

VẤN ĐỀ ỔN ĐỊNH VÀ TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA MẠNG CNN GIẢI PHƯƠNG TRÌNH THỦY LỰC HAI CHIỀU

VŨ ĐỨC THÁI

Khoa Công nghệ thông tin, Đại học Thái Nguyên

Abstract. Cellular Neural network was introduced in 1988, and then the applications have been researching and developing. This paper presents a CNN architecture for solving set of partial differential equation describe phenomena happening in a bay with parameters water level and velocity in two directions. There are 4 parts: 1st introduction; part 2nd describe problem model; part two analyzes, finds CNN algorithm, then propose CNN hardware architecture, proof the stability and equivalence of CNN partial difference differential (CPDDE) to original PDE model, simulate in some case using FPGA chip; the conclusion part evaluates method and gives some trends for developing.

Tóm tắt. Công nghệ mạng nơron tế bào được đưa ra từ những năm 1988 đến nay nhiều lĩnh vực đang được nghiên cứu phát triển. Báo cáo này giới thiệu mô hình mạng CNN giải hệ phương trình đạo hàm riêng mô tả hiện tượng xảy ra trong một vùng vịnh với các đại lượng độ cao mực nước, vận tốc dòng chảy trong hệ tọa độ hai chiều Ox, Oy . Báo cáo gồm 4 phần: phần 1 giới thiệu; phần 2 mô tả bài toán thủy lực hai chiều; phần 3 phân tích bài toán, xây dựng thuật giải trên CNN, đề xuất kiến trúc khối tính toán làm cơ sở cho chế tạo phần cứng, chứng minh tính tương đương của mô hình CNN và mô hình sai phân, mô phỏng tính toán. Phần kết luận đánh giá thuật toán và hướng triển khai chế tạo mạng sử dụng công nghệ FPGA.

1. GIỚI THIỆU

Hàng năm những tai nạn xảy ra trên các đại dương có hậu quả rất lớn, việc nghiên cứu tình hình diễn biến xảy ra trên các vùng biển, đại dương là rất cần thiết phục vụ cho các hoạt động của tàu bè trên biển. Nhiều nhà nghiên cứu đã đề xuất và tiến hành nghiên cứu các thông số cần theo dõi tính toán như vận tốc dòng chảy, độ cao mực nước, nhiệt độ, độ ô nhiễm thậm chí hiện tượng mưa giông, biến đổi khí hậu trên khoảng không [3 – 7].

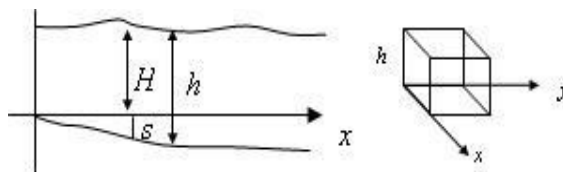
Các tác giả J. Chen, Z. Shi và Y. Hu [3], đã dùng phương pháp số giải bài toán cho một vùng hình trụ bán kính 11 m lưới ở đáy có kích thước 50×50 điểm. Tác giả Trần Gia Lịch và Phan Ngọc Vinh [5], nghiên cứu tính toán thực nghiệm cho mô hình với chiều sâu 14 m với lưới 31×15 điểm với một số trường hợp bước thời gian tính là 2 giây.

Báo cáo này đề xuất kiến trúc mạng CNN cho bài toán hệ 3 lớp, CNN 2D tương đối phức tạp hoàn toàn khác với các kiến trúc trước đây.

2. MÔ HÌNH BÀI TOÁN THỦY LỰC HAI CHIỀU

Giải quyết bài toán trên thực tế là chúng ta đo các thông số trên tại thời điểm ban đầu

sau đó tính toán dự báo cho một thời điểm nào đó cần theo dõi trong tương lai. Đặt vùng biển cần quan sát vào hệ tọa độ hai chiều Oxy (Hình 1).



Hình 1. Mô hình toán học của bài toán thủy lực hai chiều

Gọi độ cao mặt nước là H , độ sâu mực nước là h , vận tốc dòng chảy theo hai phương x, y với vận tốc tương ứng là u, v . Đáy biển có độ dốc theo phương x, y là s_x, s_y , giả sử bằng nhau ta đặt là s , hệ số ma sát theo hai phương x, y là K_x, K_y . Gia tốc trọng trường là g . Các phương trình mô tả gồm [7,9]:

Phương trình mô tả độ cao mực nước:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial uh}{\partial x} - \frac{\partial vh}{\partial y} \quad (1)$$

Phương trình mô tả sự biến thiên vận tốc dòng nước theo chiều Ox

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{gu(u^2 + v^2)^{1/2}}{K_x^2 h^2} - \frac{\partial u^2}{\partial x} - g\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial uv}{\partial y} \quad (2)$$

Phương trình mô tả sự biến thiên vận tốc dòng nước theo chiều Oy

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{gv(u^2 + v^2)^{1/2}}{K_y^2 h^2} - \frac{\partial v^2}{\partial y} - g\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial uv}{\partial x} \quad (3)$$

với các điều kiện biên: $h(x, y, 0) = h_0(x, y); u(x, y, 0) = u_0(x, y); v(x, y, 0) = v_0(x, y)$.

3. PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN THỦY LỰC HAI CHIỀU BẰNG CÔNG NGHỆ MẠNG NƠI RƠN TẾ BÀO

Giải phương trình đạo hàm riêng trên cần số lượng tính toán rất lớn nếu giải trên máy PC có thể không đáp ứng được về tốc độ tính toán. Với công nghệ mạng nơon tế bào CNN có kiến trúc tính toán song song là một hướng giải quyết có tiềm năng cho yêu cầu tính toán của bài toán.

$$C\frac{\partial v_{xij}}{\partial t} = -\frac{1}{R}v_{xij} + \sum_{C(k,l) \in S_r(i,j)} A(i, j; k, l)v_{ykl} + \sum_{C(k,l) \in S_r(i,j)} B(i, j; k, l)v_{ukl} + z_{ij}$$

Để giải các phương trình bằng công nghệ CNN, chúng ta cần phân tích và kiến tạo mạng CNN phù hợp với bài toán cần giải. Với bài toán thủy lực nêu trên ta chọn lưới sai phân hai chiều. Thực hiện sai phân vế phải các phương trình cho hai biến không gian x, y .

Sai phân phương trình (1)

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{u_{i+1,j}}{2\Delta x}h_{i+1,j} + \frac{u_{i-1,j}}{2\Delta x}h_{i-1,j} - \frac{v_{i+1,j}}{2\Delta y}h_{i+1,j} + \frac{v_{i-1,j}}{2\Delta y}h_{i-1,j} \quad (4)$$

Sai phân (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & g u_{ij} \frac{(u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2)^{1/2}}{K_x^2 h_{i,j}^2} - \left(\frac{u_{i+1,j}}{2\Delta x} u_{i+1,j} - \frac{u_{i-1,j}}{2\Delta x} u_{i-1,j} \right) - g \left(\frac{h_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{h_{i-1,j}}{2\Delta x} \right) \\ & - \left(\frac{u_{i,j+1} v_{i,j+1}}{2\Delta y} - \frac{u_{i,j-1} v_{i,j-1}}{2\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Sai phân (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & g v_{ij} \frac{(u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2)^{1/2}}{K_y^2 h_{i,j}^2} - \left(\frac{v_{i+1,j}}{2\Delta y} v_{i+1,j} - \frac{v_{i-1,j}}{2\Delta y} v_{i-1,j} \right) - g \left(\frac{h_{i+1,j}}{2\Delta y} - \frac{h_{i-1,j}}{2\Delta y} \right) \\ & - \left(\frac{u_{i+1,j} v_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{u_{i-1,j} v_{i-1,j}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

A. Xây dựng mẫu cho hệ CNN của bài toán

So sánh với phương trình trạng thái của CNN, ta được các mẫu của phương trình (4), (5), (6), ta được:

- Mẫu cho ẩn hàm h : (nếu chọn $C = 1$)

$$A^{hu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{u_{i-1,j}}{2\Delta x} & \frac{1}{R^h} & -\frac{u_{i+1,j}}{2\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A^{hv} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{v_{i-1,j}}{2\Delta y} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R^h} & 0 \\ 0 & -\frac{v_{i+1,j}}{2\Delta y} & 0 \end{bmatrix} \quad B_h = 0; z_h = 0$$

- Mẫu cho ẩn hàm u : (nếu chọn $C = 1$)

$$A^u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{u_{i-1,j}}{2\Delta x} & g \frac{(u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2)^{1/2}}{K_x^2 h_{i,j}^2} + \frac{1}{R^u} & -\frac{u_{i+1,j}}{2\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A^{uh} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{g}{2\Delta x} & 0 & -\frac{g}{2\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

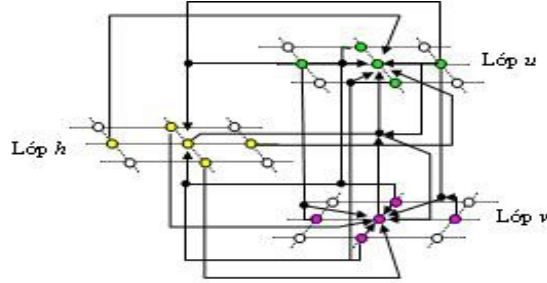
$$A^{uv} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{v_{i,j+1}}{2\Delta y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{v_{i,j-1}}{2\Delta y} & 0 \end{bmatrix} \quad B^u = 0; Z^u = 0$$

- Mẫu cho ẩn hàm v : (nếu chọn $C = 1$)

$$A^v = \begin{bmatrix} 0 & \frac{v_{i,j+1}}{2\Delta y} & 0 \\ 0 & g \frac{(u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2)^{1/2}}{K_x^2 h_{i,j}^2} + \frac{1}{R^v} & 0 \\ 0 & -\frac{v_{i,j-1}}{2\Delta y} & 0 \end{bmatrix} \quad A^{vh} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{g}{2\Delta y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-g}{2\Delta y} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{vu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{u_{i-1,j}}{2\Delta x} & 0 & -\frac{u_{i+1,j}}{2\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B^v = 0; Z^v = 0$$

Sau khi tìm được các mẫu cho bài toán chúng ta thiết kế hệ CNN để thực thi bài toán. Kiến trúc của mạng CNN với các mẫu nêu trên có 3 lớp 2D như mô tả trong Hình 2



Hình 2. Mô hình toán học của bài toán thủy lực hai chiều

Trước khi chế tạo phần cứng chúng ta phải chứng minh các mẫu tìm được thỏa mãn điều kiện kiến trúc mạch đảm bảo cho hệ làm việc ổn định và tương đương với mô hình sai phân.

B. Chứng minh tính tương đương giữa hai mô hình

Để đảm bảo độ chính xác và ổn định giữa việc tính toán trên máy PC và trên mảng CNN chúng ta cần chứng minh tính tương đương giữa hai mô hình cho từng hàm [8].

Ta phải tính các hàm $\Gamma_{i,j}(t)$ và $\psi_{i,j}(t)$. Xét các mẫu của h , do mẫu chứa các giá trị hàm số nên ta khai triển theo 3 điểm:

$$A_{nm}^{hu} = A_{nm,0}^{hu} + \frac{A_{nm,1}^{hu}}{k} + \frac{A_{nm,2}^{hu}}{k^2} \tag{7}$$

Ta xây dựng lược đồ CPDDE cho h tại vị trí tế bào C(i,j):

$$L^h(D_t)h_{i,j}(t) = \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{hu} h_{i+n,j+m} + \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{hv} h_{i+n,j+m} \tag{8}$$

với $1 \leq i \leq N; 1 \leq j \leq M$. Khai triển Taylor với bước k cho hai chiều (i,j), của h :

$$\begin{aligned} \tilde{h}(x_i \pm k, y_i, t) &= \tilde{h}(x_i, y_i, t) \pm \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k + \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} + \dots \\ \tilde{h}(x_i, y_i \pm k, t) &= \tilde{h}(x_i, y_i, t) \pm \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k + \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} + \dots \end{aligned}$$

Thay vào (8). Để (8) xác định khi $k \rightarrow 0$ thì:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,1}^{hu} = 0 : \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,2}^{hu} = 0; \sum_{m=-1}^1 (A_{1,m,2}^{hu} - A_{-1,m,2}^{hu}) = 0 \\ \sum_{n=-1}^1 (A_{n,1,2}^{hu} - A_{n,-1,2}^{hu}) = 0 : \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,1}^{hv} = 0 : \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,2}^{hv} = 0 \\ \sum_{m=-1}^1 (A_{1,m,2}^{hv} - A_{-1,m,2}^{hv}) = 0 : \sum_{n=-1}^1 (A_{n,1,2}^{hv} - A_{n,-1,2}^{hv}) = 0. \end{aligned}$$

Sau khi xác định các giá trị cụ thể của các tham số trong mẫu chúng ta có thể chọn được các giá trị tương ứng thoả mãn điều kiện (7) một cách dễ dàng.

Ta tính:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{i,j}^h(t) &= \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{hu} \tilde{h}(x_i + nk, y_i + mk, t) \\
&\quad + \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{hv} \tilde{h}(x_i + nk, y_i + mk, t) \\
&= \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hu} \right] \tilde{h}(x_i, y_i, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{hu} - A_{-1m}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k \\
&\quad + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{hu} - A_{-1m}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{hu} - A_{n-1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{hu} - A_{n-1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} \\
&\quad + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hv} \right] \tilde{h}(x_i, y_i, t) \\
&\quad + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{hv} - A_{-1m}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{hv} - A_{-1m}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{hv} - A_{n-1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{hv} - A_{n-1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} \\
&\quad + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2}
\end{aligned}$$

Hàm $\psi_{i,j}^h(t)$ được xác định:

$$\begin{aligned}
\psi_{i,j}^h(t) &= \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^{hu} \right] \tilde{h}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{hu} - A_{-1m,1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{hu} - A_{n-1,1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x^2} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y^2} \\
&\quad \quad + (A_{11,2}^{hu} + A_{-1-1,2}^{hu} - A_{1-1,2}^{hu} - A_{-11,2}^{hu}) \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x \partial y} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^{hv} \right] \tilde{h}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{hv} - A_{-1m,1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x} \\
&\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{hv} - A_{n-1,1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y^2} \\
 & \quad + (A_{11,2}^{hv} + A_{-1-1,2}^{hv} - A_{1-1,2}^{hv} - A_{-11,2}^{hv}) \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x \partial y}.
 \end{aligned}$$

Như vậy, ta tính được $\Delta_{i,j}^h = \Gamma_{i,j}^h - \psi_{i,j}^h$

$$\begin{aligned}
 \Delta_{i,j}^h(t) & = \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{hu} - A_{-1m,1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{hu} - A_{n-1,1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k \\
 & + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t) k^2}{\partial x^2} \frac{1}{2} + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{hv} - A_{-1m}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{hv} - A_{n-1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t) k^2}{\partial x^2} \frac{1}{2} \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t) k^2}{\partial y^2} \frac{1}{2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x_i, y_i, t) k^2}{\partial y^2} \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Và rõ ràng:

$$\forall t, i, j : \lim_{k \rightarrow 0} |\Delta_{i,j}^h(t)| = 0.$$

Ta được lược đồ CPDDE cho hàm h là:

$$\begin{aligned}
 L^h(D_t)h(t) & = \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^{hu} \right] \tilde{h}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{hu} - A_{-1m,1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x} \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{hu} - A_{n-1,1}^{hu}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x^2} \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^{hu} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y^2} \\
 & \quad + (A_{11,2}^{hu} + A_{-1-1,2}^{hu} - A_{1-1,2}^{hu} - A_{-11,2}^{hu}) \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x \partial y} \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^{hv} \right] \tilde{h}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{hv} - A_{-1m,1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x} \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{hv} - A_{n-1,1}^{hv}) \right] \frac{\partial \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x^2} \\
 & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^{hv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial y^2} \\
 & \quad + (A_{11,2}^{hv} + A_{-1-1,2}^{hv} - A_{1-1,2}^{hv} - A_{-11,2}^{hv}) \frac{\partial^2 \tilde{h}(x, y, t)}{\partial x \partial y}.
 \end{aligned}$$

Xét tính tương đương về không gian động học: Theo cách chứng minh cho hệ CNN tổng quát trong [8] luôn luôn tồn tại một bước sai phân k^* sao cho với mọi $0 < k < k^*$ thì hệ CNN

không tồn tại điểm rẽ nhánh và tương đương với PDE ban đầu. Do vậy với bài toán này, trong các mẫu có chứa các tham số vật lý như g (gia tốc trọng trường), J (hệ số ma sát); các giá trị thực tế giả định của bài toán b , I , chúng ta có thể chọn bước sai phân, và tham số điện trở trong mạch tế bào R để tìm giá trị k^* thích hợp, (trường hợp này ta tìm được $k^* = 0,05$). Chứng minh cho hàm u

Cũng như với hàm h , chúng ta phải tính các hàm $\Gamma_{i,j}^u$ và $\psi_{i,j}^u$. Xét các mẫu đã tìm được của hàm u ở trên, do mẫu chứa các giá trị hàm số nên ta khai triển theo 3 điểm:

$$\begin{aligned} A_{nm}^u &= A_{nm,0}^u + \frac{A_{nm,1}^u}{k} + \frac{A_{nm,2}^u}{k^2} \\ A_{nm}^{uh} &= A_{nm,0}^{uh} + \frac{A_{nm,1}^{uh}}{k} + \frac{A_{nm,2}^{uh}}{k^2} \\ A_{nm}^{vh} &= A_{nm,0}^{vh} + \frac{A_{nm,1}^{vh}}{k} + \frac{A_{nm,2}^{vh}}{k^2} \end{aligned} \quad (9)$$

với $(-1 \leq n \leq 1; -1 \leq m \leq 1)$.

Ta xây dựng lược đồ CPDDE cho h tại vị trí tế bào $C(i,j)$:

$$\begin{aligned} L^h(D_t)h_{i,j}(t) &= \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^u u_{i+n,j+m} + \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{uh} u_{i+n,j+m} \\ &+ \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{uv} u_{i+n,j+m} \end{aligned} \quad (10)$$

với $1 \leq i \leq N; 1 \leq j \leq M$.

Khai triển Taylor với bước k cho hai chiều (i,j) , tại điểm trung tâm $x_{i,j}$:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x_i \pm k, y_i, t) &= \tilde{u}(x_i, y_i, t) \pm \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k + \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} + \dots \\ \tilde{u}(x_i, y_i \pm k, t) &= \tilde{u}(x_i, y_i, t) \pm \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k + \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} + \dots \end{aligned}$$

Để (10) xác định khi $k \rightarrow 0$ thì :

$$\begin{aligned} \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,1}^u &= 0; \quad \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,2}^u = 0; \\ \sum_{m=-1}^1 (A_{1,m,2}^u - A_{-1,m,2}^u) &= 0; \quad \sum_{n=-1}^1 (A_{n,1,2}^u - A_{n,-1,2}^u) = 0; \\ \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,1}^{uh} &= 0; \quad \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,2}^{uh} = 0; \\ \sum_{m=-1}^1 (A_{1,m,2}^{uh} - A_{-1,m,2}^{uh}) &= 0; \quad \sum_{n=-1}^1 (A_{n,1,2}^{uh} - A_{n,-1,2}^{uh}) = 0; \end{aligned}$$

$$\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,1}^{uv} = 0; \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{n,m,2}^{uv} = 0;$$

$$\sum_{m=-1}^1 (A_{1,m,2}^{uv} - A_{-1,m,2}^{uv}) = 0; \sum_{n=-1}^1 (A_{n,1,2}^{uv} - A_{n,-1,2}^{uv}) = 0.$$

Với các ràng buộc từ (9) $\Gamma_{i,j}^Q(t)$, được xác định:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i,j}^Q(t) &= \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^u \tilde{Q}(x_i + nk, y_i + mk, t) \\ &\quad + \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{uh} \tilde{Q}(x_i + nk, y_i + mk, t) \\ &\quad + \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A^{uv} \tilde{Q}(x_i + nk, y_i + mk, t) \\ &= \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^u \right] \tilde{h}(x_i, y_i, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^u - A_{-1m}^u) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k \\ &\quad + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^u - A_{-1m}^u) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^u - A_{n-1}^u) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k \\ &\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^u - A_{n-1}^u) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} \\ &\quad + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \\ &\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{uh} \right] \tilde{u}(x_i, y_i, t) \\ &\quad + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{uh} - A_{-1m}^{uh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{uh} - A_{-1m}^{uh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} \\ &\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{uh} - A_{n-1}^{uh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{uh} - A_{n-1}^{uh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} \\ &\quad + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{uh} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{uh} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \\ &\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{uh} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{uh} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \\ &\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{uv} \right] \tilde{u}(x_i, y_i, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{uv} - A_{-1m}^{uv}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} k \\ &\quad + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m}^{vh} - A_{-1m}^{vh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x} + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{vh} - A_{n-1}^{vh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} k \\ &\quad + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1}^{uv} - A_{n-1}^{uv}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y} + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^{uv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} \frac{k^2}{2} \\ &\quad + \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial x^2} + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{uv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2} \frac{k^2}{2} \end{aligned}$$

$$+ \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm}^{uv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x_i, y_i, t)}{\partial y^2}.$$

Đại lượng $\psi_{i,j}^u(t)$ được xác định:

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^u(t) = & \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^u \right] \tilde{u}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^u - A_{-1m,1}^u) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^u - A_{n-1,1}^u) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x^2} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^u \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial y^2} \\ & + (A_{11,2}^u + A_{-1-1,2}^u - A_{1-1,2}^u - A_{-11,2}^u) \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x \partial y} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^{uh} \right] \tilde{u}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{uh} - A_{-1m,1}^{uh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{uh} - A_{n-1,1}^{uh}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^{uh} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x^2} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^{uh} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial y^2} \\ & + (A_{11,2}^{uh} + A_{-1-1,2}^{uh} - A_{1-1,2}^{uh} - A_{-11,2}^{uh}) \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x \partial y} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 A_{nm,0}^{uv} \right] \tilde{u}(x, y, t) + \left[\sum_{m=-1}^1 (A_{1m,1}^{uv} - A_{-1m,1}^{uv}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 (A_{n1,1}^{uv} - A_{n-1,1}^{uv}) \right] \frac{\partial \tilde{u}(x, y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\sum_{n \neq 0} \sum_{m=-1}^1 A_{nm,2}^{uv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x^2} \\ & + \left[\sum_{n=-1}^1 \sum_{m \neq 0} A_{nm,2}^{uv} \right] \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial y^2} \\ & + (A_{11,2}^{uv} + A_{-1-1,2}^{uv} - A_{1-1,2}^{uv} - A_{-11,2}^{uv}) \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, t)}{\partial x \partial y} \end{aligned}$$

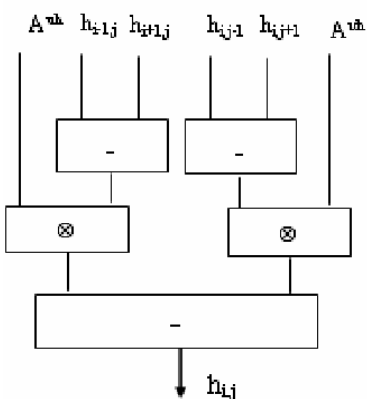
Ta cũng thấy rằng

$$\forall t, i, j : \lim_{k \rightarrow 0} |\Delta_{i,j}^u(t)| = 0,$$

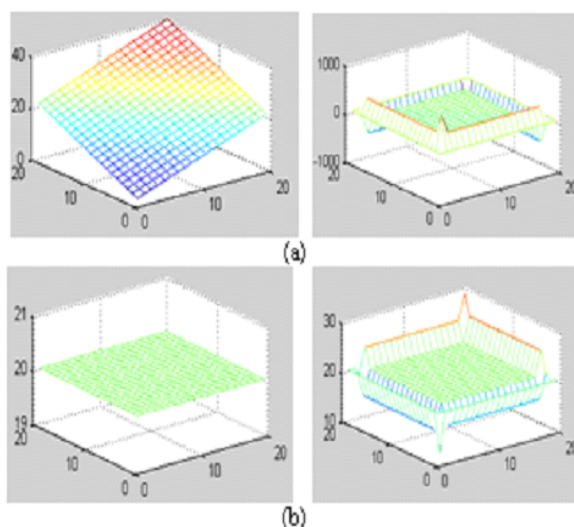
với $\Delta_{i,j}^u(t) = \Gamma_{i,j}^u(t) - \psi_{i,j}^u(t)$. Như vậy, nếu các ràng buộc trong (9) thoả mãn ta luôn tìm được một lược đồ CPDDE cho hàm u thoả mãn điều kiện xấp xỉ. Về điều kiện tương đương đương chúng ta cũng dễ dàng xác định được k^* giống như với h ở trên. Với hàm v chúng ta thấy mẫu của hàm v cũng có dạng tương tự với hàm u chỉ khác một số giá trị cụ thể, tuy nhiên do phép nhân chập nên giá trị kết quả là vô hướng không bị ảnh hưởng. Do đó lập luận tương tự ta có thể khẳng định các điều kiện tương đương giữa hai lược đồ được thoả mãn.

C. Thiết kế phần cứng cho các khối tính toán

Từ các mẫu đã tìm được chúng ta thiết kế các khối tính toán cho mạng tính toán cho các hàm h, u, v . Trên cơ sở thiết kế này chúng ta có thể cấu hình trên chip FPGA để thực thi việc tính toán theo thuật toán và các mẫu tìm được. Hình 3 là kiến trúc tính toán cho lớp h . Dựa trên kiến trúc thiết kế ta có thể tính toán tài nguyên và thời gian cho mạng: Cho



Hình 3. Kiến trúc tính toán cho lớp h



Hình 4. Giá trị ban đầu và kết quả tính toán của h (a), u (b)

hàm h cần khoảng 300 phần tử logic (LE) thời gian tính khoảng 750 ns; cho hàm u, v cần khoảng 5000 phần tử thời gian tính khoảng 750 ns. Như vậy tài nguyên dành cho một khối tế bào (h, u, v) là khoảng: 13000, nếu chip FPGA Vertex 4 có khoảng 800000 phần tử có thể cấu hình cho khoảng 60 tế bào (60 điểm trên lưới sai phân). Thời gian tính toán cho một lần khoảng 1 micro giây. Nếu chúng ta dùng chung một số khối DSP phối hợp tính toán song song với tuần tự thì số điểm lưới có thể tăng lên tới 250x250 hoặc cao hơn nữa, thời gian tính toán khoảng 50 micro giây. Các kết quả tính toán mô phỏng cho bài toán (xem hình 4).

4. KẾT LUẬN

Báo cáo đã đề xuất việc áp dụng CNN vào giải phương trình thủy lực hai chiều, giới thiệu và chứng minh tính khả thi của việc sử dụng mạng nơ-ron tế bào trong việc giải phương trình thủy lực hai chiều. Việc sử dụng công nghệ FPGA cho phép cấu hình tạo ra các mảng CNN đa lớp bằng ngôn ngữ mô tả phần cứng cũng không quá phức tạp. Các chip FPGA đời mới có tài nguyên lớn, giá thành rẻ là một thuận lợi về mặt công nghệ cho việc phát triển ứng dụng tính toán song song CNN cho các bài toán khoa học và ứng dụng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] L. O. Chua and L. Yang, Cellular Neural Networks: Theory, *IEEE Trans. Circuits Syst.* **35** (Oct. 1998) 1257–1272.
- [2] L. O. Chua and L. Yang, Cellular Neural Networks: Application, *IEEE Trans. Circuits Syst.* **35** (Oct. 1998) 1273–1290.
- [3] J. Chen, Z. Shi, and Y. Hu, A comparative study of high-resolution central scheme for solving the 2D shallow water equations, Bioinformatics and Biomedical Engineering (ICBBE2008), *The International Conferencen* **2** (May 2008) 4629–4632.
- [4] Z. Nagy and P. Szolgay, Emulated Digital CNN-UM Implementation of a Barotropic Ocean Model, *Proceeding of International Joint Conference* Vol. 4, ISSN: 1098-7576, Budapest, July 2004 (101–108).
- [5] T.G. Lich and P. N. Vinh, A numerical Method for Simulation of Nonhydrostatic 3-Dimension flow, *Computational Mathematics and Mathematical Physics* **42** (9) (2002) 1346–1352.
- [6] V. D. Thai and P. T. Cat, Solving Two-Dimensional Saint venant Equation by Using Cellular Neural Network, *Proceeding of the 7th Asian Control Conference - ASCC2009*, Hongkong, China, August 2009 (1258–1263).
- [7] J.Chen, Z.Shi, and Y.Hu, A comparative study of high-resolution central scheme for solving the 2D shallow water equation, *Bioinformatics and Biomedical Engineering, ICBBE 2008, The International Conferencen* **2** (May 2008) 4629–4632.
- [8] N. Goutal, Presentation of 1D and 2D simulations of Malpasset dam break wave propagation, <http://www.hrwallingford.co.uk>.

Nhận bài ngày 25 - 10 - 2010