr><th>Miền xác định</th><th>V^-</th><th>M^-</th><th>P^-</th></tr>
<tr><td>VVc^+
MVc^+
Vc^+
PVc^+</td><td>Vc^+
Mc^+
c^+
Pc^+</td><td>$\geq Vc^+$</td><td rowspan="3">$\geq Vc^+$</td></tr>
<tr><td>VMc^+
MMc^+
Mc^+
PMc^+</td><td rowspan="3">$\leq Pc^+$</td><td>Vc^+
Mc^+
c^+
Pc^+</td></tr>
<tr><td>c^+</td><td rowspan="2">$\leq Pc^+$</td></tr>
<tr><td>VPc^+
MPc^+
Pc^+
PPc^+</td><td>Vc^+
Mc^+
c^+
Pc^+</td></tr>
</table>

Vấn đề tiếp theo là cần xác định $(p+q)^{u-1}$ giá trị còn lại ứng với mỗi ánh xạ ngược. Các giá trị này tự do, nhưng cần thoả mãn tính thứ tự. Điều này phụ thuộc vào các yếu tố như:

- Độ lớn của v là độ dài của các phần tử trong miền giá trị của ánh xạ ngược, hoặc

- Đòi hỏi về tính đơn điệu "chặt" của ánh xạ ngược, hoặc

- Quan hệ giữa các ánh xạ ngược với nhau, nghĩa là, mở rộng tính chất của Mệnh đề 2 cho toàn bộ miền xác định.

Từ đó, có thể đưa ra các tiêu chuẩn sau cho ánh xạ ngược:

Tiêu chuẩn đơn ánh. Ánh xạ ngược của gia tử $h^- : X^u \longrightarrow X^v$ thoả mãn tiêu chuẩn đơn ánh, nếu $h^-(x) \neq h^-(y), \forall x \neq y \in X^u$.

Theo Định lý 1, ứng với ánh xạ ngược của gia tử mạnh nhất (ví dụ, V^-), ta cần $(p+q)^{u-1}$ giá trị phân biệt có ngữ nghĩa yếu hơn so với $\delta_{min}c^+ \in X^{u-1}$, và ứng với ánh xạ ngược của gia tử yếu nhất (ví dụ, P^-), cần có $(p+q)^{u-1}$ giá trị phân biệt có ngữ nghĩa mạnh hơn so với $\delta_{max}c^+ \in X^{u-1}$.

Theo tính chất của đại số gia tử, có $p(p+q)^0 + p(p+q)^1 + ... + p(p+q)^{v-u}$ phần tử $\geq \delta_{max}c^+$, và có $q(p+q)^0 + q(p+q)^1 + ... + q(p+q)^{v-u}$ phần tử $\leq \delta_{min}c^+$.

Vì vậy, để có đủ các giá trị phân biệt thoả mãn tiêu chuẩn đơn ánh thì v cần thoả mãn:

$$\sum_{i=0}^{v-u} p(p+q)^i \geq (p+q)^{(u-1)} \text{ và } \sum_{i=0}^{v-u} q(p+q)^i \geq (p+q)^{(u-1)}.$$

Ở ví dụ trên, với $u = 3$, $p = 2$, $q = 1$ thì $(p+q)^{u-1} = 9$.

Nếu $v = 4$ thì $\sum_{i=0}^{v-u} p(p+q)^i = 8$, $\sum_{i=0}^{v-u} q(p+q)^i = 4$.

Nếu $v = 5$ thì $\sum_{i=0}^{v-u} p(p+q)^i = 26$, $\sum_{i=0}^{v-u} q(p+q)^i = 13$.

Vì vậy phải chọn $v \geq 5$. Ta có thể lần lượt chọn trong số các phần tử sau cho V^-: $VVPPc^+$, $MVPPc^+$, $VPPc^+$, $PVPPc^+$, $VMPPc^+$, $MMPPc^+$, $MPPc^+$, $PMPPc^+$, PPc^+, $VPPPc^+$, $MPPPc^+$, $PPPc^+$, $PPPPc^+$. Tương tự như vậy, chọn trong số các phần tử sau cho P^-: $PMVc^+$, MVc^+, $MMVc^+$, $VMVc^+$, $PVVc^+$, VVc^+, $MVVc^+$, $VVVc^+$, $MVVVc^+$,...

Tiêu chuẩn quan hệ thứ tự giữa các ánh xạ ngược. Các ánh xạ ngược của các gia tử $h^-, k^- : X^u \longrightarrow X^v$ thoả mãn tiêu chuẩn quan hệ thứ tự giữa các ánh xạ ngược, nếu $h^-(\sigma c^+) \geq k^-(\sigma c^+)$ và $h^-(\sigma c^-) \leq k^-(\sigma c^-)$ với mọi $h \leq_H k \in H$.

Tiêu chuẩn này mở rộng Mệnh đề 2 cho toàn bộ miền xác định. Để thoả mãn tiêu chuẩn này, cần sắp thứ tự không chỉ trong miền giá trị của một ánh xạ ngược gia tử, mà còn phải quan sát thứ tự của các ánh xạ ngược ứng với cùng một phần tử đầu vào.

Bảng dưới đây là một ví dụ ánh xạ ngược thoả mãn cả hai tiêu chuẩn đơn ánh và tiêu chuẩn quan hệ thứ tự giữa các ánh xạ ngược.

Ví dụ. Xét đại số gia tử đơn điệu có các gia tử *very* (viết gọn V), *more* (M), *possibly* (P).

Miền xác định	V^-	M^-	P^-
VVc^+	Vc^+	$VMVc^+$	$MVVVc^+$
MVc^+	Mc^+	$MMVc^+$	$VVVc^+$
Vc^+	c^+	MVc^+	$MVVc^+$
PVc^+	Pc^+	$PMVc^+$	VVc^+
VMc^+	$VVPPc^+$	Vc^+	$PVVc^+$
MMc^+	$MVPPc^+$	Mc^+	$VMVc^+$
Mc^+	$VPPc^+$	c^+	$MMVc^+$
PMc^+	$PVPPc^+$	Pc^+	MVc^+
c^+	$VMPPc^+$	$VVPPc^+$	$PMVc^+$
VPc^+	$MMPPc^+$	$MVPPc^+$	Vc^+
MPc^+	$MPPc^+$	$VPPc^+$	Mc^+
Pc^+	$PMPPc^+$	$PVPPc^+$	c^+
PPc^+	PPc^+	$VMPPc^+$	Pc^+

5. KẾT LUẬN

Bài báo nghiên cứu các tính chất của ánh xạ ngược của gia tử, đề xuất phương pháp cùng các tiêu chuẩn để xác định ánh xạ ngược của gia tử. Từ đó có thể tiếp tục khảo sát các lớp ánh xạ ngược gia tử khác nhau để ứng dụng một cách phù hợp giải quyết các bài toán suy luận xấp xỉ trong thời gian tới.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] L. A. Zadeh, Fuzzy sets, *Information and Control* **8** (3) (1965) 338–353.

[2] L. A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application in approximate reasoning, *Information Sciences*, (1975) (Part I – 8:199–249), (Part II-8:301–357), (Part III-9:43–80).

[3] C.H. Nguyen, W.Wechler, Hedge algebras: An algebraic approach to structure of sets of linguistic truth values, *Fuzzy Sets and Syst.* **35** (1990) 281–293.

[4] Nguyen Cat Ho, Tran Dinh Khang, Huynh Van Nam, Nguyen Hai Chau, Hedge algebras, linguistic-valued logic and their applications to fuzzy reasoning, *Intern. Journal of Fuzziness, Uncertainty and Knowl. Based Systems* **7** (4) (August 1999) 347–361.

[5] Dinh Khac Dung, Steffen Hoelldobler, Tran Dinh Khang, The fuzzy linguistic description logic ALCFL, *Proceedings of the Eleventh International Conference of Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU)*, Paris, July, 2006 (2096–2103).

[6] Lê Văn Hưng, Trần Đình Khang, Đinh Khắc Dũng, Ánh xạ ngược của gia tử và ứng dụng trong suy luận xấp xỉ, *Kỷ yếu hội thảo khoa học quốc gia FAIR*, lần thứ III - 2007. NOI DAU???

[7] Van Hung Le, Fei Liu, Tran Dinh Khang, Linguistic logic programming and its applications, *J. Theory and Practice of Logic Programming* **9** (3) (2009) Cambridge University Press, 309–341.

[8] Trần Đình Khang, Luật chuyển gia tử và tính chất bao hàm, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học*, **24** (2) (2008) 97–106.

Nhận bài ngày 9 - 6 - 2010
Nhận lại sau sửa ngày 26 - 7 -2010