Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 16, S. 1 (2000), 80–83

ƯỚC LƯỢNG NHIỀU MỨC TRẠNG THÁI HỆ ĐỘNG LỰC TUYẾN TÍNH MỜ

VŨ NHƯ LÂN, VŨ CHẤN HƯNG, ĐẶNG THÀNH PHU

Abstract. In this paper we have studied the fuzzy state estimation problem and presented the multi-step estimation method.

1. MỞ ĐẦU

Các tác giả [1] đã tổng kết bài toán ước lượng trạng thái hệ động lực tuyến tính mờ được xét trong [2-4] trên quan điểm điều kiện ban đầu mờ và nhiễu loạn mờ. Đây là bài toán còn mở. Chính vì vậy, trong bài báo này chúng tôi muốn phát triển các kết quả [1-4] dựa trên ý tưởng [5] - ước lượng nhiều mức.

2. ĐẶT BÀI TOÁN

Xét hệ động lực tuyến tính mờ

$$x(k+1) = Ax(k) \oplus Bu(k) \oplus Gw(k) \tag{2.1}$$

với $x_0 = x(t_0)$.
Phương trình quan sát mờ tại đầu ra:

$$z(k) = Cx(k) \oplus v(k), \tag{2.2}$$

ở đây:
$x(t_0)$ là điều kiện ban đầu và là tập mờ n-chiều xác định trên R^n,
$u(k)$ là đầu vào điều khiển, được biết chính xác,
$w(k)$ là nhiễu đầu vào và là tập mờ m-chiều xác định trên R^m,
$v(k)$ là nhiễu quan sát mờ và là tập mờ p-chiều xác định trên R^p,
A, B, G, C là các ma trận có các giá trị thực không mờ được biết trước và có chiều tương ứng.

Bài toán ước lượng trạng thái ở [1] được đặt ra như sau:
Cho (i) hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái mờ (2.1),
(ii) tập các tín hiệu điều khiển biết chính xác $u = \{u(0), u(1), ..., u(k-1)\}$,
(iii) tập các tín hiệu ra mờ $z = \{z(1), z(2), ..., z(k)\}$.
Tìm ước lượng mờ $x(k|k)$ của trạng thái mờ $x(k)$.

Từ [1] có thể tóm tắt thuật toán ước lượng bao gồm hai bước sau đây:

Bước 1: Giả sử $x(k-1|k-1)$ là ước lượng của $x(k-1)$ dựa trên cơ sở các quan sát đến thời điểm $(k-1)$. Khi đó ước lượng dự báo trạng thái trước một bước là $x(k|k-1)$ sẽ nhận được từ phương trình sau:

$$x(k|k-1) = Ax(k-1|k-1) \oplus Bu(k-1) \oplus Gw(k-1). \tag{2.3}$$

Rõ ràng rằng ước lượng này hàm chứa một tập các trạng thái có thể đạt đến từ $x(k-1|k-1)$.

Bước 2: Hiệu chỉnh $x(k|k-1)$ trên cơ sở quan sát $z(k)$ mờ ở đầu ra (2.2) bằng cách giải phương trình (2.2) đối với $x(k)$, ta thu được:

$$x(k) = C^{-1}\big[z(k) - v(k)\big] = -C^{-1}\big[v(k) \oplus (-z(k))\big]. \tag{2.4}$$

Như vậy, ước lượng $x(k|k)$ của trạng thái $x(k)$ sẽ thuộc cả hai tập mờ $x(k|k-1)$ và $x(k)$ tính được qua (2.4) như sau:

$$x(k|k) = x(k|k-1) \cap -C^{-1}[v(k) \oplus (-z(k))]. \tag{2.5}$$

Thuật toán ước lượng mờ bao gồm (2.3) và (2.5) với điều kiện ban đầu mờ $x(0|0) = x(0) = x(t_0)$. Tiếp theo cần xác định hàm thuộc $\mu_{x(k|k-1)}(x)$ và $\mu_{x(k|k)}(x)$ của ước lượng $x(k|k-1)$ và $x(k|k)$. Từ phương trình (2.3), thấy rằng:

$$\mu_{Ax(k-1|k-1)}(x) = \mu_{x(k-1|k-1)}(A^{-1}x) \tag{2.6}$$

$$\mu_{Gw(k-1)}(x) = \mu_{w(k-1)}(G^{-1}x) \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}\mu_{Ax(k-1|k-1)\oplus Bu(k-1)}(x) &= \mu_{Ax(k-1|k-1)}(x - Bu(k-1)) \\ &= \mu_{x(k-1|k-1)}(A^{-1}x - Bu(k-1)) \,.\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\mu_{Ax(k-1|k-1)\oplus Bu(k-1)\oplus Gw(k-1)}(x) = \sup_q \{\mu_{Ax(k-1|k-1)\oplus Bu(k-1)}(x-q) \wedge \mu_{w(k-1)}(G^{-1}q)\}$$

hoặc

$$\mu_{x(k|k-1)}(x) = \sup_q \{\mu_{x(k-1|k-1)}[A^{-1}x - Bu(k-1) - q] \wedge \mu_{w(k-1)}(G^{-1}q)\}. \tag{2.9}$$

Từ phương trình (2.5), thấy rằng:

$$\mu_{x(k)\oplus(-z(k))}(x) = \mu_{v(k)}(x - (-z(k))) = \mu_{v(k)}(x + z(k)) \tag{2.10}$$

$$\mu_{x(k)}(x) = \mu_{-C^{-1}[v(k)\oplus(-z(k))]}(x) = \mu_{v(k)}[-Cx + z(k)] \tag{2.11}$$

$$\mu_{x(k|k)}(x) = \mu_{x(k|k-1)}(x) \wedge \mu_{v(k)}[-C^{-1}x + z(k)] \tag{2.12}$$

với $\mu_{x(0|0)}(x) = \mu_{x(0)}(x)$.

Tóm lại, phương pháp [1] thu được các ước lượng mờ (2.3) và (2.5) với các hàm thuộc (2.9) và (2.12).

Từ các ước lượng mờ trên có thể thấy một số đặc điểm là:

a) Ước lượng mờ [1] chưa phải là tối ưu.

b) Bài toán ước lượng mờ tối ưu còn là bài toán mở. Chính vì vậy có thể sử dụng ước lượng mờ đã thu được ở [1] như quan sát đầu ra mới để tiến hành lặp lại một lần nữa quá trình ước lượng mờ. Bài toán ước lượng mờ trạng thái hệ (2.1) dựa trên quan sát mờ (2.3), (2.5) với các hàm thuộc (2.9) và (2.12) là bài toán ước lượng mờ hai mức với ý tưởng xuất phát từ [5].

3. BÀI TOÁN ƯỚC LƯỢNG MỜ MỨC THỨ HAI VÀ MỨC CAO HƠN

Gọi $x2(k-1|k-1)$ là ước lượng mức hai của $x(k-1)$ trên cơ sở $x(k|k)$ như quan sát mới cho đến thời điểm k.

Gọi $V2(k)$ là sai số ước lượng mờ mức thứ hai:

$$x(k) - x(k|k) = V2(k). \tag{3.1}$$

Viết (3.1) dưới dạng phương trình quan sát mờ mới:

$$x(k|k) \doteq x(k) \oplus (-V2(k)), \tag{3.2}$$

trong đó $(-V2(k))$ là sai số quan sát mờ mức thứ hai với hàm thuộc $\mu_{-V2(k)}(x)$ được tính như sau:

$$\begin{aligned}\mu_{-V2(k)}(x) &= \mu_{x(k|k)\oplus(-x(k))}(x) = \sup_q \{\mu_{x(k|k)}(x-q) \wedge \mu_{-x(k)}(q)\} \\ &= \sup \{\mu_{x(k|k)}(x-q) \wedge \mu_{x(k)}(-q)\}.\end{aligned} \tag{3.3}$$

Trên cơ sở (3.2) ước lượng mức thứ hai thuộc cả hai tập mờ $x2(k|k-1)$ và $x(k|k)$, như vậy:

$$x2(k|k-1) = Ax2(k-1|k-1) \oplus Bu(k-1) \oplus Gw(k-1) \tag{3.4}$$

và ước lượng mờ mức thứ hai là:

$$x2(k|k) = x2(k|k-1) \cap x(k|k) \tag{3.5}$$

với điều kiện ban đầu mờ $x2(0|0) = x(0|0) = x(t_0)$.
Các hàm thuộc $\mu_{x2(k|k-1)}(x)$ và $\mu_{x2(k|k)}(x)$ được tính tương tự như (2.9) và (2.12). Kết quả là:

$$\begin{aligned} &\mu_{Ax2(k-1|k-1)\oplus Bu(k-1)\oplus Gw(k-1)}(x) = \mu_{x2(k|k-1)}(x) = \\ &= \sup_q \{\mu_{x2(k-1|k-1)}[A^{-1}x - Bu(k-1) - q] \wedge \mu_{w(k-1)}(G^{-1}(q)\} \end{aligned} \tag{3.6}$$

và

$$\mu_{x2(k|k)}(x) = \mu_{x2(k|k-1)}(x) \wedge \mu_{x(k|k)}(x). \tag{3.7}$$

Như vậy ước lượng mức thứ hai cho kết quả (3.4), (3.5) với các hàm thuộc (3.6) và (3.7) tương ứng. Một vấn đề đặt ra cần xem xét là: ước lượng mới này có tốt hơn theo nghĩa ít mờ hơn so với (2.3), (2.5) hay không?

Định lý 1. *Cho trước hệ (2.1), quan sát (2.2). Ước lượng mờ mức thứ hai luôn luôn tốt hơn so với ước lượng mờ mức thứ nhất [1] theo nghĩa*

$$\mu_{x(k|k-1)}(x) > \mu_{x2(k|(k-1)}(x) \qquad \forall k \geq 2$$

và

$$\mu_{x(k|k)}(x) > \mu_{x2(k|k}(x) \qquad \forall k \geq 1$$

với $x(0|0) = x2(0|0) = x(t_0)$.

Chứng minh. Từ quan hệ (2.5) với (2.12) của ước lượng mờ [1] rút ra

$$\mu_{x(k)}(x) \geq \mu_{x(k|k)}(x). \tag{c.1}$$

Sử dụng (2.2) và (3.2) thay vào (c.1), ta có:

$$\mu_{v(k)}[-C^{-1}x + z(k)] \geq \mu_{x(k|k)}(x). \tag{c.2}$$

Sử dụng (2.3), (2.5), (3.4) và (3.5) vào (c.2) ta lại có:
Khi $k = 1$: theo (2.9) và (3.7) thì

$$\mu_{x(1|0)}(x) = \mu_{x2(1|0)}(x). \tag{c.3}$$

Nhưng theo (2.12) và (3.7) ta lại có

$$\mu_{x(1|1)}(x) = \mu_{x(1|0)}(x) \wedge \mu_{V(1)}[-C^{-1}x + z(1)], \tag{c.4}$$

$$\mu_{x2(1|1)}(x) = \mu_{x2(1|0)}(x) \wedge \mu_{x(1|1)}(x). \tag{c.5}$$

Vì vậy, kết hợp (c.3), (c.4), (c.5) với (c.2) ta thu được:

$$\mu_{x(1|1)}(x) > \mu_{x2(1|1)}(x). \tag{c.6}$$

Khi $k \geq 2$: từ (c.6) suy ra

$$\mu_{x(k|k-1)}(x) > \mu_{x2(k|k-1)}(x) \tag{c.7}$$

và kết hợp (c.7) với (c.2) thu được

$$\mu_{x(k|k)}(x) > \mu_{x2(k|k)}(x). \tag{c.8}$$

Như vậy Định lý 1 đã được chứng minh.

Định lý 2 (Tổng quát hóa Định lý 1). *Cho hệ (2.1) và quan sát (2.2). Ước lượng mờ mức n luôn luôn tốt hơn so với ước lượng mờ mức $(n-1)$ với cùng phương pháp ước lượng [1] tại các mức đó.*

Khái niệm tốt hơn được hiểu theo nghĩa

$$\mu_{x(n-1)(k|k-1)}(x) > \mu_{x(n)(k|k-1)}(x)$$

và

$$\mu_{x(n-1)(k|k)}(x) > \mu_{x(n)(k|k)}(x)$$

với $x(n-1)(0|0) = x(n)(0|0) = x(t_0)$.

Chứng minh. Cách chứng minh hoàn toàn tương tự Định lý 1 với quan niệm mức $(n-1)$ là mức thứ nhất và mức n là mức thứ hai trong quá trình ước lượng.

4. KẾT LUẬN

Trong bài toán ước lượng trạng thái hệ động học tuyến tính mờ chúng tôi đã đề xuất một phương pháp ước lượng mờ nhiều mức để phát triển các kết quả thu được ở [1]. Định lý 1 và Định lý 2 khẳng định tính ưu việt của phương pháp đề xuất. Tuy nhiên một số vấn đề còn mở liên quan đến hai định lý này là khi $n \to \infty$ kết quả sẽ ra sao? Vấn đề này cần được tiếp tục nghiên cứu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] S. G. Tzafestas, *Fuzzy Reasonning in Information, Decision and Control System*, Kluwer Academic Publishers, 1994.

[2] H. Sira-Ramirez, Fuzzy state estimation in linear dynamic systems, *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Vol. 2, 1980, 380-382.

[3] S. S. L. Chang, Control and estimation of fuzzy system, *Proc. IEEE Decision and Control Conf.*, 1974, 313-318.

[4] IFAC Report, Round table discusion on the estimation and control in fuzzy environments, *Automatica* **11** (1975) 209-212.

[5] N. V. Lan, V. C. Hung, D. T. Phu, Super Kalman filters, *Proc. NCST of Vietnam* **8** (1) (1996) 35-42.

Nhận bài ngày 12 - 3 - 1998

Nhận lại sau khi sửa ngày 15 - 9 - 1999

Viện Công nghệ thông tin