Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 16, S. 3 (2000), 23–31

LƯỚI PETRI MỜ VÀ MỘT ĐIỀU KIỆN CẦN ĐỐI VỚI LUẬT TƯƠNG PHẢN TRONG LOGIC MỜ

TRẦN THỌ CHÂU

Abstract. In this paper, we study some properties of fuzzy logic and fuzzy Petri nets, and have proved two theorems about the necessary condition for the law of contraposition in fuzzy logic, which can be used effectively for proving the satisfiability of that law.

Tóm tắt. Trong bài báo này chúng tôi trình bày một số tính chất của logic mờ và lưới Petri mờ. Chúng tôi đã chứng minh hai định lý về điều kiện cần đối với luật tương phản trong logic mờ nhằm kiểm tra tính chất thỏa được của luật tương phản một cách hiệu quả hơn.

1. MỞ ĐẦU

Hiện nay trên thế giới nhiều nhà khoa học đang tập trung nghiên cứu về lĩnh lực mờ và đã thu được nhiều kết quả tốt đẹp, đặc biệt trong điều khiển hệ thống. Lý thuyết tập mờ đã được Zadeh đưa ra từ những năm 1965 [7] và đã được áp dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau, chẳng hạn Tong (1977) [4] đã miêu tả tính chất logic đối với các luật mờ trong các hệ điều khiển mờ. Looney (1988) [2] đã sử dụng trạng thái chân lý mờ thao tác trên các ma trận qui tắc mờ bởi luật MIN/MAX logic, và cũng đã dùng lưới Petri mờ [1] để mô hình hóa các hệ điều khiển mờ, còn Postlethwaite (1990) [3] đã đề cập đến các hệ chuyên gia mờ v.v..

2. LƯỚI PETRI LOGIC

Định nghĩa. Lưới Petri logic P bao gồm:

(i) Một kiến trúc lưới;

(ii) Một thủ tục thao tác;

trong đó chúng ta hiểu kiến trúc lưới là một đồ thị có hướng chứa hai loại đỉnh:

a) *Điều kiện*, ký hiệu: O

b) *Sự kiện*, ký hiệu: |

Các điều kiện và sự kiện được nối với nhau theo hai nguyên tắc:

- Nối từ đỉnh điều kiện đến đỉnh sự kiện, hoặc từ đỉnh sự kiện đến đỉnh điều kiện.
- Không được nối hai đỉnh cùng loại.

Về thủ tục thao tác, lưới sử dụng các kích động, được biểu diễn bằng một chấm đen trong đỉnh điều kiện.

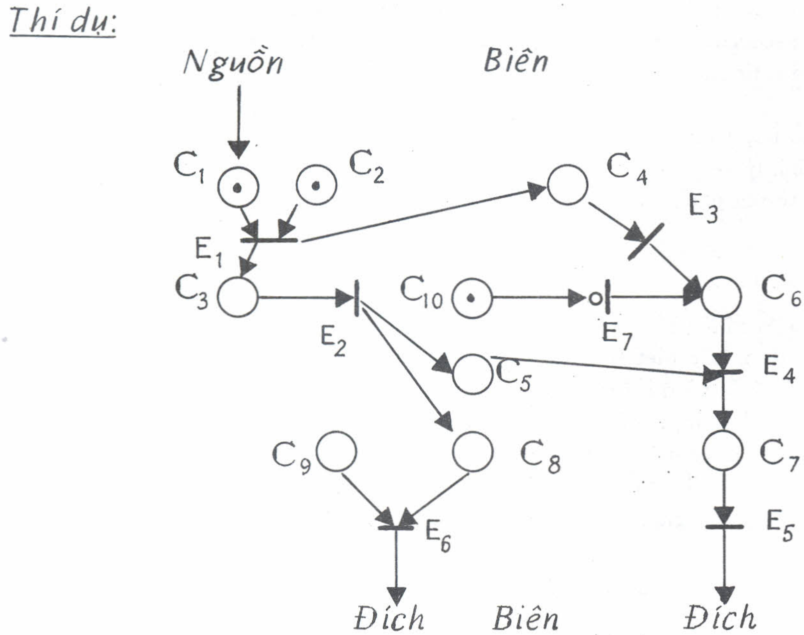
- Một kích động có mặt trong đỉnh điều kiện biểu diễn giá trị chân lý bằng 1, còn không có gì (rỗng) là biểu diễn giá trị chân lý bằng 0.

- Một sự kiện được gọi là *khả hiện*, nếu một đỉnh điều kiện nối vào đỉnh sự kiện đó đều chứa một kích động.

- Một sự kiện mở được phép *cháy* để kích hoạt tất cả các điều kiện được nối trực tiếp từ điều kiện đến sự kiện và từ sự kiện đến điều kiện, nhờ việc thuyên chuyển các kích động lấy từ điều kiện _vào của sự kiện và thêm vào đối với các điều kiện _ra từ sự kiện đó.

Chú ý: Một lưới Petri logic kết nối được với một "thế giới bên ngoài" nhờ *các đỉnh biên*. Những điều kiện bên ngoài kích hoạt vào các điều kiện biên được gọi là *nguồn*, còn những điều kiện bên ngoài được kích hoạt nhờ các sự kiện biên được gọi là *đích*.

Thí dụ: Các điều kiện là những mệnh đề khẳng định hoặc đúng hoặc là sai, chẳng hạn trong hình 1, các điều kiện C_1, C_2 và C_{10} khởi đầu là đúng, được ký hiệu bằng một chấm đen. Điều này tạo khả năng cho sự kiện E_1 cháy và chuyển kích động sang cho các điều kiện C_3 và C_4 tiếp theo như trong hình 2.
Điều kiện C_4 kích hoạt cho sự kiện E_2 cháy và chuyển kích động sang cho các điều kiện C_5 và C_8. Hơn nữa tính mở, tính cháy và tính kích hoạt tạo cho sự kiện E_5 cháy và chuyển kích động ra môi trường bên ngoài, tức là *đích*.



Hình 1. Lưới Petri logic trước khi cháy

Việc cháy của các sự kiện là tương ứng với luật Modus Ponens, chẳng hạn trong hình 1 và 2 chỉ ra rằng kiến trúc lưới có chứa qui tắc: $[(C_1 \text{ AND } C_2) \to (C_3 \text{ AND } C_4)]$ tương đương với hai quy tắc sau đây:

$$[(C_1 \text{ AND } C_2) \to C_3 \text{ và } [C_1 \text{ AND } C_2) \to C_4].$$

Nếu *thân luật* (rule antecedent) $(C_1 \text{ AND } C_2)$ được kích hoạt thì luật sự kiện (kéo theo) được mở để cháy và kích hoạt *kết luận luật* C_3 và C_4. Như vậy phép "AND" ở đây có thể được mô hình hóa cho 2 phần: *thân luật* và *kết luận luật*. Điều kiện C_6 có thể được kích hoạt và như vậy việc cháy của sự kiện E_3 "OR" E_7 là thực hiện được hay nói một cách khác phép toán logic "OR" là thực hiện được.

Trong các hình 1 và 2 sự kiện E_7 thể hiện luật: $[\text{NOT } C_{10} \to C_6]$ nhờ ký hiệu dấu tròn nhỏ ($\circ$) ở cuối mũi tên chỉ ra *phép phủ định*.

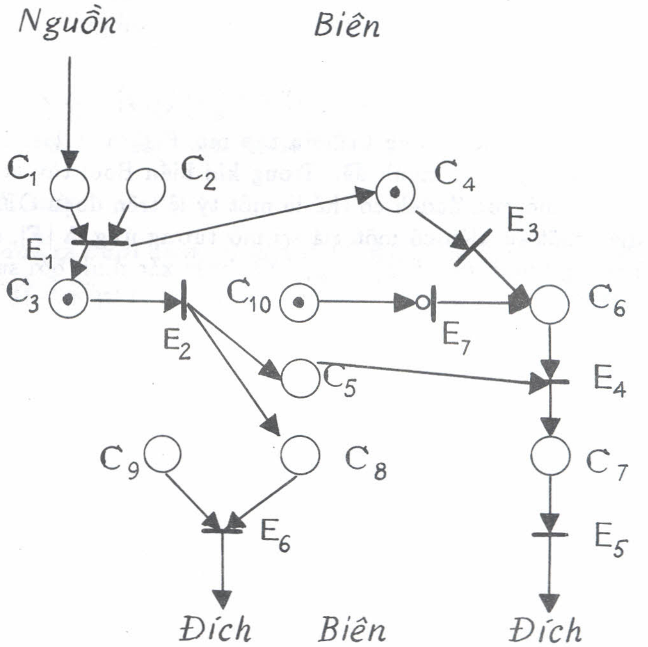
- Các qui tắc có dạng $[C_k \to (C_m \text{ OR } C_n)]$ là không mô hình hóa được, vì dạng này không xác định đối với kết luận khi được kích hoạt.
- Các qui tắc có dạng $[(C_j \text{ OR } C_k) \to C_m]$ có thể tách thành 2 qui tắc:

$$[C_j \to C_m] \text{ và } [C_k \to C_m].$$

Giả sử $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ là các điều kiện của lưới logic P. Một *bộ đánh dấu* (marking) của P là một vectơ $M = (m_1, m_2, \dots, m_n)$, trong đó $m_i \in \{0, 1\}$. Chúng ta gọi M là *trạng thái thực* của P. Trong hình 2 trạng thái thực M là:

$$M = (0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1).$$

Một bộ đánh dấu M_f được gọi là *đạt được* của M_0 khi và chỉ khi tồn tại một dãy các bộ đánh dấu $M_0, M_1, \ldots, M_f$ sinh ra nhờ quá trình cháy liên tiếp của các sự kiện.



Hình 2. Lưới Petri logic sau khi cháy

3. TẬP MỜ VÀ BIẾN MỜ

3.1. Tập mờ

Định nghĩa. Một *tập mờ* F, tương ứng với tập nền X, là tập hợp tất cả các phần tử $x \in X$ với *hàm thuộc* $\mu_F(x)$, trong đó $0 \leq \mu_F(x) \leq 1$. Giá trị này cho ta biết *độ thuộc* đối với mỗi phần tử x trong X thuộc vào tập F.

3.2. Các phép toán trên tập mờ

a. Giao của các tập mờ

Giả sử cho F và G là hai tập mờ trên tập nền X. Khi đó tập hợp $F \cap G$ (giao) gồm tất cả các phần tử trong X với *hàm thuộc* được xác định bởi:

$$\mu_{F\cap G}(x) = \min\{\mu_F(x),\, \mu_G(x)\}.$$

b. Hợp của các tập mờ

Giả sử F và G là hai tập mờ trên nền X. Khi đó tập hợp $F \cup G$ (hợp) gồm tất cả các phần tử trong X với *hàm thuộc* được xác định bởi

$$\mu_{F\cup G}(x) = \max\{\mu_F(x),\, \mu_G(x)\}.$$

c. Phần bù của tập mờ

Giả sử F là một tập mờ trên tập nền X. Khi đó tập hợp $\sim F$ được gọi là *phần bù* của tập mờ F là tập hợp gồm các phần tử $x \in X$ với *hàm thuộc*:

$$\mu_{\sim F}(x) = 1 - \mu_F(x).$$

d. Xác định giao và hợp của hai tập mờ trên hai tập nền khác nhau

Giả sử F là một tập mờ trên tập nền X và G là một tập mờ trên tập nền Y. Khi đó tập hợp $E = F \cap G$ (*giao*) của 2 tập mờ trên tập nền $X \times Y$ là một *tập mờ* được xác định bởi *hàm thuộc*:

$$\mu_{F \cap G}(x, y) = \min\{\mu_F(x),\ \mu_G(x)\} \text{ với mọi } (x, y) \in X \times Y.$$

Tương tự, chúng ta xác định *hợp* của hai tập mờ trên hai tập nền khác nhau: Giả sử F là một tập mờ trên tập nền X và G là một *tập mờ* trên tập nền Y. Khi đó tập hợp $H = F \cup G$ là tập mờ trên tập nền $X \times Y$ được xác định bởi *hàm thuộc*:

$$\mu_{F \cup G}(x, y) = \max\{\mu_F(x),\ \mu_G(x)\} \text{ với mọi } (x, y) \in X \times Y.$$

Theo quan điểm không chính tắc, chúng ta hiểu tập mờ F là một *biến mờ* (fuzzy variable), tương tự như đối biến Bool trong logic mệnh đề. Trong khi biến Bool tùy chọn giữa OFF và ON (hay là 0 hoặc 1) thì tùy chọn mờ của Zadeh có thể là một tỷ lệ trên đoạn OFF và ON.

Một biến mờ biểu diễn một sự kiện có một giá trị mờ tương ứng là $|F|$, chẳng hạn: Nếu F là một điều kiện "Nhiệt độ trung bình" thì $|F(x)| = \mu_F(X)$ được xác định bởi sự xuất hiện của nhiệt độ thuộc vào tập mờ TRUNG BÌNH xác định trên bậc các giá trị nhiệt độ của X (bậc này được mờ hóa theo nhiệt độ đọc vào của x).

Giả sử G là biến mờ đối với mệnh đề "Van mở". Khi đó $\sim G$ là mệnh đề "Không van mở" hay là "Van đóng". Nếu $|G(x)| = 1/4$ (*van là 1/4 mở đối với* x), thì $|\sim G(x)| = 1 - |G(x)| = 3/4$ (*van là 3/4 đóng đối với* x). Các phép toán AND và OR có thể được định nghĩa tương ứng với MIN và MAX.

Phép toán NOT cũng được xác định theo nghĩa phần bù mờ: $|\sim F| = 1 - |F|$.

3.3. Hệ logic mờ

Định nghĩa. Một hệ logic mờ là một bộ ba $\mathcal{F} = (V, T, H)$, trong đó:

- $V = \{A, B, C, \ldots\}$ là tập hợp các biến mờ,
- $T = [0, 1]$ là khoảng giá trị chân lý,
- $H = \{\text{MAX}, \text{MIN}, \text{NOT}, \rightarrow, \equiv\}$ là tập hợp các phép toán logic trên $V \times V$ vào V (hoặc V vào V đối với phép toán 1-ngôi NOT).

Sau đây là bảng chân lý của biến mờ:

Biến logic _ vào	Biến _ ra mờ/Bool	Giá trị chân lý _ ra mờ
1. A, B	$C = (A \text{ MIN } B)$	$\lvert C\rvert = \lvert A\rvert \text{ MIN } \lvert B\rvert$
2. A, B	$C = (A \text{ MAX } B)$	$\lvert C\rvert = \lvert A\rvert \text{ MAX } \lvert B\rvert$
3. A, B	$C = A \rightarrow B$	$\lvert C\rvert = 1$, nếu $\lvert A\rvert \le \lvert B\rvert$
4.		$\lvert C\rvert = 1 - (\lvert A\rvert - \lvert B\rvert)$, nếu $\lvert A\rvert \ge \lvert B\rvert$
5. A, B	$C = (A \equiv B)$	$\lvert C\rvert = 1 - \lvert\, \lvert A(x)\rvert - \lvert B(x)\rvert\, \rvert$
6. A	$C = \textbf{not}\, A$	$\lvert C\rvert = 1 - \lvert A\rvert$

Dòng thứ nhất của bảng trên là phép MIN (AND), dòng thứ 2 là phép MAX (OR), dòng thứ 3 và thứ 4 sử dụng phép kéo theo ($\rightarrow$), dòng thứ 5 là tương đương ($\equiv$) và dòng thứ 6 là phép NOT. Phép tương đương mờ bao hàm cả trường hợp Bool, nhưng trong trường hợp mờ thì cho phép tính theo bậc mờ của phép tương đương, nghĩa là hai vế của phép tương đương nhận cùng giá trị.

Phép kéo theo là một phép tổ hợp sao cho nó được gán giá trị chân lý mờ cho kết quả, nhưng không giống như luật Modus Ponens mà phải là $[A \text{ AND } (A \rightarrow (f)B)]$, có nghĩa là phép kéo theo giá trị mờ f của $[A \rightarrow B]$, và giá trị chân lý mờ $|A|$ của A sẽ kéo theo giá trị chân lý mờ $|B|$ của B.

Giá trị mờ f là tỷ lệ của sự mở rộng trong việc lựa chọn mờ, nghĩa là phép kéo theo $[A \rightarrow (f)B]$ với giá trị chân lý $|A \rightarrow (f)B| = f$ và giá trị chân lý mờ $|A|$ của A, gắn chặt B với sự đúng đắn của A vào giá trị chân lý mờ f của phép kéo theo, và không được phép vượt quá giá trị chân lý mờ của B mà giá trị này là lớn hơn giá trị chân lý nguồn của A. Do đó, mô hình đối với giá trị chân lý của B là $|B| = \text{MIN}\,\{|A|, f\} = |A|\ \text{MIN}\, f$. Mô hình này cũng đúng đối với phép kéo theo trong logic mệnh đề. Tất nhiên B có thể có giá trị chân lý đối với một số phép kéo theo trong Logic hay là một sự mờ hóa. Chúng ta có thể hạn chế giá trị chân lý của B đối với A-ngữ cảnh, nghĩa là sự phân bố giá trị chân lý đối với B chỉ phụ thuộc vào A, ký hiệu là $|B_{(A)}|$. Tính chất kéo theo mờ bởi ngữ cảnh cũng đúng đối với logic Bool (*logic 2 giá trị*).

3.4. Modus Ponens mờ

Luật này được đưa ra dưới dạng cơ bản là $(A \text{ AND } [A \rightarrow (f)B] \rightarrow B$.

Giá trị chân lý mờ được xác định đối với A và $[A \rightarrow (f)B]$ bằng:

$$|B_{(A)}| = |A|\ \text{MIN}\, f.$$

A cần phải khởi đầu bằng một giá trị chân lý dương, nghĩa là nhận một sự kiện mờ để cháy và kích hoạt B với một giá trị chân lý mờ. Kết luận mờ và phép kéo theo ngữ cảnh cho phép tạo dựng giá trị mờ đối với B từ các phép kéo theo ngữ cảnh khác nhau, và sau đó xây dựng bằng cách tổ hợp mọi giá trị chân lý logic đối với giá trị chân lý cuối cùng, và được viết:

$$|B| = \text{MAX}\,\{|B_{(A)}|, |B_{(D)}|\},$$

trong đó đối với A và D, mỗi một giá trị chân lý riêng của nó đều kéo theo B.

Thí dụ: Giả sử $(A \rightarrow (0{,}3)B)$ và $(D \rightarrow (0{,}8)B)$. Khi đó đối với $|A| = 0{,}6$ và $|D| = 0{,}7$ thì $B_{(A)}$ được kích hoạt (chỉ có từ A) với giá trị chân lý là $\text{MIN}\,(0{,}6, 0{,}3) = 0{,}3$ nhưng $B_{(D)}$ được kích hoạt (chỉ có từ D) với mọi giá trị chân lý $\text{MIN}\,(0{,}7, 0{,}8) = 0{,}7$. Như vậy giá trị chân lý của B từ A OR D là

$$|B| = \text{MAX}\,\{|B_{(A)}|, |B_{(D)}|\} = \text{MAX}\,\{0{,}3, 0{,}7\} = 0{,}7.$$

Chú ý rằng không phải mọi luật của logic Bool đều có thể áp dụng cho logic mờ, chẳng hạn như tính đúng của luật tương phản (*Contraposition* hay còn gọi là *Modus Tollens*) đối với phép kéo theo (tức là $(A \rightarrow B)$ là đúng khi và chỉ khi $(\sim B \rightarrow \sim A)$ là đúng).

Thí dụ: "Người hút thuốc lá thì ung thư phổi" là đúng đối với một số trường hợp nào đó, nhưng không phải kéo theo *"Không bị ung thư phổi là do không hút thuốc lá"* là luôn luôn đúng được.

Chúng ta sẽ chứng minh rằng luật tương phản mờ là đusng trên những hạn chế nhất định.

Định lý 1. (Điều kiện cần) *Nếu $f \in [0{,}5, 1]$ và $|A| \in [1-f, f]$ thì $P = (A \rightarrow (f)B)$ có giá trị chân lý mờ f khi và chỉ khi $Q = (\sim B \rightarrow (f) \sim A)$ có giá trị chân lý mờ f.*

Chứng minh. Giả sử $f \in [0{,}5, 1]$ và $|A| \in [1-f, f]$. Khi đó chúng ta có $|A| \leq f$, và $1 - |A| \leq f$ hay là $|\sim A| \leq f$. Mặt khác, $P = (A \rightarrow (f)B)$ có nghĩa là theo định nghĩa:

$$|B| = \text{MIN}\,\{|A|, f\} = |A| \text{ và } |\sim B| = 1 - |B| = 1 - |A| = |\sim A| \leq f.$$

Từ đó suy ra rằng $Q = (\sim B \rightarrow (f) \sim A)$ có nghĩa là $|\sim A| = \text{MIN}\,\{|\sim B|, f\}$. Vậy $P = (A \rightarrow (f)B)$ có giá trị chân lý mờ f khi và chỉ khi $Q = (\sim B \rightarrow (f) \sim A)$ có giá trị chân lý mờ f, vì chúng ta luôn có công thức $\sim(\sim X) = X$.

3.5. Áp dụng để kiểm nghiệm

Thí dụ 1. Giả sử cho $|A| = 0{,}2$ và $f = 0{,}6$. Khi đó công thức $(A \rightarrow (0{,}6)B)$ có nghĩa là $|B| = \text{MIN}\,\{|A|, f\} = \text{MIN}\,\{0{,}2, 0{,}6\}$, nhưng trong khi đó $|\sim B| = 1 - |B| = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$ và do đó công thức $(\sim B \rightarrow (0{,}6) \sim A)$ có nghĩa là $|\sim A| = \text{MIN}\,\{|\sim B|, f| = \text{MIN}\,\{0{,}8, 0{,}6\} = 0{,}6 <> 0{,}8$. Trái với điều chứng minh trên (theo bước chứng minh).

Để kiểm nghiệm nhanh, chúng ta áp dụng Định lý 1 như sau:

$|A| = 0{,}2$ và $f = 0{,}6$, nghĩa là $f \in [0{,}5, 1]$ là đúng, nhưng $|A| = 0{,}2 \notin [1{-}0{,}6, 0{,}6]$. Do đó theo Định lý 1 về điều kiện cần, luật tương phản không áp dụng được cho thí dụ 1.

Thí dụ 2. Giả sử cho $|A| = 0{,}75$ và $f = 0{,}5$. Khi đó theo điều kiện cần của Định lý 1:

$$|A| = 0{,}75 \notin [0{,}5, 0{,}5].$$

Vậy thí dụ 2 cũng không áp dụng được luật tương phản.

Thí dụ 3. Giả sử cho $|A| = 0{,}4$ và $f = 0{,}8$. Khi đó theo điều kiện của Định lý 1:

$$f = 0{,}8 \in [0{,}5, 1] \text{ và } |A| = 0{,}4 \in [0{,}2, 0{,}8].$$

Vậy thí dụ 3 áp dụng được cho luật tương phản.

Chú ý. Hiển nhiên là $f = |A| = 0{,}5$ luôn luôn đúng.

Bây giờ thay f bằng $1-f$ của Định lý 1 chúng ta có kết quả sau:

Định lý 2. (Điều kiện cần) *Nếu* $f \in [0{,}05, 0{,}5]$ *và* $|A| \in [f, 1-f]$ *thì* $P = (A \to (1-f)B)$ *có giá trị chân lý mờ* $1-f$ *khi và chỉ khi* $Q = (\sim B \to (1-f) \sim A)$ *có giá trị chân lý mờ* $1-f$.

Chứng minh. Chứng minh tương tự như Định lý 1 bằng cách đổi vai trò của f cho $1-f$ như đã nêu trên.

Thí dụ 4. Giả sử cho $|A| = 0{,}2$ và $f = 0{,}5$. Khi đó công thức $(A \to (1-0{,}6)B)$ có nghĩa là $|B| = \text{MIN}\{|A|, 1-f\} = \text{MIN}\{0{,}2, 0{,}6\} = 0{,}2$, nhưng trong khi đó $|\sim B| = 1 - |B| = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$, và do đó công thức $(\sim B \to (1-0{,}6) \sim A)$ có nghĩa là $|\sim A| = \text{MIN}\{|\sim B|, 1-f\} = \text{MIN}\{0{,}8, 0{,}6\} = 0{,}6 <> 0{,}8$. Trái với điều chứng minh trên (theo bước chứng minh).

Để kiểm nghiệm nhanh, chúng ta áp dụng Định lý 2 như sau:
$|A| = 0{,}2$ và $f = 0{,}4$, nghĩa là $f \in [0, 0{,}5]$ là đúng, nhưng $|A| = 0{,}2 \notin [0{,}4, 0{,}6]$. Do đó theo Định lý 2 về điều kiện cần, luật tương phản không áp dụng được cho thí dụ 4.

Thí dụ 5. Giả sử cho $|A| = 0{,}4$ và $f = 0{,}4$. Khi đó theo điều kiện cần của Định lý 2:

$$f = 0{,}4 \in [0, 0{,}5] \text{ và } |A| = 0{,}4 \in [0{,}4, 0{,}6].$$

Vậy thí dụ 5 áp dụng được luật tương phản.

Hệ quả 1. *Nếu* $f \in [0{,}5, 1]$ và $\text{MIN}\{|A|, |B|\} \in [1-f, f]$ *thì khi đó*

(a) *Công thức* $P = (A \text{ AND } B \to (f)A)$ *có giá trị chân lý mờ* f *khi và chỉ khi* $Q = (\sim A \to (f) \sim A OR \sim B)$ *có giá trị chân lý mờ* f, *trong đó* $\text{MIN}\{|A|, |B|\} = |A|$.

(b) *Công thức* $P' = (A \text{ AND } B \to (f)B)$ *có giá trị chân lý mờ* f khi và chỉ khi $Q' = (\sim B \to (f) A OR \sim B)$ *có giá trị chân lý mờ* f, *trong đó* $MIN\{|A|, |B|\} = |B|$.

Chứng minh. (a) Giả sử $f \in [0{,}5, 1]$ và $|A| \in [1-f, f]$. Khi đó chúng ta có:

$$|A| \leq f \text{ và } |A| \geq 1-f.$$

Mặt khác, $P = (A \text{ AND } B \to (f)A)$ có nghĩa theo định nghĩa:
$|A| = \text{MIN}\{|A \text{ AND } B|, f\} = \text{MIN}\{\text{MIN}\{|A|, |B|\}, f\} = \text{MIN}\{|A|, |B|\} \geq 1-f$.
Do đó, chúng ta có

$$\begin{aligned} f \geq 1 - |A| = |\sim A| = 1 - \text{MIN}\{|A|, |B|\} &= \text{MAX}\{1-|A|, 1-|B|\} \\ &= \text{MAX}\{|\sim A|, |\sim B|\} = |\sim A OR \sim B|. \end{aligned}$$

Vậy theo Định lý 1:
$P = (A \text{ AND } B \to (f)A)$ có giá trị chân lý mờ f khi và chỉ khi
$Q = (\sim A \to (f) \sim A OR \sim B)$ có giá trị chân lý mờ f, vì chúng ta luôn có công thức $\sim(\sim X) = X$.

b) Chúng ta chứng minh tương tự bằng cách đổi vai trò A cho B.

Hệ quả 2. *Nếu* $f \in [0, 0{,}5]$ *và* $\text{MIN}\{|A|, |B|\} \in [f, 1-f]$ *thì khi đó*

(a) *Công thức* $P = (A \text{ AND } B \to (1-f)A)$ *có giá trị chân lý mờ* $1-f$ *khi và chỉ khi* $Q = (\sim Q \to (1-f) \sim OAR \sim B)$ *có giá trị chân lý mờ* $1-f$, *trong đó* $\text{MIN}\{|A|, |B|\} = |A|$.

(b) *Công thức* $P' = (A \text{ AND } B \to (1-f)B)$ *có giá trị chân lý mờ* $1-f$ *khi và chỉ khi* $Q' = (\sim B \to (1-f)A OR \sim B)$ *có giá trị chân lý mờ* $1-f$, *trong đó* $\text{MIN}\{|A|, |B|\} = |B|$.

Chứng minh. Chứng minh tương tự như Hệ quả 1 bằng cách đổi vai trò của f cho $1-f$.

Các phép toán NOT, MIN, MAX kéo theo ngữ cảnh và tương đương đều là đầy đủ, và nó cũng kéo theo tính đúng đắn của một số luật, chẳng hạn như luật *De Morgan*.

3.6. Các luật tích của tổng và tổng của tích của De Morgan (xem [6])

1) $\sim(X \text{ MIN } Y) = (\sim\text{MAX} \sim Y)$,

2) $\sim(X \text{ MAX } Y) = (\sim\text{MIN} \sim Y)$.

4. LƯỚI PETRI MỜ

Định nghĩa. Một *lưới Petri mờ* là một lưới Petri logic, trong đó nó sử dụng logic mờ thay cho logic Bool. Sự kiến thiết bao gồm một tập các luật có dạng:

(1) $(A_1$ and ... and $A_m) \to (B_1$ and ... and $B_n)$;

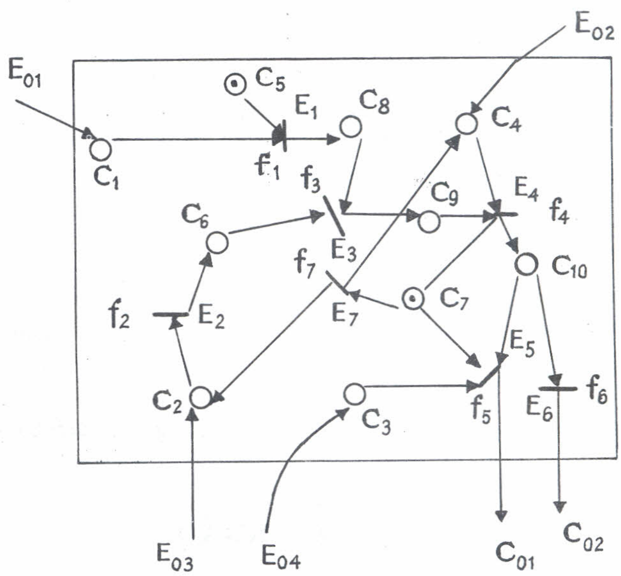
(2) A_1 or ... or $A_m) \to (B_1$ and ... and $B_n)$;

(3) $[(A_{11}$ and ... and $A_{1m})$ or ... or A_{k1} and ... and $A_{kp})] \to (B_1$ and ... and $B_n)$;

(4) $[(A_{11}$ or ... or $A_{1m})$ and ... and $(A_{k1}$ or ... or $A_{kp})] \to (B_1$ and ... and $B_n)$,

trong đó $m, n, k, p \geq 1$, và A_i, B_j là các biến mờ biểu diễn các điều kiện.

Thí dụ (hình 3).



Hình 3. Lưới Petri mờ

Định nghĩa. Đối với mỗi đỉnh N_i (hoặc là *đỉnh điều kiện* hoặc là *đỉnh sự kiện*) thì khi đó:

(1) Tập tất cả các đỉnh nối vào trực tiếp N_i, được gọi là tập_trước của N_i và được ký hiệu là $^*N_i$.

(2) Tập tất cả các đỉnh đi ra trực tiếp từ N_i được gọi là tập_sau của N_i, và được ký hiệu là $N_i{}^*$.

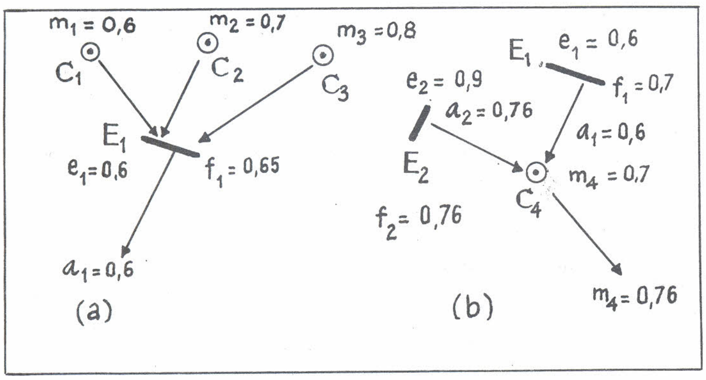
Thí dụ (hình 4).

Sự kiện E_1 của hình 4(a) là *khả hiện* chỉ khi điều kiện thuộc tập_trước $^*E_1$ của nó có chứa một kích động biểu diễn bằng một giá trị chân lý mờ khác 0. Các giá trị mờ này từ tập_trước của các điều kiện được MIN-hóa để nhận được giá trị mờ $e_1 = \text{MIN}\{m_i : C_i \in {}^*E_1\}$ tại sự kiện E_1. Vì sự kiện E_1 biểu diễn một phép kéo theo, nên bắt buộc phải có một giá trị mờ kéo theo f_1. Khi giá trị kích hoạt đã được thực hiện thì sự kiện kéo theo là:

$$a_1 = \text{MIN}\{f_1, e_1\} = \text{MIN}\{0{,}65, 0{,}60\} = 0{,}60.$$

Giá trị này kích hoạt mỗi một điều kiện thuộc E_1^* với giá trị mờ a_1 =0,60. Trong hình 4(a), sự kiện E_1 mở thì giá trị nhận được thông qua

$$e_1 = \text{MIN}\{m_1, m_2, m_3\} = \text{MIN}\{0{,}6, 0{,}7, 0{,}8\} = 0{,}60.$$



Hình 4: Lưới Petri mờ sau khi cháy

Trong hình 4(b), điều kiện C_4 được kích hoạt nhiều hơn một sự kiện thuộc vào tập_trước $^*C_4$, thì khi đó mỗi một sự kiện $E_j \in {}^*C_4$ kích hoạt C_4 với một giá trị kích hoạt a_j, giá trị này gây ra sự tác động đối với giá trị chân lý của của C_4 *chỉ từ* E_j (phép kéo theo ngữ cảnh). Một sự kiện khác $E_k \in {}^*C_4$ cũng kích hoạt C_4 và gây ra một sự kéo theo ngữ cảnh a_k *chỉ từ* E_k. Nhưng sự tồn tại của giá trị chân lý đối với điều kiện C_4 được kéo theo từ một số nguồn gốc trước đó. Khi đó việc cập nhật giá trị mờ đối với C_4 là:

$$a_4 = \text{MAX}\{|C_4|, a_k, a_j\} = \text{MAX}\{m_4, a_k, a_j\}.$$

Theo hình vẽ đối với điều kiện C_4 chúng ta có: $a_j = a_1$ =0,6; $a_k = a_2$ =0,76 và m_4 =0,7 và khi được kích hoạt đối với bộ đánh dấu mới thì giá trị mờ m_4 được tính bằng công thức:

$$m_4 = \text{MAX}\{a_1, a_2, m_4\} = \text{MAX}\{0{,}6, 0{,}76, 0{,}7\} = 0{,}76.$$

Đây là một sự minh họa về hoạt động của một lưới Petri mờ cùng với cách tính toán giá trị mờ tại một trạng thái khi được kích hoạt.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Looney C. G., Expert control design with fuzzy rule matrices, *Int. J. Expert and System* **1** (2) (1988) 159-168.

[2] Looney C. G., Fuzzy Petri nets for rule based decision marking, *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics* **18** (1) (1988) 178-183.

[3] Postlethwaite B., *Basic Theory and Algorithms for Fuzzy Sets and Logic Appeared in Knowledge-Based System for Industrial Control*, Ed. By McGhee, J. Grimble, and P. Mowforth, Peter Peregrinus Ltd., London, 1990.

[4] Tong R. M., A control engineering review of fuzzy systems, *Automatica* **13** (1977) 558-569.

[5] Trần Thọ Châu, "Lưới Petri có thời gian và đặc trưng ngôn ngữ của lưới Petri suy rộng", Luận án Phó tiến sỹ Toán Lý, Hà Nội, 1996.

[6] Tzafestats S. G. and Venetsanopoulos A. N. (eds.), *Fuzzy Reasoning in Information, Decision and Control System*, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, 1994, p. 511-527.

[7] Zadeh L. A., Fuzzy sets, *Information and Control* **8** (1965) 338-358.

Nhận bài ngày 12 - 8 - 1999
Nhận lại sau khi sửa ngày 18 - 4 - 2000

Trường Đại học Khoa học tự nhiên - ĐHQG Hà Nội.